

Universidade Estadual do Norte do Paraná

Repositório Institucional UENP

<https://repositorio.uenp.edu.br>

---

Programa de Pós-Graduação em Ensino

Dissertações

---

2021

# Atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: procedimentos dos professores

PFAHL, Kelly Cristina Correia

Universidade Estadual do Norte do Paraná

---

<https://repositorio.uenp.edu.br/handle/123456789/620>

*Baixado de Repositório Institucional UENP*



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE  
DO PARANÁ**

***Campus Cornélio Procópio***

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO**

---

**KELLY CRISTINA CORREIA PFAHL**

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS  
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:  
PROCEDIMENTOS DOS PROFESSORES**

KELLY CRISTINA CORREIA PFAHL

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS  
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:  
PROCEDIMENTOS DOS PROFESSORES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientadora: Profa. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do  
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

PP523a Pfahl, Kelly Cristina Correia  
Atividades de modelagem matemática nos anos  
iniciais do ensino fundamental: procedimentos dos  
professores / Kelly Cristina Correia Pfahl;  
orientadora Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa -  
Cornélio Procópio, 2021.  
185 p. :il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) -  
Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de  
Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós  
Graduação em Ensino, 2021.

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática.  
3. Planejamento Docente. 4. Anos Iniciais. I. Sousa,  
Bárbara Nivalda Palharini Alvim, orient. II. Título.

KELLY CRISTINA CORREIA PFAHL

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS  
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:  
PROCEDIMENTOS DOS PROFESSORES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Após realização de defesa o trabalho foi considerado:

---

**BANCA EXAMINADORA**

---

Orientadora: Profa. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa  
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP

---

Profa. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida  
Universidade Estadual Norte do Paraná – UENP

---

Prof. Dra. Elizabeth Gomes Souza  
Universidade Federal do Pará - UFPA

Cornélio Procópio, 05 de novembro de 2021.

Dedico este trabalho ao meu esposo, Silvio Pfahl Junior, que, desde o curso de Formação de Docentes, me apoiou e incentivou minha trajetória acadêmica com muito companheirismo e amor. Dedico, ainda, aos meus filhos: Isabel, Daniel, Samuel e Miguel, joias preciosas em minha vida, incentivadores dos meus sonhos, parceiros nas minhas conquistas.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente e imensamente a Deus, que por sua infinita bondade e misericórdia, me fortaleceu e me sustentou com sabedoria e me capacitou para a realização desse trabalho. “Em tudo dai graças” (BÍBLIA, 1 Tess, 5, 17).

Agradeço à minha família, meu esposo Silvio, meu companheiro nas lutas e conquistas há 25 anos, a meus filhos queridos: Isabel, Daniel, Samuel e Miguel, meus amores, por torcerem por mim, compreenderem minha ausência e pela paciência à espera de um bolo de chocolate.

À minha querida orientadora, prof<sup>a</sup>. Bárbara, pelas incontáveis leituras e correções no decorrer dos dias e madrugadas, por ter compartilhado comigo seu conhecimento na construção dessa pesquisa, por ter sido compreensiva com minhas limitações e ter confiado a mim o tempo necessário para a conclusão, acreditando na concretização desse trabalho. Prof<sup>a</sup>, Bárbara, serei sempre grata, não só pela constante orientação dispensada, mas sobretudo pela amizade e parceria.

Às professoras Elizabeth e Lourdes, pela disposição em compôr a banca, na qual me foram entregues valiosas contribuições, de significativa importância para o aprimoramento e finalização da pesquisa. Prof<sup>a</sup> Elizabeth, obrigada pela leitura minuciosa e por sua doçura em arguir. Prof<sup>a</sup> Lourdes, obrigada pelos preciosos apontamentos e por todo carinho dispensado à essa pesquisa.

Aos professores participantes do curso de formação, cujas contribuições foram primordiais na realização da pesquisa empírica e da dissertação.

Aos professores das disciplinas cursadas no PPGEN, por partilharem conhecimento. À toda equipe da secretaria, sempre prontos a nos atender com eficiência e simpatia. Aos companheiros do grupo de pesquisa GEPIEEM. Aos meus queridos colegas da quarta turma de mestrado, por toda amizade que levarei sempre comigo. Agradeço, em particular, às minhas irmãs de orientação: Maria Cláudia, Rafaela, Eliane e Camila, tão queridas...

Agradeço também às pessoas especiais, que de alguma forma participaram da concretização desse sonho: mãe Sônia, Mari, Rose, Dú, Andressa, Regina, Elizângela, Andrielle, Sandra, Aislan, Ariel, Bianca, Jefferson, Thiago, Beth, Simoninha. Uma das coisas que aprendi nessa trajetória, foi o poder da união de forças: amor, amizade, parceria, companheirismo, dedicação, coragem, oração...

[...] quando se está preparado para alguma coisa? Temos que dar início às ações, vencer a força da inércia que gera a resistência a qualquer mudança. Temos que iniciar e mesmo que os obstáculos se coloquem à frente, vale a máxima “obstáculos são feitos para serem transpostos” (BURAK, 1994, p. 57).

PFAHL, Kelly Cristina Correia. **Atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: procedimentos dos professores. 2021. 185 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2021.

## RESUMO

Nessa pesquisa temos por objetivo *identificar os procedimentos de professores dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e no planejamento docente com modelagem matemática*. Frente à necessidade indicada em documentos oficiais, com referência ao uso de alternativas para o ensino de matemática, bem como às indicações da literatura no que tange à criação e disponibilização de materiais de orientação para professores, a pesquisa, de natureza qualitativa, está associada ao desenvolvimento de um produto educacional, um caderno de atividades de modelagem matemática desenvolvidas por professores que atuam nos anos iniciais. Dados empíricos foram coletados com 10 professores, no desenvolvimento de um curso de formação em modelagem matemática nos anos iniciais, por meio de gravações em vídeo e áudio, registros no chat das interações dos participantes, registros escritos dos professores participantes durante as atividades de modelagem matemática, registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores e respostas à questionários previamente estruturados acerca das reflexões proporcionadas pelas atividades formativas em relação à formação teórica em modelagem matemática, à formação por meio de atividades de modelagem matemática e ao planejamento com atividades de modelagem matemática para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. A análise dos dados coletados proporcionou a discussão de elementos das atividades de modelagem matemática planejadas pelos professores para desenvolvimento nos anos iniciais, em particular em relação à situação-problema da realidade, elaboração e uso dos modelos matemáticos e possibilidade de desenvolver atividades com os alunos. A pesquisa colabora, ainda, com um quadro teórico sobre itens associados ao planejamento de atividades de modelagem matemática para uso em ambientes escolares e as reflexões e implementação destes itens em uma prática de formação com implicações para a formação em modelagem matemática de professores dos anos iniciais.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Planejamento Docente. Anos Iniciais.

PFAHL, Kelly Cristina Correia. **Mathematical modeling activities in the early years of elementary education: teachers' procedures.** 2021. 185 f. Dissertation (Professional Master in Teaching) – Northern Paraná State University, Cornélio Procopio, 2021.

## **ABSTRACT**

In this research is aimed to identify the procedures of teachers in the early years in the development of mathematical modeling activities and teacher planning with mathematical modeling. Due to the need indicated in official documents regarding the use of alternative ways of teaching mathematics as well as literature indications regarding the creation and availability of guidance materials for teachers, this qualitative research is associated with the development of an educational product: a notebook of mathematical modeling activities developed by teachers that work in the early years. Empirical data was collected by 10 teachers, during the development of a workshop on mathematical modeling in the early years, through audio and video recordings, chat logs of the participants' interactions, written records of the participating teachers during the mathematical modeling activities, records of the teachers' planning of the mathematical modeling activities developed by the teachers, and responses to previously structured questionnaires about the reflections provided by the training activities about theoretical training in mathematical modeling, training through mathematical modeling activities, and planning with mathematical modeling activities for teaching mathematics in the early years of elementary education. The analysis of the collected data provided the discussion of elements of mathematical modeling activities planned by teachers for development in the early years, particularly with the problem-situation of reality, preparation and use of mathematical models, and the possibility of developing activities with students. The research also contributes with a theoretical framework about items associated with the planning of mathematical modeling activities for use in school environments and the reflections and implementations of these items in a training practice with implications for training in mathematical modeling for early grade teachers.

**Keywords:** Mathematics Education. Mathematical Modeling. Teacher Planning. Early Years.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática.....	25
<b>Figura 2</b> – Fases da Modelagem Matemática.....	26
<b>Figura 3</b> – Ciclo das fases da modelagem matemática.....	27
<b>Figura 4</b> – Procedimentos que envolvem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.....	28
<b>Figura 5</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	66
<b>Figura 6</b> – Prato elaborado pelos professores do grupo G1 na resolução da atividade <i>Saúde na Pandemia</i> .....	78
<b>Figura 7</b> – Figuras de alimentos sugeridas na variação dos pratos elaborados na situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	79
<b>Figura 8</b> – Resolução dos professores do grupo G1 para a atividade <i>Saúde na Pandemia</i> .....	80
<b>Figura 9</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade <i>Saúde na Pandemia</i> .....	81
<b>Figura 10</b> – Resolução dos professores do grupo G1 para a situação-problema <i>Futebol</i> .....	96
<b>Figura 11</b> – Resposta dos professores para a situação-problema <i>Futebol</i> .....	97
<b>Figura 12</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade <i>Futebol</i> .....	98
<b>Figura 13</b> – Suposições dos professores do grupo G2, para a situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	107
<b>Figura 14</b> – Cálculo da quantidade de carne sugerida na receita, pelos professores do grupo G2.....	108
<b>Figura 15</b> – Resolução dos professores do grupo G2 para a situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	109
<b>Figura 16</b> – Resposta dos professores do grupo G2 para a situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	109
<b>Figura 17</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 para a atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	110
<b>Figura 18</b> – Resolução da situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> com uso do cálculo do IMC.....	120
<b>Figura 19</b> – Modelo matemático dos professores do grupo G2, para a situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	120
<b>Figura 20</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 para a atividade <i>Saúde na Pandemia</i> .....	121

<b>Figura 21</b> – Resolução dos professores do grupo G2 para a situação-problema <i>Ovos de Chocolate</i> .....	133
<b>Figura 22</b> – Resposta dos professores do grupo G2 para a situação-problema <i>Ovos de chocolate</i> .....	133
<b>Figura 23</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade <i>Ovos de Chocolate</i> .....	1344

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Conteúdos de Matemática abordados nos anos iniciais.....	43
<b>Quadro 2</b> – Elementos necessários ao planejamento de atividades de modelagem matemática para a prática docente .....	53
<b>Quadro 3</b> – Argumentos teóricos acerca dos elementos necessários ao planejamento de atividades de modelagem matemática para a prática docente.....	54
<b>Quadro 4</b> – Detalhamento do Curso de Formação - Modelagem Matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente.....	50
<b>Quadro 5</b> – Codificação específica adotada nas análises dos dados.....	56
<b>Quadro 6</b> – Atividades de modelagem matemática selecionadas para a análise.....	59
<b>Quadro 7</b> – Resposta 2 do questionário diagnóstico e reflexivo.....	58
<b>Quadro 8</b> – Suposições dos professores do grupo G1 para a situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	61
<b>Quadro 9</b> – Aumento de 65% proporcional a cada tipo de carne indicada na receita de <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	63
<b>Quadro 10</b> – Aumento de 60% na quantidade de carne indicada na receita de <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	63
<b>Quadro 11</b> – Aumento de 58% na quantidade de carne indicada na receita de <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	64
<b>Quadro 12</b> – Cálculo do ‘dobro’ da quantidade de carne indicada na receita, da situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	65
<b>Quadro 13</b> – Itens do Planejamento dos professores do grupo G1 para uso da atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> em sala de aula dos anos iniciais....	67
<b>Quadro 14</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática.....	70
<b>Quadro 15</b> – Problemas formulados pelos professores do grupo G1 para investigar o tema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	76
<b>Quadro 16</b> – Itens do Planejamento dos professores do grupo G1 para uso da atividade <i>Saúde na Pandemia</i> em sala de aula dos anos iniciais .....	83
<b>Quadro 17</b> – Respostas dos professores do grupo G1 à questão 1 do questionário autorreflexivo .....	86
<b>Quadro 18</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade <i>Saúde na Pandemia</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática.....	86
<b>Quadro 19</b> – Problemas elaborados pelos professores do grupo G1 para investigar a situação-problema <i>Futebol</i> .....	95
<b>Quadro 20</b> – Respostas dos professores do grupo G1 à questão 4 do questionário diagnóstico e reflexivo .....	98

<b>Quadro 21</b> – Itens do Planejamento da atividade <i>Futebol</i> elaborado pelos professores do grupo G1, para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais .....	99
<b>Quadro 22</b> – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade <i>Futebol</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática .....	101
<b>Quadro 23</b> – Itens do Planejamento dos professores do grupo G2 para uso da atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> em sala de aula dos anos iniciais..	111
<b>Quadro 24</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade <i>Hambúrguer Artesanal</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática.....	114
<b>Quadro 25</b> – Problemas elaborados pelos professores do grupo G2 para investigar a situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	118
<b>Quadro 26</b> – Hipóteses e variáveis dos professores do grupo G2 para a situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	119
<b>Quadro 27</b> – Itens do planejamento da atividade <i>Saúde na Pandemia</i> elaborado pelos professores do grupo G2 para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais .....	122
<b>Quadro 28</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade <i>Saúde na Pandemia</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática.....	126
<b>Quadro 29</b> – Problemas elaborados pelos professores do grupo G2 para investigar a situação-problema <i>Ovos de chocolate</i> .....	131
<b>Quadro 30</b> – Itens do planejamento da atividade <i>Ovos de Chocolate</i> elaborado pelos professores do grupo G2 para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais .....	135
<b>Quadro 31</b> – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade <i>Ovos de Chocolate</i> com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática.....	140
<b>Quadro 32</b> – Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática nos três momentos de familiarização.....	144
<b>Quadro 33</b> – Procedimentos negritados dos professores do grupo G1 durante o desenvolvimento das atividades <i>Hambúrguer Artesanal, Saúde na Pandemia e Futebol</i> .....	145
<b>Quadro 34</b> – Itens do planejamento explicitado pelos professores do grupo G1 para o uso das atividades <i>AT1, AT2 e AT3</i> em sala de aula.....	149
<b>Quadro 35</b> – Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática contemplados na <i>AT1, AT2 e AT3</i> , pelos procedimentos dos professores do grupo G1.....	151
<b>Quadro 36</b> – Procedimentos negritados dos professores do grupo G2 no desenvolvimento das atividades <i>Hambúrguer Artesanal, Saúde na Pandemia e Ovos de Chocolate</i> .....	152

<b>Quadro 37</b> – Itens do planejamento explicitado pelos professores do grupo G2 para o uso das atividades <i>AT1</i> , <i>AT2</i> e <i>AT4</i> em sala de aula.....	155
<b>Quadro 38</b> – Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática contemplados na <i>AT1</i> , <i>AT2</i> e <i>AT4</i> , pelos procedimentos dos professores do grupo G2.....	157
<b>Quadro 39</b> – Respostas dos professores dos grupos G1 e G2 à questão 2 do questionário autorreflexivo .....	158
<b>Quadro 40</b> – Procedimentos dos professores dos grupos G1 e G2 evidenciados na <i>AT1</i> , <i>AT2</i> , <i>AT3</i> e <i>AT4</i> .....	158
<b>Quadro 41</b> – Respostas dos professores do grupo G1 às questões 3 e 4 do questionário autorreflexivo .....	160

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	17
2.	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....	23
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM BREVE PANORAMA.....	23
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA: A PERSPECTIVA ASSUMIDA.....	24
2.3	MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	30
3.	A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA E ELEMENTOS DO O PLANEJAMENTO DOCENTE NESTE CONTEXTO.....	38
3.1	A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA.....	38
3.2	ELEMENTOS DO PLANEJAMENTO DOCENTE NO CONTEXTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	41
4.	ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	49
4.1	O CONTEXTO E OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	49
4.2	ESTRUTURA DA ANÁLISE DE DADOS .....	52
5.	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS .....	59
5.1	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO GRUPO G1 .....	59
5.1.1	Primeiro Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	60
5.1.2	Segundo Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	74
5.1.3	Terceiro Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Futebol</i> .....	93
5.2	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO GRUPO G2.....	105
5.2.1	Primeiro Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Hambúrguer Artesanal</i> .....	106
5.2.2	Segundo Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> .....	117
5.2.3	Terceiro Momento de Familiarização – Situação-problema <i>Ovos de Chocolate</i> .....	130
6.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	144
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	164

<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>168</b>
-------------------------	------------

## **APÊNDICES**

APÊNDICE 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	178
APÊNDICE 2 – QUESTIONÁRIO: REFLEXÃO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	180
APÊNDICE 3 – AUTORREFLEXÃO SOBRE MODELAGEM E PLANEJAMENTO DOCENTE COM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	181
APÊNDICE 4 – SITUAÇÃO-PROBLEMA <i>HAMBÚRGUER</i> <i>ARTESANAL</i> .....	182
APÊNDICE 5 – SITUAÇÃO-PROBLEMA <i>SAÚDE NA PANDEMIA</i> .....	183
APÊNDICE 6 – SITUAÇÃO-PROBLEMA <i>FUTEBOL</i> .....	184
APÊNDICE 7 – SITUAÇÃO-PROBLEMA <i>OVOS DE CHOCOLATE</i> .....	185

## 1. INTRODUÇÃO

No âmbito educacional, constatamos que o uso da modelagem matemática enquanto alternativa para o ensino de matemática é sugerido, tanto em documentos oficiais, como em pesquisas na área da Educação Matemática. Para além da importância do trabalho com atividades de modelagem matemática nos diferentes níveis de escolaridade, ou seja, atividades que detalhem relações entre conhecimentos matemáticos e conhecimentos oriundos da realidade, encontramos na formação de professores, foco de estudos e pesquisas que visam fomentar o uso e a implementação de práticas docentes com atividades de modelagem matemática (GOMES, 2018; LUNA; SANTIAGO, 2007; LUNA; SANTIAGO; ANDRADE, 2013, entre outros).

Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reafirma a necessidade de que os currículos e as propostas pedagógicas das escolas considerem a adequação, face ao contexto de ensino e aprendizagem em que a escola se insere, de uso de alternativas para o ensino de matemática, bem como à criação e disponibilização de materiais de orientação para professores, quanto a dar prosseguimento aos meios “[...] de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem” (BRASIL, 2017, p. 17).

Meyer (2020, p. 142) indica uma preocupação acerca de questões “[...] sobre o que estamos ensinando e, também, sobre o como estamos ensinando e aprendendo Matemática”. Para o autor, há resistência dos sujeitos envolvidos com a prática docente ou com a gestão da docência em relação às indicações de pesquisadores sobre a necessidade de mudanças no ensino da Matemática.

A articulação das especificidades em relação ao conhecimento da matemática enquanto linguagem, corpo de conhecimento e seus usos sociais e contextualizados de modo que seja possível uma prática docente que medeie a participação dos sujeitos na sociedade nos permite pensar na modelagem matemática como uma alternativa pedagógica, como defendido por Almeida, Silva e Vertuan (2016), que pode possibilitar o planejamento docente utilizando atividades de modelagem matemática.

A pesquisa em modelagem matemática na Educação Matemática é

extensa e inclui: diferentes níveis de escolaridade (BURAK, 1994, 2014; FERRUZZI *et al.*, 2010; SILVA, 2014; entre outros); diferentes indicações para a formação de professores em diferentes níveis de escolaridade (MALHEIROS, 2016; ROSA; ZAMPIERI; MALHEIROS, 2015; LUNA; BARBOSA, 2015; entre outros); especificidades associadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental (ALMEIDA; TORTOLA, 2014; TORTOLA; ALMEIDA, 2016; GOMES, 2018; TORTOLA, 2012, 2016; entre outros), entre outros.

De modo geral, a modelagem matemática é concebida como a arte de resolver problemas reais por meio da matemática (BASSANEZI, 2002). Problemas esses que podem partir de temas ou ser de interesse dos próprios alunos e que serão investigados e resolvidos por meio da matemática, com a mediação do professor no desenvolvimento das atividades (MALHEIROS, 2008).

Neste contexto, a modelagem matemática pode atuar na introdução e no uso de conceitos matemáticos e os professores podem se especializar no uso de atividades de modelagem matemática para colaborar com os alunos em certas especificidades da aprendizagem de conteúdos matemáticos e interdisciplinares (BURAK; MARTINS, 2015).

O uso da modelagem matemática vai ao encontro dos desafios vislumbrados por diferentes pesquisadores para a Educação Matemática. Ricci (2013) argumenta que na educação brasileira, tem sido desafiador para a escola se reestruturar, tanto didática quanto metodologicamente, a fim de pensar na reestruturação do ensino de matemática de um jeito de ensinar e de aprender que requer o foco em como ensinar e nos profissionais que permeiam os processos de ensino e de aprendizagem.

A pesquisa na formação de professores de matemática para atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos indica a existência de lacunas em sua formação inicial, particularmente no que se refere à disciplina de Matemática, destacando a necessidade de, em formação continuada, focar o aprimoramento da prática docente, com vistas ao desenvolvimento dos alunos (OLIVEIRA, 2014). Neste sentido, é relevante a importância da inserção da modelagem matemática já em formação inicial, em cursos de Licenciatura em Matemática e não somente isso, mas que, além da leitura e discussão sobre modelagem, os acadêmicos precisam vivenciar

a prática de “fazer” modelagem, tanto nas disciplinas de seus cursos, quanto em sala de aula, vivenciando a prática da modelagem nas aulas de Matemática (MALHEIROS, 2016).

O “fazer” modelagem matemática está associado ao contato com a modelagem matemática na condição não apenas de professor, mas de modelador, e neste momento os professores podem refletir sobre as atividades de modelagem matemática desenvolvidas e acerca das possíveis mudanças que podem se promover em sala de aula, o que colabora para a sua formação (ROSA; ZAMPIERI; MALHEIROS, 2015; SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2015; LUNA; BARBOSA, 2015).

Especificamente quando tratamos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebemos que a pesquisa sobre modelagem matemática compreende diferentes perspectivas na literatura: articulações entre modelagem matemática e linguagem (ALMEIDA; TORTOLA, 2014) e como esses alunos formulam, usam e validam seus modelos matemáticos (TORTOLA; ALMEIDA, 2016); bem como sobre a formação de professores em modelagem matemática neste nível de escolaridade (GOMES, 2018; LUNA; ALVES, 2007; LUNA; SANTIAGO, 2007; entre outros).

Gomes (2018) investigou a formação de professores em modelagem matemática, partindo do desenvolvimento de atividades em um grupo de pesquisa com características colaborativas, com base em três etapas de formação: planejamento-ação-reflexão.

Visamos colaborar com este quadro investigativo e ampliar as possibilidades de uso da modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Então, associamos à essa pesquisa, o produto educacional, um caderno de atividades de modelagem matemática desenvolvidas no contexto de um curso de formação, por professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os dados coletados no desenvolvimento dessas atividades fomentaram a investigação da nossa pesquisa, que visa articular os procedimentos dos professores no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática ao planejamento docente com atividades de modelagem matemática, em espaço de formação de professores dessa etapa de escolaridade.

Neste contexto, essa pesquisa se aproxima das pesquisas de Gomes (2018), visto que ambos concebemos a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica e, assim como Gomes (2018), as atividades de modelagem matemática propostas em nossa pesquisa, foram desenvolvidas por professores, em espaço de formação e pensadas de forma que seja possível desenvolvê-las com alunos em sala de aula, no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental. E, da mesma forma que Gomes (2018) e Tortola (2012; 2016) as atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas com professores participantes da pesquisa por meio dos três momentos de familiarização – que versam sobre a familiarização dos sujeitos com atividades de modelagem matemática (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; DIAS, 2005).

Outros autores, no entanto, balizam nosso entendimento e fomentam o referencial teórico proposto (MENDONÇA; LOPES, 2015; FERREIRA; SILVA, 2019; SILVA; OLIVEIRA, 2012; NUNOMURA; PIEROBON; SILVA, 2018). E, neste contexto, essa pesquisa versa sobre modelagem matemática: como os professores desenvolvem atividades de modelagem matemática e as planejam; quais procedimentos são suscitados por professores dos anos iniciais, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, no âmbito de um curso de formação; quais as relações dos procedimentos dos professores com as fases de uma atividade de modelagem matemática, caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016); quais as relações dos procedimentos dos professores com os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) e indicativos associados ao planejamento docente com atividades de modelagem matemática.

O planejamento docente pode ser considerado como uma das principais ações do professor, pois desempenha a função de assessorar suas ações, elencar suas tarefas, estipular suas metas, bem como propor quais serão os objetivos a serem alcançados nas situações de ensino e de aprendizagem (FERREIRA; SILVA, 2019). No âmbito da modelagem matemática, tal planejamento é visto como um trabalho que deve abordar, tanto os aspectos conceituais, quanto os metodológicos e pedagógicos, visando alcançar os objetivos das esferas escolar, bem como as necessidades familiares, sociais e dos alunos (MENDONÇA; LOPES, 2015).

Assim, essa pesquisa tem por objetivo: *identificar os procedimentos*

*de professores dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e no planejamento docente com modelagem matemática.*

A fim de auxiliar-nos no objetivo da pesquisa, elencamos alguns objetivos específicos:

- identificar os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, no decorrer do *aprender sobre e por meio* da modelagem matemática;
- identificar os procedimentos dos professores na elaboração dos itens do planejamento docente para condução de aulas com atividades de modelagem matemática;
- analisar a viabilidade das atividades desenvolvidas pelos professores em relação à natureza de atividades de modelagem matemática.

Para contemplar o objetivo geral e os objetivos específicos da pesquisa, realizamos a pesquisa teórica, que resultou na formação do corpus para a composição do referencial teórico que utilizamos para redigir essa dissertação, desenvolvemos a pesquisa empírica, um curso de formação direcionado à professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com aulas remotas, devido ao contexto de pandemia. A pesquisa empírica nos forneceu registros escritos e gravação em vídeo e áudio, por meio dos quais realizamos a descrição e a análise qualitativa dos dados.

Este relatório de pesquisa compreende seis capítulos: essa introdução que situa a pesquisa e evidencia o objetivo de pesquisa; o referencial teórico que baliza o entendimento de modelagem matemática na Educação Matemática, a perspectiva de modelagem matemática assumida, bem como elementos da pesquisa em modelagem matemática nos anos iniciais; elementos associados à formação continuada de professores dos anos iniciais em modelagem matemática e ao planejamento docente com atividades de modelagem matemática para o uso em sala de aula; os aspectos metodológicos, os instrumentos de coleta de dados, a caracterização da produção técnica educacional associada à essa dissertação e a estrutura de análise de dados utilizada na pesquisa; a análise de dados; a discussão dos resultados e, por fim, as considerações finais com reflexões sobre o objetivo da pesquisa, resultados evidenciados na análise dos dados,

reconfiguração da pesquisa e possíveis desdobramentos futuros.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo tratamos da modelagem matemática na Educação Matemática com a finalidade de apresentar a perspectiva de modelagem matemática assumida nessa pesquisa e algumas das características enunciadas nas pesquisas sobre modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

### 2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM BREVE PANORAMA

É fato o aumento de pesquisas sobre modelagem matemática na Educação Matemática, bem como a produção de livros, artigos, dissertações e teses no cenário brasileiro (MAGNUS; CALDEIRA; DUARTE, 2016) porém, os resultados das mesmas também apontam que é morosa a sua inserção em sala de aula (MALHEIROS, 2016). Contudo, há diversos autores que apresentam como resultados de suas pesquisas, os benefícios de utilizar a modelagem matemática para ensinar Matemática em sala de aula (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; BIEMBENGUT, 2009; CEOLIM; CALDEIRA, 2015; ROSA; KATO, 2014; LUNA; BARBOSA, 2015; BURAK; MARTINS, 2015).

A modelagem matemática teve sua origem na Matemática Aplicada, área na qual manifestaram-se as primeiras concepções, bem como os meios necessários para que as atividades desenvolvidas fossem descritas como atividades de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016). O termo “Modelagem Matemática” já havia sido identificado desde o começo do século XX, na bibliografia de cursos como os das Engenharias e das Ciências Econômicas e, de acordo com Biembengut (2009, p.1) já naquela época foi utilizado como meio para “[...] descrever, formular, modelar e resolver uma situação-problema de alguma área do conhecimento”.

Na contemporaneidade é recorrente o debate acerca da modelagem matemática no contexto da Educação Matemática (BIEMBENGUT; HEIN, 2018) cujo início no cenário brasileiro ocorreu em meados da década de 1970 (MALHEIROS, 2016; OLIVEIRA, 2017; OLIVEIRA; KATO, 2017). As primeiras manifestações de práticas de modelagem matemática na Educação Matemática se deram por conta das ações de alguns precursores, que desempenharam importante papel, não só para

impulsionar, como também para consolidar a modelagem matemática na Educação Matemática.

Nomes como os de Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D' Ambrosio e Rodney Carlos Bassanezi, fizeram discípulos pelo território brasileiro (BIEMBENGUT, 2009; MAGNUS; CALDEIRA; DUARTE, 2016). Estes pesquisadores coordenaram os primeiros debates acerca de “*como se faz um modelo matemático e como se ensina matemática*” (BIEMBENGUT, 2009, p.2) o que oportunizou, em paralelo, o surgimento da linha de pesquisa modelagem matemática na Educação Matemática no Brasil.

Desde os anos 1980, olhares têm surgido na área da Educação Matemática, direcionados ao “[...] ensino e a aprendizagem mediados por problemas que têm sua origem, de modo geral, fora da Matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 11). A essas situações podemos associar a modelagem matemática, que em documentos oficiais aparece definida como uma tendência da Educação Matemática (PARANÁ, 2008, 2018).

Neste contexto, nos dirigimos à perspectiva de modelagem Matemática assumida nessa dissertação.

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA: A PERSPECTIVA ASSUMIDA

Essa pesquisa aborda a modelagem matemática na Educação Matemática como uma alternativa pedagógica em que, por meio da Matemática, podemos tratar de problemas que não são essencialmente matemáticos (ALMEIDA; BRITO, 2005). Na literatura, educadores matemáticos apontam que a modelagem matemática estabelece uma relação entre a Matemática escolar e temas que não são especificamente matemáticos, mas que são motivados por situações da realidade e que despertam o interesse dos alunos (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; DIAS, 2005; TORTOLA, 2012; 2016; entre outros).

A problematização das atividades de modelagem matemática está relacionada a problemas que, de antemão, os alunos não saibam como resolver, o que podemos constatar nas palavras de Barbosa (2004, p. 4) “[...] devem se constituir como problemas para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las”. Para o autor, a ação de problematizar instiga o aluno a levantar

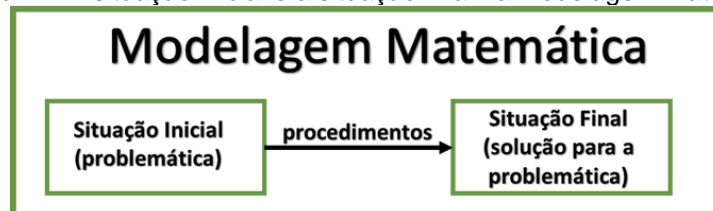
questionamentos e formular perguntas-problema, a investigar, e pode mobilizar outras ações como selecionar, organizar as informações e pensar sobre elas. Esses problemas situam-se em contextos externos à matemática e podem ser procedentes de outras áreas do conhecimento, como podem ser parte do cotidiano dos alunos (BARBOSA, 2004; LUNA, SANTIAGO, ANDRADE, 2013).

Atividades de modelagem matemática, de modo geral, podem ser descritas:

[...] em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 12).

A situação inicial ou problemática é chamada de situação-problema, e à situação final pretendida associa-se uma representação matemática chamada de modelo matemático que deve ser validado com seus resultados interpretados face à situação inicial (Figura 1).

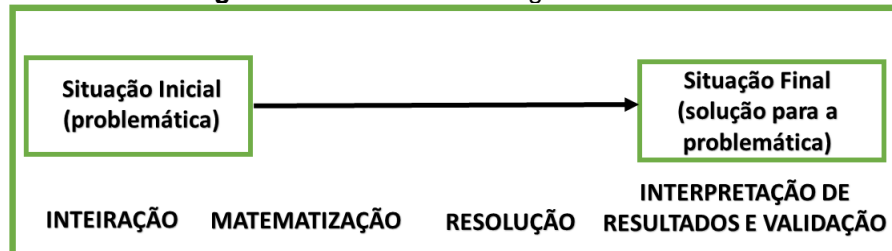
**Figura 1** – A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática



**Fonte:** Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 12).

Nesse sentido, acontece uma interação entre a realidade e a matemática, visto que ocorre uma transição da situação inicial para o uso de conceitos e procedimentos matemáticos. Como asseguram Almeida, Silva e Vertuan (2016), a partir dessa interação, é possível que os alunos acionem, produzam e agreguem conhecimentos matemáticos com os não matemáticos, os quais serão utilizados para chegar a uma situação final, uma solução para o problema.

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática pode ocorrer por meio de fases, caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016) como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Figura 2).

**Figura 2 – Fases da Modelagem Matemática**

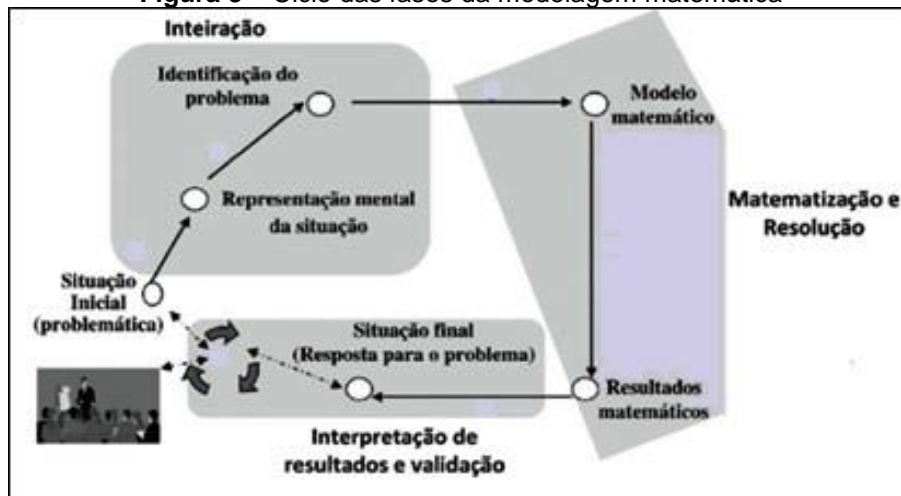
Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016, p.15).

Na fase inteiração ocorre o primeiro contato dos alunos com a situação-problema. Trata-se do levantamento de informações a respeito da situação da realidade a ser investigada, como: escolher o tema a ser estudado, coletar dados e formular o problema a ser investigado. Na fase matematização ocorre a tradução entre a linguagem natural e a linguagem matemática. Trata-se da formulação de hipóteses, seleção de variáveis, realização de simplificações. Na fase de resolução, procedimentos matemáticos com vistas ao uso e elaboração de modelos matemáticos que sejam úteis para responder ao problema formulado. Já, na fase interpretação de resultados e validação, acontece a validação do modelo matemático obtido e uma análise interpretativa para constatar a validade da resposta obtida em relação à situação inicial.

Considerando essas especificidades do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, os autores sinalizam que nem sempre essas fases ocorrem de maneira linear, mas quando sistematizadas visam representar a atividade de modelagem matemática, que neste contexto caracteriza-se por meio de quatro elementos: situação-problema; matemática; processo investigativo; análise interpretativa (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

A Figura 3 aborda o ciclo de modelagem matemática que compreende estes elementos, que podem ser abordados pelos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

**Figura 3** – Ciclo das fases da modelagem matemática



Fonte: adaptado de Almeida; Silva; Vertuan (2016, p.25).

Neste contexto, os procedimentos são ações, identificadas em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura:

- Com relação a formulação de problemas e levantamento de informações: escolha do tema; coleta de dados; simplificações; formulação do problema.
- Com relação à transição do problema real para a estruturação do problema matemático: formulação de hipóteses; seleção de variáveis; transição de linguagens (da linguagem natural para a linguagem matemática);
- Com relação à solução do problema matemático: realização de simplificações; construção ou uso de uma representação matemática; uso de regras e técnicas internas à matemática;
- Com relação à validação e interpretação de resultados: validação da representação matemática; resposta ao problema inicial; interpretação da resposta face ao problema investigado.

Na Figura 4, apresentamos uma síntese dos termos referentes aos procedimentos, ou seja, as ações que envolvem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

**Figura 4** – Procedimentos que envolvem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática



Fonte: a autora (2021).

No decorrer da atividade um dos procedimentos se refere à construção de uma representação matemática, também denominada modelo matemático. Modelos matemáticos são característicos da fase de resolução e um modelo matemático pode ser descrito “[...] por meio de linguagem matemática, símbolos e relações, cuja organização ao ser interpretada revela características e comportamentos da situação-problema sob investigação na atividade de modelagem matemática. A organicidade do sistema matemático aparece nas atividades de modelagem matemática sob a forma de gráficos, tabelas, [...] figuras, entre outros” (SOUSA; TORTOLA, 2021, p.3). No início da escolarização modelos matemáticos podem ser entendidos:

[...] como uma estrutura, expressa por meio de uma linguagem matemática, que pode assumir diferentes representações, sejam elas, numérica, algébrica, gráfica, tabular, geométrica, figural ou linguagem natural. E o que, de fato, muda em relação aos demais níveis de escolaridade é a linguagem utilizada nessas representações (TORTOLA, 2012, p. 150).

De acordo com Tortola (2012), uma particularidade dos modelos matemáticos construídos por alunos dos anos iniciais está relacionada à linguagem por eles utilizada.

No que diz respeito ao encaminhamento de atividades de modelagem matemática para a sala de aula, Tortola (2012) afirma que tal ação exige que os alunos assumam atitude de investigação acerca da situação-problema que lhes é apresentada. De modo a minimizar o impacto de atividades dessa natureza com alunos, professores e demais sujeitos que não tenham familiaridade com atividades investigativas a literatura sugere que a inserção de atividades de modelagem matemática no ambiente escolar seja realizada gradativamente.

Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005) sistematizam três momentos para que tal inserção possa ocorrer de modo gradativo:

- No primeiro momento, o professor apresenta aos alunos uma situação-problema, com todos os dados e informações referentes ao tema; acompanha todo o desenvolvimento da atividade e orienta os alunos a investigar o problema, deduzir, analisar, utilizar um modelo matemático, assim como nortear as ações de definir as variáveis e as hipóteses, simplificar, realizar a transição para a linguagem matemática, obter e validar o modelo;
- Em um segundo momento, o professor sugere um tema para investigação. A situação-problema, coleta de dados e informações bem como os demais procedimentos ficam a cargo dos alunos que orientados pelo professor investigam a situação de modo a obter uma resposta possível para a problemática investigada;
- Por fim, no terceiro momento são os alunos que, agora conduzem uma atividade de modelagem matemática e se responsabilizam por todas as ações desde o começo, partindo da escolha de um tema, identificam a situação-problema, coletam e analisam os dados, fazem as transições da linguagem natural para a matemática e vice-versa, obtêm e validam o modelo matemático, assim como o utilizam para analisar a situação-problema, finalizando com a comunicação dos resultados para os demais.

Considerando o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Básica, essa pesquisa aborda como professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental desenvolvem atividades de modelagem matemática e as planejam para o uso em turmas dos anos iniciais. Neste contexto, enunciamos aspectos da pesquisa em modelagem matemática nos anos iniciais.

## 2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A Educação Básica é obrigatória e deve ser ofertada pelo Estado de forma gratuita, a partir dos 4 (quatro) anos até a os 17 (dezesete) anos de idade, em conformidade com o art. 4º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) nº 9394/96, que a organizou em três etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. No art. 2º, a referida lei especifica que a Educação tem como foco o educando e visa, não só seu pleno desenvolvimento, como também objetiva que o mesmo seja qualificado para o mundo do trabalho, bem como para que seja capaz de exercer a sua cidadania. Nesse sentido, propõe-se um ensino ministrado em princípios, tais como: a liberdade de pesquisar; o estabelecimento de um vínculo entre a educação escolar [...] e as práticas sociais (BRASIL, 1996). Já em documento oficial recente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), temos que:

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, deve-se retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço [...] para iniciar uma sistematização dessas noções. Nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância (BRASIL, 2017, p. 276).

Uma das razões que colaboraram para o surgimento da Matemática em nosso cotidiano foi justamente a necessidade que o ser humano apresentou de se estruturar em sociedade (TORTOLA, 2012) assim, é necessário também que os alunos dos anos iniciais vivenciem tal estruturação e sejam preparados para as relações que ocorrem, não só no ambiente familiar e escolar, mas na sociedade como um todo.

Neste contexto, entendemos que o ensino precisa se adequar a essas necessidades e isso pode ser evidenciado como um dos fatores que torna importante o uso da Matemática na vida cotidiana, nas práticas sociais. Segundo Pinto e Araújo (2021, p. 6):

[...] a modelagem pode configurar-se como uma possibilidade para que os alunos relacionem a matemática com uma dada situação real; desenvolvam habilidades matemáticas e de outras disciplinas do currículo escolar; vivenciem uma investigação em sala de aula, assumindo-se como protagonistas do processo; reflitam e tomem decisões embasados no conteúdo matemático e em questões sociais,

políticas, econômicas ou ambientais, que podem surgir no desenvolvimento da atividade.

Diante disso, a literatura aponta a relevância do uso da modelagem matemática no contexto escolar, como indicam Almeida e Brito (2005). Especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, constatamos o uso da modelagem matemática relatado por meio de práticas vivenciadas por Luna (2007; 2012), Souza (2012), Tortola (2012; 2016), entre outros, com vistas a propiciar que conceitos matemáticos sejam construídos e elaborados desde esta etapa de escolarização. Para Oliveira e Soares (2013) e Silva e Klüber (2012), o uso da modelagem matemática nos anos iniciais contribui para a formação da consciência crítica e reflexiva dos estudantes, evidenciado também por autores como Luna (2007), Luna e Alves (2007) e Tortola (2016).

A literatura nos apresenta que ainda são poucas as ocorrências de pesquisas em modelagem matemática nos anos iniciais, como podemos verificar nas pesquisas de Jocoski, Kowalek e Veleza (2018), Luna e Alves (2007), Luna, Souza e Lima (2012), Madruga e Breda (2017), Silva e Klüber (2012), entre outros.

Silva e Klüber (2012, p. 236) autores esclarecem que “[...] o maior número de produções corresponde às investigações sobre o uso da modelagem matemática nas diferentes etapas da Educação Básica, exceto nos Anos Iniciais”.

Madruga e Breda (2017), verificaram como a modelagem matemática é apresentada nas pesquisas que abordam esse tema, especificamente nos anos iniciais da Educação Básica e encontraram pontos em que as pesquisas se intersectam, no que diz respeito aos benefícios que a modelagem matemática proporciona no aprendizado dos alunos dos anos iniciais, possibilitando que, tanto os discentes, quanto os docentes construam seus próprios objetos de estudos, por meio da observação e do contato com situações da realidade, para encontrar um modelo que as represente. As autoras enfatizam que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos dos anos iniciais, pode proporcionar a ampliação de seu conhecimento matemático e possibilitar o uso desses conhecimentos em práticas cotidianas, tornando-os hábeis, não só a resolver problemas, como também a desenvolver diversas atividades matemáticas e extramatemáticas, produzindo, dessa forma, significado aos conteúdos curriculares.

Já o estudo realizado por Guerreiro e Serrazina (2017) teve como foco o papel assumido pelas representações, conforme estas vão sendo usadas e transformadas em modelos das situações que foram contextualizadas e, conseqüentemente, evoluem para modelos de raciocínio. Os sujeitos envolvidos foram alunos do 1º ciclo do Ensino Básico, com idade entre oito e dez anos, com vistas à aprendizagem dos números racionais. Foram desenvolvidas quatro atividades: na primeira, os alunos exploraram a dinâmica de uma bateria de celular; na segunda, uma barra de status de um jogo de celular -utilizada para indicar o progresso do descarregamento de um programa ou jogo- que serve como representação de uma situação do dia-a-dia, foi construída como modelo de uma situação da realidade para representar parte de um programa gravado; a terceira refere-se à cães *bulldogs* franceses; e a quarta remete à compreensão da representação decimal. A experiência relatada pelos autores serviu de auxílio para que os alunos construíssem, de forma gradativa, a aprendizagem que interrelaciona diferentes representações simbólicas dos números racionais.

Mendonça e Lopes (2017) realizaram uma pesquisa a partir de reuniões colaborativas em um grupo de pesquisa, formado, no ato da pesquisa, pelos autores e mais cinco professores da Educação Básica. O estudo foi realizado por meio de um projeto, cujos participantes foram vinte alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal, em que o objetivo proposto foi para os alunos envolvidos vivenciassem as etapas de uma investigação estatística. Os resultados obtidos pelos autores apontam que, a dinâmica aberta apresentada pela modelagem matemática e a sua prática possibilitou aos professores uma postura de reflexão e comprometimento; e ressaltam que, quando as atividades de modelagem matemática são desenvolvidas regularmente em sala de aula elas possibilitam a construção, mesmo que lenta, de uma cultura mais investigativa.

Jocoski, Kowalek e Velede (2018) realizaram uma pesquisa em Anais de eventos<sup>1</sup> acerca das publicações nos formatos de artigos científicos e relatos de experiência que abordam o uso da modelagem matemática em sala de aula dos anos

---

<sup>1</sup> Os trabalhos analisados são aqueles publicados nos Anais do SIPEM, ENEM, CNMEM e EPMEM que ocorreram no período compreendido entre 2008 e 2017 (JOCOSKI; KOWALEK; VELEDA, 2018, p. 2).

iniciais, cujo interesse foi saber como se configurava o uso da modelagem matemática em sala de aula nesse contexto. Os autores relatam também que, mesmo com indicações na literatura acerca da importância da participação dos estudantes na escolha do tema da atividade de modelagem matemática, essa ação é predominante por parte dos professores. Os autores acentuam a pertinência do uso da modelagem matemática nos anos iniciais, por meio da qual, muitas situações cotidianas são possíveis de ser compreendidas e interpretadas.

Alves (2018), ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática com crianças norteou sua pesquisa pela teoria e metodologia das ideias da criança, que são confirmadas por autores que acreditam que a criança é produtora e portadora de cultura, e é influenciada por sua construção na sociedade e na história, e por sua relação com o mundo.

Já Palma (2019) se interessou em questões relativas à criatividade em modelagem matemática e produziu um caderno de atividades desenvolvidas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. O autor destacou o estabelecimento de uma relação entre a modelagem matemática e a criatividade, a partir do desenvolvimento de atividades que abordaram os temas: Vendendo Sacolés (geladinhos); Slime; Água; Lixo; Cercando o Parque do Povo; Quero ser um Youtuber e Placas novas de Automóvel. Para o autor, os conhecimentos demonstrados pelos alunos no decorrer das situações que foram investigadas, suscitaram criatividade, os alunos assumiram uma conduta ativa durante a resolução de atividades dessa natureza e, não só houve trabalho cooperativo em grupos, como também o interesse pelos temas e a evidência do envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades.

Assim como Palma (2019) o público alvo de Ronchetti (2018) também se refere à alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e sua pesquisa alinou-se aos pressupostos da Educação Matemática Crítica, com o objetivo de evidenciar a ocorrência da aprendizagem de grandezas (massa e comprimento). O autor fez uso do diálogo e da mobilização simultânea dos diversos registros de representação semiótica que emergem de uma atividade de modelagem matemática, abordando a problemática do lixo, bem como sua correta destinação, com os olhares voltados sobre o lixo orgânico e como ocorre sua transformação em adubo orgânico. Os autores evidenciam o favorecimento que a prática pedagógica da modelagem matemática na

perspectiva sociocrítica possibilitou à comunicação do Modelo de Cooperação Investigativo, e ainda, que o envolvimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica na elaboração das atividades, possibilitou a aprendizagem dos conceitos relacionados às grandezas massa e comprimento.

Para Tortola (2012), o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula requer dos alunos uma postura ativa, no sentido de investigar a situação problema a eles apresentada para estudo. O autor investigou os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Já Tortola (2016), direcionou sua investigação às configurações que as atividades de modelagem matemática podem assumir ao serem desenvolvidas por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Após observar e registrar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com alunos do 1º ao 5º ano, o autor enfatiza que o uso da modelagem matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática, disponibiliza, tanto aos alunos, quanto aos professores a oportunidade de promover discussões e reflexões sobre conceitos matemáticos com base em seus usos, ao interpretar, analisar e investigar problemas oriundos de situações reais.

As experiências com a modelagem matemática podem partir de diversas motivações como relatam Butcke, Carvalho e Tortola (2014). Na busca pela matemática, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental foi motivada pela releitura da obra “Abaporu”, de Tarsila do Amaral, no intuito de descobrir qual a relação entre o tamanho do pé e a numeração padronizada de calçados existente. Os autores observaram, no desenvolvimento dessa atividade, aspectos relacionados à dinâmica das aulas, destacando que os alunos puderam, não somente estudar conteúdos matemáticos, como também levantaram discussões entre eles, de modo que outros conhecimentos externos à Matemática foram suscitados de uma forma mais atrativa. Outro aspecto destacado pelos autores refere-se ao fato de que, a modelagem matemática subsidia o desenvolvimento de habilidades de investigação por parte dos alunos, o que colabora para que eles façam uso da matemática para resolver problemas, desde o início da escolarização.

Luna (2007) usou a modelagem matemática para estudar o tema 'Assim funciona um Restaurante Natural' e Luna e Alves (2007), realizaram um estudo com uma professora e 22 estudantes de quarta série, participantes do desenvolvimento de um projeto de Ciências, denominado "Corpo Ativo". Diante de vários questionamentos por parte dos alunos, foi desenvolvida uma investigação, por meio da modelagem matemática, que envolveu o tema 'anorexia', cujo interesse foi despertado após ser noticiado pela mídia local um fato de anorexia desenvolvido por uma garota de 15 anos que na época pesava 35kg. As autoras consideram importante o uso da modelagem matemática, no que tange ao favorecimento das interações discursivas entre estudantes dos anos iniciais, podendo oportunizar "[...] a ampliação do repertório dos alunos em relação aos conhecimentos técnicos e matemáticos e o desenvolvimento de um pensamento mais crítico e reflexivo" (LUNA; ALVES, 2007, p. 873).

Já, a motivação de Luna, Souza e Santiago (2009) emergiu de temas sociais. Juntamente com uma professora e dezessete alunos, a investigação envolveu a construção de cisternas no semi-árido baiano e verificou-se o uso da modelagem matemática, com vistas a compreender como se dá a criticidade dos alunos dos anos iniciais frente ao papel desempenhado pelos modelos matemáticos em questões sociais. Elas evidenciam, também, a relação entre Matemática e realidade, no contexto nordestino, considerado propício para os alunos desenvolverem uma análise crítica acerca de como a Matemática atua em questões sociais, o que lhes permite, no levantamento de discussões, notar a presença de conteúdos matemáticos nessas questões que envolvem sociedade e política. A abordagem dada a temas como este possibilita que estudantes compreendam a existência da união entre a Matemática e à "[...] fatores sociais, econômicos, políticos e pessoais (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009, p. 152).

Luna (2007) considera importante a implementação da modelagem matemática no contexto escolar desde os anos iniciais, possibilitando a mobilização de conceitos matemáticos por parte dos alunos, por meio da interação com situações da realidade, além de possibilitar o preparo dos estudantes para o exercício da cidadania.

Luna, Santiago e Andrade (2013), acentuam a possibilidade de criação de condições em ambiente escolar, desde os anos iniciais, que incentivem professores a desenvolver atividades de modelagem matemática em suas aulas, permitindo, simultaneamente, que haja, entre os alunos a discussão de temas em pauta na sociedade e que percebam que textos próprios do discurso matemático tratados na escola se fazem presentes nesses debates.

Kaminsk e Boscaroli (2018) agregaram a modelagem matemática às Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) e relataram uma experiência vivenciada com vinte e seis estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, que fizeram uso do Scratch para introduzir ideias de modelagem matemática por meio da produção de jogos. Os autores destacam que durante o desenvolvimento da atividade, foram exploradas, por parte dos alunos, habilidades como “[...] análise, elaboração de hipóteses, experimentação, avaliação de resultados, tomada de decisões e discussão crítica. Aspectos como trabalho em equipe, cooperação, colaboração, criatividade também foram explorados durante todo o desenvolvimento dos jogos” (KAMINSK; BOSCARIOLI, 2018, p. 1546). Os autores concebem a modelagem matemática como um meio de tentar sanar os problemas, bem como as dificuldades inerentes ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Para Burak (1994) o trabalho com a modelagem matemática não acontece da mesma forma em todos os níveis de escolaridade, pois nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por exemplo, com alunos do 1º (primeiro) e 2º (segundo) ano, o desenvolvimento de atividades de modelagem parte mais do interesse deles e não tanto de problemas, uma vez que esses alunos estão mais dispostos ao lúdico, como as brincadeiras, as histórias infantis e simulações de compra e venda, como mercadinho. Já, com alunos a partir do 3º (terceiro) ano, o trabalho com modelagem matemática a partir de problemas pode ocorrer com mais frequência, porém, isso não é entendido como uma regra.

E ainda, o trabalho com a modelagem matemática nos diferentes níveis de escolaridade pode ser realizado de diversas formas, pois se ajusta aos objetivos a ele propostos, de acordo com Burak (2014).

No que diz respeito à situação-problema, a mesma situação pode ser trabalhada nos diferentes níveis de escolaridade, porém, pode se conduzir de forma diferente, como observam Silva e Veronez (2010).

Ferruzzi *et al.* (2010) sinalizam que um outro aspecto a ser considerado, referente à implementação da situação-problema em questão, refere-se a providências quanto às devidas “[...] adequações ao contexto escolar e que sejam considerados os conhecimentos matemáticos e extramatemáticos dos alunos envolvidos” (FERRUZZI *et al.*, 2010, p. 2).

Verificamos, em documentos oficiais, a valorização do educando, considerando importante que o ensino a ele direcionado, possibilite a pesquisa, estabeleça relações com práticas sociais e promova o desenvolvimento de habilidades matemáticas a partir de vivências do cotidiano (BRASIL, 1996; 2017).

Tais vivências podem ser experienciadas pelos alunos, em particular, os dos anos iniciais, por meio do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, como bem podemos constatar nos relatos da literatura aqui exposta, que evidencia os benefícios do uso da modelagem matemática nos anos iniciais.

Prosseguimos, destacando a importância do planejamento de professores nas atividades de modelagem matemática, compreendido como “[...] um processo de tomada de decisões relativas à elaboração da atividade de modelagem e na organização das ações e estratégias do professor” (SILVA; OLIVEIRA, 2012, p. 1076).

Neste contexto, enunciaremos aspectos da pesquisa relacionados à formação de professores em modelagem matemática e ao planejamento docente.

### 3. A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA E ELEMENTOS DO PLANEJAMENTO DOCENTE NESTE CONTEXTO

Neste capítulo tratamos da formação de professores em modelagem matemática, no âmbito da Educação Matemática e apresentamos algumas pesquisas sobre o tema. Abordamos, também, elementos do planejamento de atividades de modelagem matemática para uso em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

#### 3.1 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental são também chamados de professores polivalentes, pois trabalham com diferentes áreas do conhecimento, explicam Luna, Santiago e Andrade (2013). Nessa pesquisa, voltamos nossos olhares a esses professores com uma proposta de formação em modelagem matemática, possibilitando uma experiência que os permita optar por uma prática docente que envolva atividades investigativas.

Sobre os aspectos da formação em modelagem matemática, Sousa e Almeida (2021) esclarecem que:

[...] a formação dos professores em Modelagem Matemática não se refere somente à teoria relativa à Modelagem Matemática, mas também às especificidades do desenvolvimento dessas atividades, como a investigação de uma “realidade”, a formulação de um problema, a formulação de hipóteses, realização de simplificações e uso de modelos matemáticos, bem como seu uso para o ensino e a aprendizagem da matemática (SOUSA; ALMEIDA, 2021, p. 7).

Dessa forma, aliando teoria e prática, estruturamos uma formação em modelagem com base na proposta de Almeida, Silva e Vertuan (2016) de *aprender sobre, aprender por meio, e ensinar usando* modelagem matemática. Para tanto, apresentamos algumas pesquisas que balizam nosso entendimento sobre desse tema.

Luna e Alves (2007) relatam que diante da inquietação quanto à implementação da modelagem matemática nos anos iniciais, um grupo de formação

continuada, iniciou os trabalhos acerca dessa temática em meados de 2006 no intuito de compreender como interagem os discursos entre professor-aluno e aluno-aluno, no desenvolvimento de atividades envolvendo modelagem matemática.

Já Luna e Santiago (2007), apresenta uma investigação acerca das dificuldades apresentadas por professoras participantes de um grupo de formação, em organizar o ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental, suscitando reflexões a partir de situações reais. Tal investigação gerou a proposta e a implementação da modelagem matemática com estudantes da quarta série a partir da investigação do tema “Mudança do plano na telefonia fixa de pulsos para minutos”. A atividade foi desenvolvida por meio de uma abordagem da modelagem matemática na perspectiva sócio-crítica. As autoras enfatizam que os alunos fizeram reflexões acerca do papel exercido pela Matemática na sociedade, e ainda, experienciaram a modelagem matemática.

Direcionado à formação de professores em modelagem matemática, Gomes (2018) investigou três etapas de formação – planejamento, ação e reflexão – e averigou como professoras dos anos iniciais lidam com atividades de modelagem matemática em sua prática, nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo. A autora enfatiza ser indispensável a inserção de professores, em particular os polivalentes, em contextos de formação e este modelo contribuiu para que as professoras assumissem uma prática pedagógica favorável à implementação da modelagem matemática em suas aulas. Os resultados da autora apontam que as professoras atribuíram significado a conceitos matemáticos, cujo aprendizado se evidenciou nas etapas do modelo de formação em modelagem matemática proposto.

Em pesquisa sobre as manifestações dos professores após a conclusão de um curso de formação em serviço, que envolveu a modelagem matemática, alinhando com a análise dos trabalhos desenvolvidos por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Kaviatkovski (2012) analisou de que forma estava na época ocorrendo a inserção da modelagem matemática no contexto escolar e buscou responder que contribuições a inserção da modelagem matemática, como uma metodologia de ensino e aprendizagem, pode oferecer ao ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No âmbito da formação continuada, Machado (2010) realizou uma

pesquisa com sete professoras dos anos iniciais, com atuação no 3º e 4º anos e investigou a inserção da modelagem matemática em suas práticas docentes, cujo foco foi a identificação das percepções da modelagem matemática das educadoras envolvidas na investigação. A autora desenvolveu quatro oficinas com o intuito de proporcionar uma discussão crítica e um embasamento teórico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Por fim, elaborou, juntamente com as professoras, uma sequência didática, que posteriormente foi desenvolvida com os alunos em sala de aula. Os resultados da autora evidenciam que as professoras assumiram uma postura docente que envolve a mediação e a investigação, possibilitando que os alunos vivenciem novas experiências e se apropriem de novos significados.

Souza, Luna e Lima (2014), realizaram uma análise acerca de como o professor atua quando exerce a função de orientador dos discursos que as crianças produzem, durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Foram observadas uma professora e vinte e duas crianças do 4º ano do Ensino Fundamental, divididas em três grupos, durante o desenvolvimento de uma atividade intitulada “Água Virtual”. As autoras constataram que a professora adotou uma postura de líder, no que se refere às produções discursivas dos alunos, no decorrer da atividade de modelagem matemática desenvolvida. No entanto, as autoras enfatizam que o esperado é que as próprias crianças produzam o discurso do que intencionam elaborar, como tentativa de solução do problema. A professora direcionou de maneira diferente o discurso em cada um dos três grupos, ação que lhe é permitida, devido a natureza aberta que uma atividade de modelagem matemática pode apresentar.

A pesquisa de Ribeiro (2016) investigou a formação continuada de professoras da rede pública de ensino do Estado de São Paulo, que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental I e quais as contribuições dessa formação para as reflexões sobre o conhecimento para o ensino de matemática nesse nível de escolaridade. O autor articulou o ambiente de aprendizagem de modelagem matemática para a formação de professores às categorias para a análise do conhecimento professor de matemática.

No que diz respeito às experiências trocadas pelos professores em situação de formação continuada em modelagem matemática, Goulart, Neumann e

Quartieri (2016) consideram importante quando essas trocas ocorrem entre colegas cuja atuação ocorre na mesma área.

Oliveira (2014) destacou a necessidade de, após qualquer formação inicial, dar continuidade às discussões referentes à teoria, metodologia, assim como à epistemologia sobre o ensino e aprendizagem de Matemática para professores que atuam nos anos iniciais. A autora destaca que mesmo havendo uma reestruturação na formação inicial, não será suficiente para que os docentes modifiquem suas práticas pedagógicas, o que remete à necessidade de uma formação continuada, com vistas, não só à aprimorar os conhecimentos, como também a suprir eventuais lacunas deixadas pela formação inicial, em particular, referente à Matemática, disciplina considerada, pelo senso comum, difícil não somente para alunos, como também para professores.

Neste contexto, aliamos à proposta da formação, especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática para o uso em turmas dos anos iniciais.

### 3.2 ELEMENTOS DO PLANEJAMENTO DOCENTE NO CONTEXTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Podemos constatar a presença do planejamento em diversas áreas da vida cotidiana, desde o momento em que nos levantamos pela manhã, pois no decorrer do dia nos são requeridas diversas atividades e tomadas de decisões que necessitam ser planejadas (MENEGOLLA; SANT'ANNA, 2012). No âmbito educacional não é diferente, pois, também precisamos planejar nossa prática docente.

Para Luckesi (1992, p.121) o planejamento é “[...] um conjunto de ações coordenadas visando atingir os resultados previstos de forma mais eficiente e econômica”.

Para Libâneo (2013), o planejamento é um processo por meio do qual preparamos, organizamos e coordenamos a ação docente, que articula a atividade escolar e o contexto social.

Na concepção de Andrade e Fernandez (2008) e Libâneo (2013), o planejamento pode ser entendido como um organizador e um facilitador do trabalho docente que o professor desenvolve em sala de aula e ainda, serve de instrumento para que os professores possam refletir as suas práticas.

Considerando que o planejamento docente sempre emerge de uma realidade sociocultural com especificidades próprias o mesmo precisa atender a essas especificidades (MAVUNGO, 2014). Nos atentemos, ainda, para o fato de que o planejamento docente não é algo neutro, como coloca Luckesi (2006), ou seja, podemos considerar a flexibilidade do planejamento, bem com a necessidade de adequação ao contexto para o qual está sendo elaborado, levando em consideração as peculiaridades da sociedade e cultura locais.

O planejamento na prática docente é importante também para que os professores possam organizar e direcionar sua prática docente, com o intuito de possibilitar, não somente os objetivos de ensino e aprendizagem, como também para que possam refletir acerca das ações propostas no planejamento, das que já estão sendo executadas, bem como das que ainda serão realizadas em sala de aula (CASTRO; TUCUNDUVA; ARNS, 2018; PINTO *et al.*, 2019).

De acordo com Santos e Freire (2017), são itens do planejamento docente destacados pela literatura: definição de objetivos; como se dará o desenvolvimento das atividades; como serão realizadas as explicações; qual metodologia e estratégia de ensino serão aplicadas; recursos didáticos; métodos avaliativos.

Além desses itens, outro aspecto importante abordado no planejamento refere-se ao conteúdo.

Com referência aos conteúdos, nos pautamos na concepção de Libâneo (2013, p. 142), que conceitua conteúdo de ensino como “[...] o conjunto de conhecimentos, habilidades, hábitos, modos valorativos e atitudinais de atuação social”.

No que tange ao planejamento docente que incorpore atividades de modelagem matemática, a literatura destaca que tais atividades podem compor parte das aulas de matemática e de outras disciplinas do conhecimento, independentemente do nível de escolaridade (MENDONÇA; LOPES, 2015; NUNOMURA; PIEROBON; SILVA, 2018).

Luna, Santiago e Andrade (2013), abordaram em seu trabalho, a organização da atividade de modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental e relataram uma experiência realizada com professores integrantes de um grupo de

estudo e com alunos de uma turma do 5º (quinto) ano do Ensino Fundamental, identificando alguns aspectos que podem ser considerados quando se organiza atividades de modelagem matemática nos anos iniciais. Para os autores, itens como: a seleção do tema, o processo de coleta de dados e as formas de registro no desenvolvimento da atividade de modelagem, são aspectos importantes na organização e no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

No âmbito da modelagem matemática “[...] o conteúdo matemático trabalhado é determinado pelas questões levantadas [...]. No ensino usual ocorre o contrário” (BURAK, 2019, p. 106); ou ainda, a abordagem do conteúdo é determinada a partir de interesses do professor, como esclarecem Pinto e Araújo (2021).

O trabalho com os conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve respeitar às prescrições de Brasil (2017), Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que direciona a seleção dos conteúdos e os propõem em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística (Quadro 1).

**Quadro 1 – Conteúdos de Matemática abordados nos anos iniciais**

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO
<b>NÚMEROS</b>	Contagem de rotina; ascendente e descendente. Reconhecimento de números no contexto diário: indicação de quantidades, de ordem ou de código, para a organização de informações. Quantificação de elementos de uma coleção: estimativas, contagem um a um, pareamento ou outros agrupamentos e comparação. Sistema de numeração decimal: Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais. Reta numérica. Construção de fatos básicos e fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão. Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração. Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades); da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais; configuração retangular, repartição em partes iguais e medida. Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte. Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais. Números racionais: frações unitárias mais usuais ( $1/2$ , $1/3$ , $1/4$ , $1/5$ , $1/10$ e $1/100$ ); representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro. Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência. Cálculo de porcentagens e representação fracionária. Problemas: adição, subtração multiplicação e divisão de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita. Problemas de contagem.
<b>ÁLGEBRA</b>	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em seqüências. Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo). Construção de seqüências repetitivas e de seqüências recursivas. Identificação e descrição de regularidades em seqüências numéricas recursivas, determinação de elementos ausentes na seqüência. Relação de igualdade.

	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural e por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero. Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão. Propriedades da igualdade e noção de equivalência.
<b>GEOMETRIA</b>	Localização e movimentação de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência, vocabulário apropriado e indicação de mudanças de direção e sentido. Paralelismo e perpendicularismo. Esboço de roteiros e de plantas simples. Figuras geométricas espaciais: (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera; prismas e pirâmides); reconhecimento, análise de características e planificações; relações com objetos familiares do mundo físico; representações, planificações. Figuras geométricas planas: (triângulo, círculo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo); reconhecimento e análise de características, congruências, representações e ângulos; características, em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes. Ampliação e redução de figuras poligonais. Reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais. Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares. Simetria de reflexão. Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano.
<b>GRANDEZAS E MEDIDAS</b>	Significado de medida e de unidade de medida; unidades não convencionais e convencionais. Medidas de comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade: registro, instrumentos de medida, estimativas e comparações (metro, centímetro e milímetro; grama e quilograma; litro, mililitro, cm <sup>3</sup> ); comparação de áreas por superposição; áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas; áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações. Noção de volume. Medidas de tempo: unidades de medida de tempo, suas relações e o uso do calendário; intervalo de tempo, leitura de horas em relógios digitais e analógicos, ordenação de datas; duração de eventos. Medidas de temperatura em grau Celsius: construção de gráficos para indicar a variação da temperatura (mínima e máxima) medida em um dado dia ou em uma semana. Sistema monetário brasileiro.
<b>PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA</b>	Noção de acaso. Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral. Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano. Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas e gráficos de colunas e barras simples e de dupla entrada. Coleta e organização de informações. Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas. Leitura, coleta, classificação, interpretação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, em tabelas simples e de dupla entrada, em gráficos de colunas agrupadas, pictóricos e de linhas. Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada. Registros pessoais para comunicação de informações coletadas. Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.

**Fonte:** adaptado de Brasil (2017).

Em atividades de modelagem matemática os conteúdos do Quadro 1 podem ser usados ou introduzidos a partir dos objetivos educacionais do docente e de acordo com as necessidades das situações-problema reais abordadas durante as atividades.

No que se refere ao planejamento de atividades de modelagem matemática, Nunomura, Pierobon e Silva (2018) relataram a experiência de planejar uma atividade de modelagem matemática para ser desenvolvida em sala de aula e,

em relação a isso, destacaram alguns aspectos que podem ser considerados tais como: os possíveis conteúdos matemáticos que podem ser abordados inicialmente (no decorrer do desenvolvimento da atividade podem emergir outros); os objetivos a serem alcançados; a metodologia que será empregada para se iniciar a atividade (pensar nos possíveis conhecimentos dos alunos; iniciar a atividade com uma roda de conversa/discussões sobre o tema (envolver os alunos); se serão propostas pesquisas sobre o tema; se será solicitado aos alunos que apresentem a pesquisa aos demais alunos da turma; instigar reflexões; prever as possíveis dificuldades a serem apresentadas pelos alunos); além de, no desenvolvimento das atividades, prever, tanto as hipóteses, quanto as variáveis, bem como a validação do modelo; pensar no modo a se trabalhar com a turma (adequação à realidade); escolher um tema que seja de interesse dos alunos e que contemple a realidade deles.

Para Mendonça e Lopes (2015), o planejamento de atividades com modelagem matemática é um processo flexível e também precisa considerar alguns aspectos, como: a perspectiva de modelagem assumida, particularidades do contexto, materiais que serão utilizados, tempo disponível para a realização e desenvolvimento das atividades, a relação professor-aluno, bem como a característica da atividade de modelagem matemática, configurada como uma atividade aberta.

Pinto e Araújo (2021) realizaram uma investigação acerca de considerações de professores referentes a itens contemplados em planos de aula comuns à educação e, em particular, em planos elaborados com atividades de modelagem matemática, no âmbito de um curso de formação de professores, intitulado Laboratório de Ensino de Matemática e Jogos Matemáticos, contexto do estudo relatado no trabalho. As autoras mencionam alguns itens contemplados no planejamento de atividades de modelagem matemática, são eles: “[...] tema da atividade; motivo da escolha do tema; série; escola; período; situação-problema; possíveis soluções do professor; possíveis conteúdos matemáticos; relação com outras disciplinas; momentos da aula e recursos utilizados” (PINTO; ARAÚJO, 2021, p. 7).

Mendonça e Borges Neto (2020) evidenciam a necessidade de contemplar no planejamento, o uso de Recursos didáticos que se relacionem, tanto com os objetivos de ensino, quanto com os conteúdos matemáticos estabelecidos

para cada aula a ser ministrada.

No que tange ao uso e planejamento de atividades de modelagem matemática em situações de ensino e aprendizagem Lesh, Amit e Shorr (1997, p. 2, tradução nossa) detalham princípios no que tange ao uso de modelos matemáticos por alunos e como os professores podem projetar atividades de modelagem matemática, em particular o que os autores denominam de tarefas eliciadoras de modelos, que usem de tais princípios para enriquecer o trabalho com a modelagem matemática em sala de aula. Vale ressaltar que, ao pensar nesses princípios, os autores não pensaram precisamente na perspectiva de modelo proposta para os anos iniciais. No entanto, preservamos esses princípios no intuito de validarmos as atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores em espaço de formação. Os autores detalham estes princípios como:

**O Princípio da Realidade:**

Isso poderia realmente acontecer em uma situação da “vida real”? Os alunos serão incentivados a compreender a situação com base nas extensões de seus próprios conhecimentos e experiências pessoais? As ideias dos alunos serão levadas a sério ou os alunos serão forçados a se conformar com a noção do professor (ou do autor) da (única) maneira "correta" de pensar sobre a situação problemática?

**O princípio de construção do modelo:**

A tarefa cria a necessidade de um modelo ser construído, ou modificado, ou estendido ou refinado? A tarefa envolve construir, explicar, manipular, prever ou controlar um sistema estruturalmente significativo? A atenção está focada em padrões e regularidades subjacentes, em vez de nas características de nível superficial?

**O princípio de autoavaliação:**

Os critérios são claros para avaliar a utilidade de respostas alternativas? Os alunos serão capazes de julgar por si próprios quando suas respostas forem boas o suficiente? Para quais propósitos os resultados são necessários? Por quem? Quando?

**O Princípio de Documentação do Modelo:**

A resposta exigirá que os alunos revelem explicitamente como estão pensando sobre a situação (dados, objetivos, possíveis caminhos de solução)? Em que tipo de sistema (objetos matemáticos, relações, operações, padrões, regularidades) eles estão pensando?

**O Princípio de Generalização do Modelo:**

O modelo construído se aplica apenas a uma situação particular ou pode ser aplicado a uma gama mais ampla de situações?

**O Princípio do Protótipo Simples:**

A situação é a mais simples possível, embora ainda crie a necessidade de um modelo significativo? A solução fornecerá um protótipo (ou metáfora) útil para interpretar uma variedade de outras situações estruturalmente semelhantes?

(LESH; AMIT; SHORR, 1997, p. 2, *tradução nossa*).

Na referida obra, os princípios são utilizados também de um modo avaliativo em relação a tarefas que naquele momento eram típicas nos livros didáticos e não contemplavam todos os princípios citados; sendo as denominadas tarefas de modelagem matemática mais propícias ao aparecimento destes princípios.

Nessa pesquisa, dada a posição teórica assumida e a organização conceitual detalhada a partir da obra de Almeida, Silva e Vertuan (2016), bem como dos autores que detalham possibilidades para o uso da modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, elaboramos uma adaptação de tais princípios de modo a colaborar com o quadro analítico, em particular no que tange à organização das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores e planejadas para o desenvolvimento em sala de aula, não necessariamente no mesmo sentido das tarefas eliciadoras de modelos, mas de atividades de modelagem matemática na perspectiva de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas por professores em formação e planejadas para o desenvolvimento em sala de aula por dez professores. Os dados coletados no desenvolvimento dessas atividades são analisados, juntamente com o planejamento docente esboçado pelos professores. Neste contexto, os princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997) foram utilizados de modo que:

- O princípio da realidade foi adaptado para incorporar elementos que fazem referência à problematização, considerando se as situações trabalhadas são possíveis de ser realizada pelos professores, bem como de que maneira os dados serão obtidos e quais serão os possíveis conceitos e raciocínios empregados pelos alunos;
- O princípio do protótipo simples é associado a adaptações ou simplificações para possibilitar que os professores construam modelos e procedimentos matemáticos;
- O princípio da construção do modelo considera a estruturação de ideias lógicas, e que as hipóteses pessoais possam se comprovar ou justificar por meio de um modelo apresentado;

- O princípio da documentação do modelo está relacionado aos registros dos professores no desenvolvimento das atividades;
- O princípio da generalização do modelo, refere-se à existência de fatos que podem induzir os alunos à construção de modelos genéricos, que se apliquem a qualquer situação análoga à que está sendo pesquisada;
- O princípio da autoavaliação está associado à previsão de que os próprios professores façam a verificação de suas respostas, seus modelos ou as estratégias por eles construídas se adequam e se são suficientes para fornecer uma resposta que, de fato, represente a situação do problema.

Considerando este cenário caminhamos à organização metodológica que norteou o desenvolvimento dessa pesquisa.

## 4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo detalhamos os aspectos metodológicos que retratam o desenvolvimento da pesquisa, o contexto da pesquisa empírica, os participantes da pesquisa, o ambiente em que os dados foram coletados, bem como os instrumentos de coletas de dados utilizados. Por fim, detalhamos a estrutura de análise de dados utilizada.

### 4.1 O CONTEXTO E OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A pesquisa é de natureza qualitativa e tal opção metodológica se justifica quando explicitamos o contexto da pesquisa e as características que a fundamentam como qualitativa, as características da pesquisa qualitativa podem ser acessadas em Bogdan e Biklen (1994).

Para compor o corpus da análise dessa pesquisa, dados foram coletados no contexto de um curso de formação intitulado “Modelagem Matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente”<sup>2</sup>, que contemplou orientações teóricas, práticas de desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e planejamento docente com modelagem matemática para o uso em turmas dos anos iniciais. Durante dez encontros, totalizando vinte horas de curso, os participantes foram inseridos gradativamente no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, conforme detalhado no capítulo teórico deste texto pelos momentos de familiarização de Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

Nesse contexto, conduzimos o desenvolvimento de atividades de modelagem de modo gradativo, no intuito de, considerando que os professores não apresentam familiaridade com a modelagem matemática, possibilitar-lhes a formação em modelagem matemática.

---

<sup>2</sup> O curso de formação foi ministrado em modo remoto (via Google Meet), durante o ano de 2021 no contexto da pandemia Covid-19 e a pesquisa e coleta de dados foi autorizada pelo Comitê de Ética, Parecer: 4.370.438.

Dos dez professores que participaram e finalizaram o curso, cinco contemplam os sujeitos investigados nessa pesquisa<sup>3</sup>. O Quadro 4 apresenta uma síntese dos encontros e das atividades desenvolvidas no curso de formação.

**Quadro 2** – Detalhamento do Curso de Formação - Modelagem Matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente

<b>Encontro 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Instrução teórica sobre modelagem matemática na Educação Matemática; nos anos iniciais; a perspectiva assumida;</li> <li>• Prática: desenvolvimento de atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização</li> <li>• (Situação-problema 1 - Tema: Hambúrguer artesanal).</li> </ul>
<b>Encontro 2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Socialização dos grupos e discussão sobre como as fases da atividade de modelagem matemática emergiram nas atividades desenvolvidas;</li> <li>• Ciclo de modelagem matemática;</li> <li>• Orientações teóricas sobre o planejamento docente.</li> </ul>
<b>Encontro 3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientações acerca de como a primeira atividade de modelagem matemática desenvolvida no Curso de Formação pode constar no planejamento docente;</li> <li>• Prática: desenvolvimento de atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização</li> <li>• (Situação-problema 2 - Tema: Como plantar morangos em horta caseira?).</li> </ul>
<b>Encontro 4</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação dos grupos;</li> <li>• Solicitação de Análise Reflexiva e apresentação das fases executadas no desenvolvimento da segunda atividade de modelagem matemática.</li> </ul>
<b>Encontro 5</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atividade nos grupos: “Escolha de temas da realidade” para serem estudados por meio da modelagem matemática; em modo síncrono e com orientações aos cursistas.</li> </ul>
<b>Encontro 6</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prática: desenvolvimento de atividade de modelagem matemática do segundo momento de familiarização (Tema: Saúde na pandemia).</li> </ul>
<b>Encontro 7</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação dos Grupos acerca da atividade de segundo momento desenvolvida e instruções para elaboração de Planejamento docente para uso da atividade em sala de aula;</li> <li>• Orientações teóricas: Aprendendo a fazer modelagem no terceiro momento de familiarização.</li> </ul>
<b>Encontro 8</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prática: desenvolvimento de atividade de modelagem matemática do terceiro momento de familiarização – em modo síncrono.</li> </ul>
<b>Encontro 9</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicação dos Grupos acerca da atividade desenvolvida e Solicitação de elaboração de Planejamento docente para uso da atividade em sala de aula;</li> <li>• Reflexões e feedback.</li> </ul>
<b>Encontro 10</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação de Planejamento docente para uso da atividade em sala de aula;</li> <li>• Sistematização do conteúdo trabalhado no Curso de Formação;</li> <li>• Questionário final: Autorreflexão.</li> </ul>

**Fonte:** a autora (2021).

<sup>3</sup> Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), disponível no Apêndice 1.

Os encontros se desenvolveram em ambiente virtual e foi utilizado o *Google Meet* como recurso para as reuniões com videochamada, por meio da disponibilização de *link* de acesso às reuniões. Todas as aulas foram gravadas, bem como armazenadas em arquivo de texto as interações dos participantes em chat. A dinâmica das aulas se deu por meio das seguintes etapas: apresentação da professora e dos participantes (na primeira aula); apresentação da agenda do dia orientações teóricas sobre os conceitos de modelagem matemática na Educação Matemática e do planejamento docente com modelagem matemática; desenvolvimento síncrono de atividades de modelagem matemática em grupos (virtuais); comunicação e socialização das resoluções de cada grupo aos demais participantes do curso de formação.

A pesquisadora atuou como uma das ministrantes do curso e os dados coletados, por sua vez, são predominantemente descritivos, visto que são advindos das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores e das interações discursivas feita por eles durante o desenvolvimento das atividades.

Os dados foram coletados por meio dos instrumentos:

- **Gravações em áudio e vídeo:** cada uma das 10 aulas do curso de formação, ministrado via *Google Meet*, foi gravada, bem como as interações dos participantes nos grupos, durante o desenvolvimento das atividades práticas. As imagens foram arquivadas e servem de localização para os áudios, mas fazem parte da análise dessa dissertação apenas os registros em áudio que foram transcritos;
- **Registro no chat das interações dos participantes:** visto que nem todos os participantes se expressavam oralmente, mas muitos faziam recurso do chat no ambiente remoto, tal recurso foi utilizado como fonte de coleta de dados;
- **Registros escritos dos professores (participantes) durante as atividades de modelagem matemática:** tais registros foram solicitados por meio de fotos, capturas de tela e arquivos em formato .doc e .pdf com a finalidade de enriquecer o material por eles disponibilizado e ter acesso ao material escrito produzido, visto que durante as aulas apenas a imagem dos registros eram apresentadas;

- **Registros do Planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores:** esses registros foram solicitados por meio de arquivos .doc ou .pdf, com a finalidade de compor o material disponibilizado pelos professores e ter acesso ao planejamento com atividades de modelagem matemática, elaborado por eles, como proposta para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental;
- **Respostas à questionários previamente estruturados:** Questionário diagnóstico e reflexivo (Apêndice 2); Questionário de Autorreflexão (Apêndice 3) acerca das reflexões proporcionadas pelas atividades formativas em relação à formação teórica em modelagem matemática, à formação por meio de atividades de modelagem matemática e ao planejamento com atividades de modelagem matemática para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Tais instrumentos de coleta de dados foram utilizados com o intuito de investigar os procedimentos de professores dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e no planejamento docente com modelagem matemática.

Durante o desenvolvimento das atividades, em modo assíncrono às aulas do curso de formação, os professores se comunicaram por meio do aplicativo de mensagem *Whatsapp*, ambiente escolhido por eles para interagir e discutir sobre as situações-problema, uma vez que a dinâmica de grupos é comum no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Não tivemos acesso às conversas entre os professores, tampouco aos dados produzidos nessas interações, somente aos produzidos por meio dos instrumentos de coleta de dados já mencionados e nos foram entregues no âmbito do curso de formação.

#### 4.2 ESTRUTURA DA ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados foi estruturada de modo a conter:

- uma síntese descritiva das atividades de modelagem matemática, destacando, em negrito, os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento das atividades, na formação em modelagem matemática. Estes procedimentos

foram analisados em relação às fases da modelagem matemática caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016), conforme descritos na página 27;

- identificação dos procedimentos dos professores na elaboração dos itens do planejamento docente para condução de aulas com atividades de modelagem matemática, conforme descritos na página 54;
- análise dos procedimentos dos professores no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática utilizando os princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, conforme descritos na página 47.

Essas ações elencadas nos auxiliam no detalhamento no nosso objetivo de pesquisa, uma vez que, na descrição das atividades de modelagem matemática, evidenciamos, por meio das expressões em negrito, os procedimentos realizados pelos professores durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática; distinguimos os procedimentos dos professores, os relacionando aos elementos teóricos das fases do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016), ações que compõem a parte inicial do nosso processo analítico.

A partir das fontes teóricas consultadas, com o intuito de articularmos o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática ao planejamento docente na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, estruturamos de acordo com a literatura elementos necessários ao professor que planeja o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com seus alunos (Quadro 3).

**Quadro 3** – Elementos necessários ao planejamento de atividades de modelagem matemática para a prática docente

1. Tempo de duração das aulas.
2. Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo.
3. Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade.
4. Definição do tema da atividade a ser desenvolvida: tema gerador a partir de situação da realidade.
5. Formulação de problemas.
6. Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo e com aqueles que podem surgir no desenvolvimento da atividade dos alunos.
7. Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática: por exemplo, leitura de textos informativos; roda de conversa; discussões e questionamentos sobre o

tema, exibição de vídeo; interpretação de obras de arte; entre outras.
8. Proposta para os alunos pesquisarem sobre o tema, em conformidade com os momentos de familiarização.
9. Planejamento dos procedimentos requeridos dos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade: <ul style="list-style-type: none"> <li>• formulação de um problema (segundo e terceiro momento)</li> <li>• formulação de hipóteses; definição de variáveis; realização da transição para a linguagem matemática e vice-versa; realização de simplificações; uso, obtenção e validação do modelo matemático (em cada um dos três momentos).</li> </ul>
10. Definição de recursos didático-pedagógicos como auxílio para o desenvolvimento da aula e/ou da atividade de modelagem matemática.
11. Detalhamento de possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas, organizando as situações matemáticas e extramatemáticas.
12. Métodos avaliativos.

Fonte: a autora (2021).

Cada um dos itens do Quadro 2 são detalhados com base em argumentos teóricos no Quadro 3.

**Quadro 4** – Argumentos teóricos acerca dos elementos necessários ao planejamento de atividades de modelagem matemática para a prática docente

<b>Item 1</b>	<b>Tempo de duração das aulas:</b> - definição do tempo de aula disponível (e necessário) para o desenvolvimento da atividade (MENDONÇA; LOPES, 2015; PINTO; ARAÚJO, 2021).
<b>Item 2</b>	<b>Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo:</b> - é necessário que a seleção dos conteúdos para o planejamento e o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática esteja em conformidade com o currículo escolar (LUNA; SANTIAGO; ANDRADE, 2013; PINTO; ARAÚJO, 2021; SANTOS; FREIRE, 2017).
<b>Item 3</b>	<b>Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade:</b> - inserção gradativa de atividades de modelagem matemática no ambiente, sistematizados em três momentos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; TORTOLA, 2012; 2016).
<b>Item 4</b>	<b>Definição do tema da atividade a ser desenvolvida – podem ser:</b> - temas geradores a partir de situação da realidade (BASSANEZI, 2002); - um tema ou ser um assunto de interesse dos próprios alunos e que serão investigados e resolvidos por meio da matemática (MALHEIROS, 2008); - pode ser tema que não seja especificamente matemático, mas que seja motivado por situações da realidade e que desperte o interesse dos alunos (ALMEIDA; DIAS, 2004); - temas sociais (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009); - temas que dialoguem com as diversas áreas do conhecimento e que se relacionem com a área de atuação do professor, como por exemplo, tema: em pauta na mídia; que dialogue com algum projeto do currículo; que se relacione com uma área do conhecimento que não seja a matemática; da atualidade não focado pela mídia (LUNA; SANTIAGO; ANDRADE, 2013).
<b>Item 5</b>	<b>Formulação de problemas:</b> - os problemas precisam ser reais (BASSANEZI, 2002) - os problemas podem partir de temas ou ser de interesse dos próprios alunos serão investigados e resolvidos por meio da matemática (MALHEIROS, 2008) - os problemas, geralmente, não têm sua origem na Matemática (ALMEIDA; SILVA;

	<p>VERTUAN, 2016);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- os problemas, essencialmente, não são matemáticos (ALMEIDA; BRITO, 2005);</li> <li>- os problemas devem ser, de fato, 'problema' para os alunos; eles não devem possuir esquemas prévios para resolvê-lo (BARBOSA, 2004);</li> <li>- os problemas devem situar-se em contextos externos à matemática, procedentes de outras áreas do conhecimento, ou ser rotineiros, fazendo parte do cotidiano dos alunos (BARBOSA, 2004; LUNA, SANTIAGO, ANDRADE, 2013).</li> </ul>
Item 6	<p><b>Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relação com os objetos de conhecimento propostos pela BNCC, que compõem as unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2017).</li> <li>- ampliação do repertório matemático dos alunos, por meio da abordagem de conteúdos não são trabalhados, de antemão, nos anos iniciais (LUNA; SANTIAGO; ANDRADE, 2013; LUNA; SOUZA; LIMA, 2012).</li> </ul>
Item 7	<p><b>Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- leitura de textos informativos; roda de conversa; discussões e questionamentos sobre o tema; exibição de vídeo; interpretação de obras de arte, entre outras (BUTCKE; CARVALHO; TORTOLA, 2014; GOMES, 2018; LUNA, 2007; LUNA; SOUZA, SANTIAGO, 2009; MENDONÇA; LOPES, 2015; NUNOMURA; PIEROBON; SILVA, 2018; SILVA; OLIVEIRA, 2012).</li> </ul>
Item 8	<p><b>Pesquisa sobre o tema:</b> será proposta aos alunos, em conformidade com os momentos de familiarização:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- no segundo e terceiro momento de familiarização (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016);</li> <li>- pesquisa sobre o tema em diversas fontes (NUNOMURA; PIEROBON; SILVA, 2018).</li> </ul>
Item 9	<p><b>Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- formulação de um problema (segundo e terceiro momento); formulação de hipóteses; definição de variáveis; simplificações; realização da transição para a linguagem matemática e vice-versa; obtenção e validação do modelo matemático (em cada um dos três momentos) (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016; SOUSA; ALMEIDA, 2021).</li> </ul>
Item 10	<p><b>Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- referentes aos objetivos de ensino; que estejam relacionados aos conteúdos matemáticos definidos para cada aula (MENDONÇA; BORGES NETO, 2020);</li> <li>- detalhamento dos possíveis recursos didáticos necessários para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, por exemplo: “[...] Vídeos, músicas, filmes, jogos, computadores, Internet, livro didático, jornais, dentre outros” (MENDONÇA; BORGES NETO, 2020, p. 1); além de: softwares e aplicativos para aparelhos celulares (smartphones), para computadores (Excel e Powerpoint) e sites integrados às pesquisas (plataformas do Google), dentre outros.</li> </ul>
Item 11	<p><b>Possíveis dificuldades:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- detalhamento de possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas, organizando as situações matemáticas e extramatemáticas. (NUNOMURA; PIEROBON; SILVA, 2018).</li> </ul>
Item 12	<p><b>Método Avaliativo:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- avaliação formativa, considerando o processo, ou os resultados, considerando os contextos, bem como as condições de aprendizagem, tomando os registros como referência, com vistas à melhora do desempenho da escola, dos professores e, principalmente, dos alunos (BRASIL, 2017).</li> </ul>

Fonte: a autora (2021).

Solicitamos aos professores, que elaborassem o planejamento docente com modelagem matemática, após o desenvolvimento de cada atividade. No

detalhamento de cada planejamento, identificamos itens explicitados pelos professores, planejados para o uso das atividades de modelagem matemática em sala de aula dos anos iniciais e os analisamos, relacionando-os com os itens do nosso quadro teórico.

Na análise das atividades por meio dos princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), identificamos os procedimentos realizados pelos professores no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, relacionamos com os princípios adaptados, indicamos quais princípios foram contemplados, observando os procedimentos dos professores no desenvolvimento de atividades que suscitam o processo de modelagem matemática na resolução.

Por fim, realizamos a discussão dos resultados e a interlocução com o referencial teórico abordado na pesquisa.

Assumido o compromisso de preservar a identidade dos participantes do curso de formação, atribuímos aos professores, assim como aos demais instrumentos de coleta de dados, uma identificação por meio de códigos. Para favorecer a observação dos dados, codificamos os dados: atividade de modelagem matemática desenvolvida pelos professores; professor e grupo de professores, conforme descrição no Quadro 5.

**Quadro 5** – Codificação específica adotada nas análises dos dados

<ul style="list-style-type: none"> <li>● Código da Atividade de modelagem matemática: AT<sub>i</sub>, tal que 'i' varia de 1 até 4, sendo o AT1 a atividade 1 e assim sucessivamente, até a AT4.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Código do professor: P<sub>j</sub>, tal que 'j' varia de 1 até 5, sendo o P1 o professor 1, o P2, o professor 2 e assim sucessivamente, até o P5.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Código do Grupo: G<sub>k</sub>, tal que 'k' varia de 1 a 2.</li> </ul>

**Fonte:** a autora (2021).

No decorrer do curso de formação, foram desenvolvidas seis atividades de modelagem matemática: três temáticas sugeridas pela professora-pesquisadora, sendo duas de primeiro momento, referente ao primeiro contato dos professores com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, conduzidas pela professora-pesquisadora; uma de segundo momento, em que os professores tiveram uma participação mais ativa no desenvolvimento da atividade, em relação ao primeiro momento; três com temáticas escolhidas pelos professores participantes do curso de formação, de terceiro momento de familiarização, conforme

Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005). Os momentos de familiarização nos auxiliaram a pensar o curso de formação em termos do necessário para aprender modelagem matemática. Os professores foram organizados em grupos, sendo que quatro grupos de professores se configuraram para o desenvolvimento dessas atividades.

As atividades de modelagem matemática consideradas para análises foram selecionadas a partir dos critérios:

- foi selecionada uma atividade de primeiro momento, uma atividade de segundo momento de familiarização, e as atividades desenvolvidas no terceiro momento de familiarização;
- os participantes cujos dados foram selecionados participaram do desenvolvimento de todas as atividades do curso de formação;
- os participantes do grupo que desenvolveu as atividades deveriam ter entregue os registros do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e suas reflexões acerca do planejamento docente para uso daquela atividade em sala de aula.

Considerando tais critérios, quatro atividades de modelagem matemática compõem as análises, com cinco professores distribuídos em dois grupos que se formaram por caráter de disponibilidade e familiaridade dos professores no decorrer do curso de formação.

No início do curso de formação, levantamos a seguinte questão aos professores: *‘Você já usou como professora ou participou de uma prática de sala de aula com modelagem matemática? Se sim, explique como foi e o contexto de uso’*. Entre os dez professores participantes que concluíram o curso de formação, somente o professor P1 reconheceu práticas docentes associadas ao que estava aprendendo sobre modelagem matemática na Educação Matemática, conforme sinaliza o Quadro 6.

**Quadro 6** – Resposta 2 do questionário diagnóstico e reflexivo

PROFESSOR	RESPOSTA
P1	<i>Já usei, apenas não sabia que recebia este nome. Quando era trabalhado tabela, por exemplo, onde a pergunta do problema tinha várias possibilidades.</i>
P2	Não, estou fazendo os planejamentos propostos em nossos encontros e assim que for possível, que estivermos trabalhando presencialmente com as crianças, colocarei em prática.
P3	Não.
P4	Nunca usei. Estou me apropriando no curso da professora Kelly.
P5	Não.

**Fonte:** respostas à questionários previamente estruturados.

Verificamos nas respostas dos professores, que eles não apresentam familiaridade com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em suas aulas. Nesse sentido, sugerimos a apresentação da modelagem matemática aos professores, por meio dos momentos de familiarização descritos por Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

Neste contexto, direcionamo-nos à análise dos dados: contemplamos uma descrição das atividades desenvolvidas nos grupos de professores e analisamos os dados coletados com ênfase no objetivo da pesquisa.

## 5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, apresentamos os dados obtidos na pesquisa empírica e abordamos a análise dos dados emergentes no desenvolvimento das atividades. Iniciando o processo analítico, descrevemos as atividades desenvolvidas no curso de formação de acordo com as fases do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Após a descrição e análise de cada atividade, apresentamos elementos do planejamento elaborado pelos professores, para uso dessas atividades, em sala de aula, relacionando com os itens teóricos abordados. Na sequência, apresentamos a análise do desenvolvimento da atividade, utilizando os princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997).

Inicialmente, fazemos a descrição e análise das atividades de primeiro, segundo e terceiro momento de familiarização desenvolvidas por professores do grupo G1 e na sequência pelos professores do grupo G2. Elencamos as quatro atividades analisadas no Quadro 7.

**Quadro 7** – Atividades de modelagem matemática selecionadas para a análise

Código da Atividade	Tema da Atividade	Código do Grupo	Professores	Responsável pela definição do tema
AT1	Hambúrguer Artesanal	G1	P1; P3; P5	Professora
		G2	P2; P4	
AT2	Saúde na Pandemia	G1	P1; P3; P5	Professora
		G2	P2; P4	
AT3	Futebol	G1	P1; P3; P5	Professores
AT4	Ovos de Chocolate	G2	P2; P4	Professores

**Fonte:** a autora (2021).

### 5.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO GRUPO G1

Inicialmente, a análise dos dados foi conduzida de modo a identificar os procedimentos dos professores por meio das expressões em negrito<sup>4</sup>, localizadas na descrição das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G1.

<sup>4</sup> Com referência às falas dos professores, as mesmas foram parcialmente revisadas, no sentido de corrigir vícios de linguagem, devido a língua falada diferir da Língua Portuguesa escrita.

### 5.1.1 Primeiro Momento de Familiarização – Situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

A situação-problema *Hambúrguer Artesanal* foi sugerida pela professora-pesquisadora e proposta aos professores. Este contexto em que o conjunto de dados, a situação-problema e o desenvolvimento são indicados pela professora-pesquisadora, configura-se como sendo o primeiro momento de familiarização dos professores com atividades de modelagem matemática, como sugerem Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

De modo geral, como as atividades de modelagem matemática são conduzidas em grupo para que o compartilhamento de ideias favoreça as reflexões e o momento de aprendizagem, a descrição e análise dessa atividade contempla os registros produzidos por três professores que integram o grupo G1.

A situação-problema foi proposta aos professores a partir de uma roda de conversa e o convite para realização da atividade de modelagem matemática foi feito por meio da introdução do tema com as informações do Apêndice 4.

A partir da discussão sobre essa situação-problema, apresentamos os procedimentos realizados pelos grupos de professores participantes do curso de formação, no desenvolvimento da atividade, seguindo os momentos de familiarização e considerando as fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, conforme sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2016): *inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação*.

#### **Inteiração**

O primeiro contato com a situação-problema foi feito por meio de informações disponibilizadas pela professora-pesquisadora. Apresentamos a situação-problema *Hambúrguer Artesanal* por meio de uma explicação sobre hambúrguer artesanal, modo de preparo, e pelo levantamento de problemas. Inicialmente, os professores perceberam no texto, a ausência de algumas informações, como podemos conferir no excerto:

***P3: Então, professora-pesquisadora, no texto não apresenta qual turma que é, a quantidade de alunos e nem o tamanho desse hambúrguer, quantos gramas tem.***

Gravações em áudio e vídeo.

Como os professores deram falta dessas informações, eles levantaram algumas suposições, as quais relacionamos com a fase de matematização.

### Matematização

Os professores discutiram o problema, no intuito de estabelecer uma relação entre o problema colocado pela professora-pesquisadora e a formulação de hipóteses e definição de variáveis para a estruturação do problema matemático, conforme os excertos:

**P3: Vamos pensar em hambúrguer de 100g então...e uma classe com 14 alunos mais a professora, 15 pessoas.**

**P5:  $15 \times 100 = 1.500 - 1,5\text{kg} \dots$  Hambúrguer.**

**P3: Vamos mudar o tamanho da sala para 18 alunos, daí só dobrar a quantidade de carne.**

Registros no chat das interações dos participantes.

Verificamos, nos excertos, que as suposições levantadas pelos professores, referem-se ao peso do hambúrguer e ao tamanho da turma (Quadro 8).

**Quadro 8** – Suposições dos professores do grupo G1 para a situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

<p>O texto não apresenta a quantidade de alunos da sala, nem o tamanho de hambúrgueres.</p> <p>Então fizemos algumas suposições:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cada hambúrguer tem 100g</li> <li>- 1 Turma de 14 alunos + prof = 15</li> </ul>	<p>O texto não apresenta a quantidade de alunos da sala, nem o tamanho de hambúrgueres.</p> <p>Então, fizemos algumas suposições:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cada hambúrguer tem 100g</li> <li>- Uma turma de 14 alunos + prof = 15.</li> </ul>
<p>OU:</p> <p>1 sala com 18 alunos + prof = 19 pessoas</p> <p>Hambúrguer 100g.</p>	<p>1 sala com 18 alunos + prof = 19 pessoas</p> <p>Hambúrguer de 100g.</p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G1.</p>

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

O Quadro 8 e os registros do chat que o antecedem, com as falas dos professores P3 e P5, indicam que os professores pensaram no hambúrguer com peso de 100g e na quantidade de alunos: uma turma com 14 e outra com 18 alunos, ambas incluindo as professoras. Então, para uma turma formada por 15 pessoas, será necessário 1,5kg de carne. Como alternativa, os professores sugeriram mudar o tamanho da turma para 18 alunos e uma professora sendo possível dobrar a quantidade de carne da receita, resultando no total de 1.9kg de carne, conforme os excertos:

***P3: [...] a gente pensou...ou uma sala teria 18 alunos, mais a professora, 19 pessoas, a gente só dobraria a quantidade da receita, ...a gente ia precisar de 1kg e 900g de carne.***

Gravações em áudio e vídeo.

Assim, de acordo com as informações do registro escrito da Figura 5 e dos registros do chat, dois cenários possíveis foram delineados pelos professores:

*Hipótese 1:* Uma turma formada por 14 alunos e uma professora.

*Hipótese 2:* Uma turma formada por 18 alunos e uma professora.

*Variáveis:*

- Quantidade de hambúrgueres.
- Peso do hambúrguer (em gramas).

## **Resolução**

Para resolver a situação-problema, na discussão sobre a resolução, os professores pensaram em aumentar a quantidade de cada tipo de carne proporcionalmente, para manter o mesmo sabor da receita. Dessa forma, sugeriram aumentar 175g em cada tipo de carne e decidiram utilizar a porcentagem na resolução do problema, conforme sinalizam os registros do chat:

***P1: Temos que aumentar a quantidade de cada carne proporcionalmente...pra suprir nossa demanda...pra não perder o sabor da receita.***

***P3: Hum... Verdade.***

***P5: Sim. Tudo bem.***

***P1: Se aumentarmos 175 gramas em cada tipo, acrescido do sal, chegaremos ao 1,5 kg desejado. Será que dá certo? Teremos que partir para porcentagem então. Na aproximação, seriam: 578 g de acém 578 g de patinho e 413 g de gordura.***

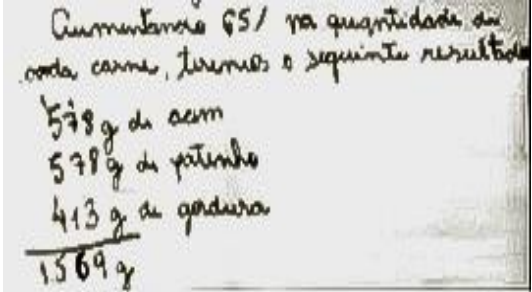
***P3: Isso aumentando quantos %?***

**P1: 65% de acréscimo proporcional.**

Registros no chat das interações dos participantes.

Então, inicialmente, os professores calcularam um aumento de 65% proporcional a cada tipo de carne indicada na receita, para estimar o total de 1.500g, (Quadro 9).

**Quadro 9** – Aumento de 65% proporcional a cada tipo de carne indicada na receita de *Hambúrguer Artesanal*

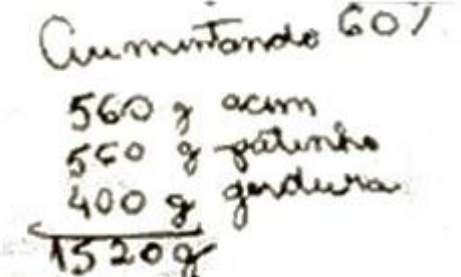
 <p>Aumentando 65% na quantidade de cada carne, teremos o seguinte resultado:</p> <p>578g de acém 578g de patinho 413g de gordura</p> <hr/> <p>1569g</p>	<p><b>Aumentando 65% na quantidade de cada carne, teremos o seguinte resultado: 578(g de acém) + 578(g de patinho) + 413(g de gordura)=1569g.</b></p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G1.</p>
--	---

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

O Quadro 9 apresenta os procedimentos realizados pelos professores: os valores foram arredondados de 577,5g para 578g e de 412,5g para 413g e a soma das quantidades de carne indicada na receita, com aumento de 65% foi de 1.569g de carne.

No intuito de obter uma aproximação maior da quantidade de 1.5kg de carne, os professores fizeram outras tentativas (Quadro 10).

**Quadro 10** – Aumento de 60% na quantidade de carne indicada na receita de *Hambúrguer Artesanal*

 <p>Aumentando 60%</p> <p>560g acém 560g patinho 400g gordura</p> <hr/> <p>1520g</p>	<p><b>Aumentando 60%: 560(g de acém) + 560(g de patinho) + 400(g de gordura)=1520g.</b></p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G1.</p>
---	---

**Fonte:** registro escrito dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

O Quadro 10 apresenta os procedimentos realizados pelos professores: eles calcularam um aumento de 60% na quantidade de cada tipo de carne indicada na receita.

Por fim, na tentativa de obter uma aproximação maior da quantidade de 1.500g de carne, os professores do grupo G1 calcularam um aumento de 58% na quantidade de cada tipo de carne indicada na receita (Quadro 11).

**Quadro 11** – Aumento de 58% na quantidade de carne indicada na receita de *Hambúrguer Artesanal*

<p>Aumentando 58%. (+ aproximado do total de carne que precisamos)</p> <p>553 g acém 553 g patinho 395 g gordura</p> <p>1501 g de carne</p> <p>RESPOSTA FINAL</p>	<p><b>Aumentando 58%: 553(g de acém) + 553(g de patinho) + 395(g de gordura)=1501g de carne (mais aproximado do total de carne que precisamos) Resposta Final.</b></p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G1.</p>
---	--

**Fonte:** registro escrito dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

No Quadro 11 é possível visualizar os procedimentos realizados pelos professores por meio dos cálculos realizados, eles encontraram uma resposta final para o problema com base na hipótese 1.

Na sequência, dando continuidade aos procedimentos para a resolução, considerando a hipótese 2 e o mesmo peso do hambúrguer, os professores do grupo G1 calcularam a quantidade de carne utilizada na receita e descobriram que o rendimento é de nove hambúrgueres, com sobra de 50g de carne, conforme sinaliza o excerto:

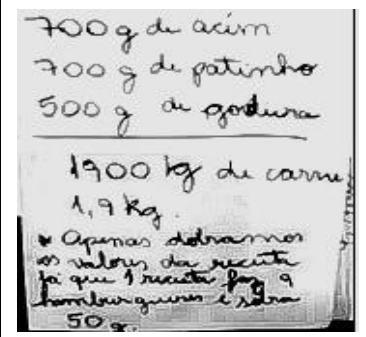
**P3: Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g.**

**P1: Opa. Se fica mais fácil....**

Registro no chat das interações dos participantes.

Então, para atender a demanda de 19 pessoas, os professores do grupo G1, calcularam o dobro da quantidade da receita e concluíram que, neste cenário, precisam de 1.900g de carne para fazer um hambúrguer para cada aluno da turma e para a professora (Quadro 12).

**Quadro 12** – Cálculo do ‘dobro’ da quantidade de carne indicada na receita, da situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

	<p>- <math>700(\text{g de acém}) + 700(\text{g de patinho}) + 500(\text{g de gordura}) = 1900\text{g de carne}; 1,9\text{kg}</math>. Apenas dobramos os valores da receita, já que 1 receita faz 9 hambúrgueres e sobra 50g.</p> <p>- Apenas dobramos os valores da receita, já que 1 receita faz 9 hambúrgueres e sobra 50g.</p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G1.</p>
---	---

**Fonte:** registro escrito dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática..

No Quadro 12 há registros em que os professores apresentaram os registros dos valores da quantidade de cada tipo de carne, já com os cálculos do dobro, depois somaram esses valores. Na sequência, descrevemos como os professores interpretaram a situação.

### Interpretação dos Resultados e Validação

Para validar os valores dos cálculos apresentados nos registros, os professores do grupo G1 analisaram se as respostas encontradas para o problema foram adequadas em termos da matemática e da situação inicial ‘*Qual a quantidade de carne necessária para preparar 1 hambúrguer artesanal para todos de uma turma, incluindo a professora?*’

Os professores do grupo G1 concluíram que: calculando um aumento de 58% na quantidade de cada carne indicada na receita do hambúrguer, chegariam num valor mais próximo de 1.500g, quantidade de carne que elas precisavam, conforme o excerto a seguir:

**P3:** Bom, eu coloquei aqui, que não apresentava a quantidade de alunos da sala nem o tamanho do hambúrguer, então a gente fez que cada hambúrguer teria 100 gramas e pensamos numa turma inicialmente de 14 alunos, mais a professora, seriam 15 pessoas. Então, a gente precisaria de um quilo e meio de carne e para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne, a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne... só que a gente foi fazendo outras tentativas e a que mais se aproximou foi de 58%. A gente aumentou 58% daquela receita na quantidade de cada tipo de carne e a gente teve um resultado de 1501g de carne.

Registro no chat das interações dos participantes.

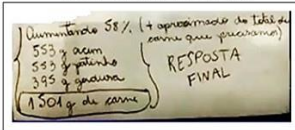
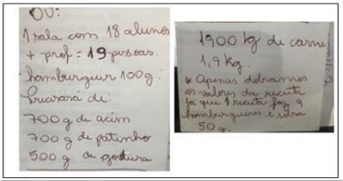
Os professores, concluíram também, que dobrando os valores da quantidade de carne indicada na receita, poderiam fazer hambúrguer para uma turma formada por dezenove pessoas.

Na comunicação dos resultados da atividade, os professores do grupo G1 apresentaram as seguintes respostas para o problema:

- para fazer um hambúrguer com peso de 100g para cada aluno de uma turma formada por 14 alunos e uma professora, é necessário 1.500g de carne, conforme cálculos do aumento de 58% na quantidade de carne indicada na receita, conforme registro apresentado pelos professores;
- para fazer um hambúrguer com peso de 100g para cada aluno de uma turma formada por 18 alunos e para a professora, é necessário 1.900g de carne, conforme cálculo do 'dobro' da quantidade de carne indicada na receita, indicado no registro apresentado pelos professores.

Na Figura 5, sistematizamos os procedimentos realizados pelos professores do grupo G1, no desenvolvimento da atividade.

**Figura 5** – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade *Hambúrguer Artesanal*

Definição do tema <b>Hambúrguer Artesanal</b> Formulação do problema professora-pesquisadora	Resolução	Interpretação dos Resultados
Qual quantidade de carne nós precisamos para fazer 1 hambúrguer para cada aluno da classe e para a professora?	- Cálculo de Porcentagem: aumento de 58% na quantidade de carne indicada na receita. 	• para fazer um hambúrguer com peso de 100g para cada aluno de uma turma formada por 14 alunos e para a professora, é necessário 1.501g de carne.
<b>Matematização</b> Quais são as hipóteses? - Uma turma formada por 14 alunos e uma professora. - Uma turma formada por 18 alunos e uma professora.	- Cálculo do dobro da quantidade de carne indicada na receita. 	• para fazer um hambúrguer com peso de 100g para cada aluno de uma turma formada por 18 alunos e para a professora, é necessário 1.900g de carne.
<b>Quais são as variáveis?</b> - Quantidade de hambúrgueres. - Peso do hambúrguer (em gramas). <b>Simplificações</b> - Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g. - Opa. Se fica mais fácil....	<b>Validação</b> Aumentando 58% na quantidade de carne = valor mais aproximado do necessário. Para 19 pessoas, dobrando os valores da receita = 1900g de carne.	

Fonte: elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G1.

Na Figura 5, identificamos a presença da mobilização, por parte dos professores, dos procedimentos associados à: formulação de hipóteses; configuração do tamanho das turmas de alunos; definição de variáveis, relacionadas ao peso de cada hambúrguer e à quantidade de hambúrgueres necessárias; realização de simplificações, considerando que a receita rende 9 hambúrgueres; resolução do problema com uso dos conceitos de porcentagem e dobro; interpretação dos resultados encontrados para o problema. Relacionamos o desenvolvimento desses procedimentos com fases da atividade de modelagem matemática, tendo por base a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Após terem desenvolvido a atividade, os professores elaboraram o planejamento docente para o uso dessa atividade de modelagem matemática em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sugerindo o trabalho em turmas de 4º e 5º ano. Assim, apresentamos itens do planejamento da atividade *Hambúrguer Artesanal*, para uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme detalhamento no Quadro 13.

**Quadro 13** – Itens do Planejamento dos professores do grupo G1 para uso da atividade *Hambúrguer Artesanal* em sala de aula dos anos iniciais

Itens do Planejamento Docente	Registros dos professores em relação ao planejamento docente
Item 1 Tempo de duração das aulas	- Não explicitado pelos professores.
Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo	Objetivo: - utilizar conceitos matemáticos para resolver o problema apresentado.
Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade	Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização
Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida	Definido pelos professores e conduzido com os alunos.
Item 5 Formulação de problemas	Problema a ser investigado: 1. Qual a quantidade de carne nós precisamos para fazer 1 hambúrguer para cada aluno da classe e para a professora?
Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo	Não explicitado pelos professores.
Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática	Procedimentos: - Conversa informal com problematizações como: Hoje vamos falar sobre hambúrguer, quem aqui já comeu hambúrguer? Vocês gostam? Do que vocês acham que ele é feito? Quem será que inventou o primeiro hambúrguer?

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leitura do texto: A história do hambúrguer disponível em: <a href="https://itburger.com.br/blog/historia-do-hamburger/">https://itburger.com.br/blog/historia-do-hamburger/</a>.</li> <li>- O que vocês descobriram sobre o hambúrguer no texto que vocês leram? (deixar que os alunos falem o que entenderam)</li> <li>- Vocês sabiam que o hambúrguer é tão conhecido que existe até um dia dedicado a ele? Ler o texto: Dia mundial do hambúrguer, disponível em: <a href="https://territoriosgastronomicos.uai.com.br/2020/05/28/chefs-criam-receita-para-homenagear-o-dia-do-hamburger/">https://territoriosgastronomicos.uai.com.br/2020/05/28/chefs-criam-receita-para-homenagear-o-dia-do-hamburger/</a>.</li> <li>- A professora levará os ingredientes até a sala e vamos fazer juntos um hambúrguer para cada um lançando o seguinte problema: (indicado no item 5).</li> </ul>
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	- Realizada pelos professores e encaminhada em sala de aula.
<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	- Não explicitado pelos professores.
<b>Item 10 Auxílio de recursos didático-pedagógicos</b>	- Já indicado no Item 7.
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	- Não explicitado pelos professores.
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	<p>Avaliação:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Será avaliada a participação e envolvimento dos alunos para solucionar o problema; o procedimento utilizado pelo grupo e a resposta correta.</li> </ul>

**Fonte:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G1.

Trazemos, na segunda coluna do Quadro 13, itens do planejamento elaborado pelos professores para uso dessa atividade na sala de aula, relacionados aos itens do planejamento do nosso quadro teórico. A atividade de modelagem matemática foi desenvolvida durante três horas-aula quando os professores estavam desenvolvendo os procedimentos da modelagem matemática e na sequência pensando no planejamento da atividade para o possível desenvolvimento com alunos.

Verificamos que, dos *doze itens* que contemplam nosso quadro teórico, *cinco itens* foram contemplados pelo grupo G1, sendo: *Objetivo, Problema a ser investigado; Procedimentos; Recursos didático-pedagógicos e Avaliação*. Esses itens incorporam especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática para o uso em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, com base em Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos ao item do planejamento dos

professores: *Objetivo*. Ao procedimento de selecionar conteúdos para o planejamento e o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, relacionamos aos conceitos matemáticos que os professores planejam utilizar, que devem estar de acordo com o currículo elaborado para essa etapa de escolarização, baseado na BNCC (BRASIL, 2017).

O item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo* não foi explicitado pelos professores no plano, mas percorre o mesmo transversalmente, dado objetivo da atividade de modelagem matemática.

Com referência ao item *Método Avaliativo, indicado por (BRASIL, 2017)*, relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Avaliação*. Percebemos que, nesse planejamento, os professores apresentaram resposta semelhante à elencada no item *Avaliação* da AT1, sobre o que planejam avaliar. Vale ressaltar a necessidade de uma adequação, uma vez que, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, não há somente uma resposta correta. A indicação dos professores em relação a uma resposta correta pode estar associada também à sua aprendizagem de modelagem matemática, visto que essa foi a primeira atividade por eles desenvolvida no curso de formação.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, com base em Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2013), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Problema a ser investigado*. Os professores planejam realizar atividade prática: levar os ingredientes até a sala de aula e fazer, junto com os alunos, um hambúrguer para cada um e propor o problema que foi colocado pela professora-pesquisadora, de acordo com o Item 7 que associa as estratégias para o desenvolvimento da atividade.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática*, com base em Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Procedimentos*. Os professores planejam levantar discussões com os alunos a respeito do hambúrguer e propor a leitura dos textos utilizados pela professora-pesquisadora, para introduzir a situação-problema.

Na sequência, estabelecemos algumas relações entre os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, que podem nos auxiliar na organização da atividade desenvolvida pelos professores e no planejamento dessa atividade para o desenvolvimento com os alunos (Quadro 14).

**Quadro 14** – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade *Hambúrguer Artesanal* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	<p>Então, professora-pesquisadora, no texto não apresenta qual turma que é, a quantidade de alunos e nem o tamanho desse hambúrguer, quantos gramas tem.</p> <p>O texto não apresenta a quantidade de alunos da sala, nem o tamanho de hamburgueres.</p> <p>Vamos pensar em hambúrguer de 100g então...e uma classe com 14 alunos mais a professora, 15 pessoas.</p> <p>Temos que aumentar a quantidade de cada carne proporcionalmente...pra suprir nossa demanda...pra não perder o sabor da receita.</p> <p>Teremos que partir para porcentagem então. Na aproximação, seriam: 578 g de acém 578 g de patinho e 413 g de gordura. 65% de acréscimo proporcional.</p> <p>A gente pensou...ou uma sala teria 18 alunos, mais a professora, 19 pessoas, a gente só dobraria a quantidade da receita, ...a gente ia precisar de 1kg e 900g de carne.</p>
Princípio do protótipo simples	<p>Vamos mudar o tamanho da sala para 18 alunos, daí só dobrar a quantidade de carne.</p> <p>Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g. Opa. Se fica mais fácil...</p>
Princípio da construção do modelo	<p>Então, fizemos algumas suposições:  - Cada hambúrguer tem 100g; - Uma turma de 14 alunos + prof = 15. Ou:  - 1 sala com 18 alunos + prof = 19 pessoas; Hambúrguer de 100g.</p> <p>Se aumentarmos 175 gramas em cada tipo, acrescido do sal, chegaremos ao 1,5 kg desejado. Será que dá certo? Teremos que partir para porcentagem então.</p>
Princípio da documentação do modelo	<p>Aumentando 65% na quantidade de cada carne, teremos o seguinte resultado: 578(g de acém) + 578(g de patinho) + 413(g de gordura)=1569g. A gente foi fazendo outras tentativas.</p> <p>Aumentando 60%: 560(g de acém) + 560(g de patinho) + 400(g de gordura)=1520g.</p> <p>Aumentando 58%: 553(g de acém) + 553(g de patinho) + 395(g de gordura)=1501g de carne (mais aproximado do total de carne que precisamos) Resposta Final.</p> <p>700(g de acém) + 700(g de patinho) + 500(g de gordura)=1900g de carne; 1,9kg... dobramos os valores da receita...</p>

Princípio da autoavaliação	Para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne, a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne.
	Eu coloquei aqui, que não apresentava a quantidade de alunos da sala nem o tamanho do hambúrguer, então a gente fez que cada hambúrguer teria 100 gramas e pensamos numa turma inicialmente de 14 alunos, mais a professora, seriam 15 pessoas.
	Então, a gente precisaria de um quilo e meio de carne e para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne, a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne... só que a gente foi fazendo outras tentativas e a que mais se aproximou foi de 58%. A gente aumentou 58% daquela receita na quantidade de cada tipo de carne e a gente teve um resultado de 1501g de carne.
	Apenas dobramos os valores da receita, já que 1 receita faz 9 hambúrgueres e sobra 50g.

**Fonte:** Lesh, Amit e Shorr (1997); Registros dos professores do grupo G1.

Com referência ao *princípio da realidade*, incorporamos elementos que fazem referência à problematização, à obtenção dos dados, bem como aos possíveis conceitos e raciocínios empregados pelos alunos, assim dizendo, a expressão de seus próprios pensamentos sobre a situação-problema.

Nessa atividade, os dados e as informações referentes à situação-problema foram fornecidos aos professores pela professora-pesquisadora. À incorporação de elementos que fazem referência à problematização, articulamos procedimentos como os citados pelos professores no desenvolvimento da atividade, indicados no Quadro 14:

- *Então, professora-pesquisadora, no texto não apresenta qual turma que é, a quantidade de alunos e nem o tamanho desse hambúrguer, quantos gramas tem;*
- *O texto não apresenta a quantidade de alunos da sala, nem o tamanho de hambúrgueres;*
- *Vamos pensar em hambúrguer de 100g então...e uma classe com 14 alunos mais a professora, 15 pessoas;*
- *Temos que aumentar a quantidade de cada carne proporcionalmente...pra suprir nossa demanda...pra não perder o sabor da receita;*
- *Teremos que partir para porcentagem então. Na aproximação, seriam: 578 g de acém 578 g de patinho e 413 g de gordura. 65% de acréscimo proporcional.*
- *A gente pensou...ou uma sala teria 18 alunos, mais a professora, 19 pessoas, a gente só dobraria a quantidade da receita, ...a gente ia precisar de 1kg e 900g de carne.*

Esse princípio indica os raciocínios empregados pelos professores, uma vez que eles registraram informações das quais eles sentiram falta no texto, como o peso do hambúrguer e a quantidade de alunos da turma. Eles também levaram em

conta a possibilidade de manter a proporção das carnes e gorduras indicadas na receita e, conseqüentemente, manter o sabor da receita. Esses procedimentos os auxiliaram na estruturação do problema matemático, para dar prosseguimento ao desenvolvimento da atividade.

Com relação ao *princípio da construção do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como os expressos nos registros:

- *Então, fizemos algumas suposições: Cada hambúrguer tem 100g; Uma turma de 14 alunos + prof = 15; Ou: 1 sala com 18 alunos + prof = 19 pessoas; Hambúrguer de 100g.*
- *Se aumentarmos 175 gramas em cada tipo, acrescido do sal, chegaremos ao 1,5 kg desejado. Será que dá certo? Teremos que partir para porcentagem então.*

Esses princípio indica a estruturação de ideias lógicas por parte dos professores, o que possibilitou a comprovação dessas hipóteses por meio dos registros dos cálculos apresentados por eles.

Com relação ao *princípio do protótipo simples*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Vamos mudar o tamanho da sala para 18 alunos, daí só dobrar a quantidade de carne;*
- *Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g. Opa. Se fica mais fácil...*

Relacionamos a esse princípio a adaptação de mudar o tamanho da sala para 18 alunos, possibilitando que os professores construíssem procedimentos matemáticos com o uso do conceito de 'dobro'.

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Aumentando 65% na quantidade de cada carne, teremos o seguinte resultado: 578(g de acém) + 578(g de patinho) + 413(g de gordura)=1569g. A gente foi fazendo outras tentativas.*
- *Aumentando 60%: 560(g de acém) + 560(g de patinho) + 400(g de gordura)=1520g.*
- *Aumentando 58%: 553(g de acém) + 553(g de patinho) + 395(g de gordura)=1501g de carne (mais aproximado do total de carne que precisamos)  
Resposta Final.*

- $700(\text{g de acém}) + 700(\text{g de patinho}) + 500(\text{g de gordura}) = 1900\text{g de carne};$   
1,9kg... dobramos os valores da receita...

A esse princípio relacionamos os registros dos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Por fim, com relação ao *princípio da autoavaliação*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne, a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne.*
- *Eu coloquei aqui, que não apresentava a quantidade de alunos da sala nem o tamanho do hambúrguer, então a gente fez que cada hambúrguer teria 100 gramas e pensamos numa turma inicialmente de 14 alunos, mais a professora, seriam 15 pessoas.*
- *Então, a gente precisaria de um quilo e meio de carne e para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne; a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne... só que a gente foi fazendo outras tentativas e a que mais se aproximou foi de 58%. A gente aumentou 58% daquela receita na quantidade de cada tipo de carne e a gente teve um resultado de 1501g de carne.*
- *Apenas dobramos os valores da receita, já que 1 receita faz 9 hambúrgueres e sobra 50g.*

A contemplação desse princípio indica que os professores verificaram suas respostas e consideraram que as estratégias construídas por eles forneceram resposta ao problema inicial.

Diante da identificação dos procedimentos realizados pelos professores nessa atividade, observamos que os mesmos contemplam os seguintes princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997): o *princípio da realidade*; o *princípio do protótipo simples*; o *princípio da construção do modelo*; o *princípio da documentação do modelo* e o *princípio da autoavaliação*.

Esses procedimentos foram realizados pelos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade *Hambúrguer Artesanal* e as fases da modelagem matemática foram identificadas no processo de solução da atividade.

Entendemos que os procedimentos dos professores realizados na atividade desenvolvida e planejada referem-se aos procedimentos mobilizados no desenvolvimento de atividades que suscitam o processo de modelagem na sua resolução.

Após termos descrito e analisado os procedimentos realizados pelos professores do grupo G1, no desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, direcionamo-nos à análise da próxima atividade desenvolvida por eles, com o tema *Saúde na Pandemia*. Esse caminhar pode nos evidenciar como se deu a formação dos professores e seu desenvolvimento com a modelagem matemática, do primeiro ao segundo momento de familiarização.

### 5.1.2 Segundo Momento de Familiarização – Situação-problema *Saúde na Pandemia*

A situação-problema *Saúde na Pandemia* foi elaborada pela professora-pesquisadora e proposta para ser desenvolvida pelos professores a partir de um conjunto de informações disponibilizadas para os mesmos, no âmbito do curso de formação, configurando-se como sendo o segundo momento de familiarização dos estudantes com atividades de modelagem matemática, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016). A descrição dessa atividade contempla registros de três professores, que compõem o grupo G1 e atendem aos critérios estabelecidos a posteriori, para compor a análise.

Para iniciar a aula com a atividade de modelagem matemática, abordamos o tema por meio de um texto informativo que compõem a situação-problema *Saúde na Pandemia*. Dessa forma, pode ser entregue aos alunos, uma folha impressa que contempla as informações sobre o tema, bem como o problema a ser investigado (Apêndice 5).

#### **Inteiração**

O primeiro contato com a situação-problema foi feito por meio de informações disponibilizadas pela professora-pesquisadora. Para introduzir o assunto, apresentamos a situação-problema *Saúde na Pandemia* e exibimos dois vídeos: ‘*Quatro dicas de alimentação para manter a imunidade*’ (4:08min) e ‘*Alimentação saudável*’ (5:13min). Após, fizemos uma explicação sobre a importância das vitaminas e sais minerais no equilíbrio da imunidade durante a pandemia provocada pelo coronavírus. Em seguida, propusemos que os professores fizessem o levantamento

de problemas, então, sob a orientação da professora-pesquisadora, eles começaram a dialogar sobre isso, como sinalizam os registros:

**P1:** *P3, P5, lá no texto dela, que foi apresentado, ela fala quais alimentos têm determinadas vitaminas que nós precisamos e também dá dica na pirâmide, de quantas porções de cada alimento nós devemos consumir. Então, um problema matemático seria envolvendo a combinação, na formulação de pratos que forneçam as doses diárias necessárias de vitaminas, diferentes pratos, diferentes possibilidades de se obter as vitaminas necessárias. O que vocês acham?*

**P5:** *Muito bom.*

**P3:** *Legal. Quer que eu vá digitando aqui?*

**P1:** *P3, você que tem a habilidade, porque eu estou patinando hoje desde o começo. Aquela, pirâmide, nós precisamos dela e também, daqueles três textos que falam das vitaminas, os alimentos que contêm as vitaminas que o nosso corpo necessita.*

**P5:** *Ela vai mandar aqui. Eu acho que tem lá tudo no slide dela. Ela acabou de mandar no WhatsApp, deixa eu abrir aqui.*

**P1:** *Sim. Ela apresentou tudo sobre isso. Ai, tá carregando aqui, minha internet tá meio ruim hoje.*

Gravações em áudio e vídeo.

Então, os professores continuaram o diálogo sobre a problematização da situação:

**P1:** *O nosso problema poderia começar assim com essa fala: uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções.*

**P5:** *Uhum.*

**P1:** *Vamos pensar como colocar, pra que a criança crie o prato respeitando a porção, ou elabore um cardápio semanal, alguma coisa assim, porque vai abrir possibilidades. Não tem uma resposta certa, tem várias possibilidades.*

**P3:** *Vocês querem que eu coloque o vídeo aqui, meninas, pra gente assistir de novo?*

**P1:** *...Pra gente dar uma afunilada na situação, vamos tentar elaborar com a pirâmide que é visual, eu acredito que seja mais fácil.*

**P3:** *Tá.*

**P1:** *A gente pode pedir pra uma criança elaborar um prato, com cinco cores, assim como a nutricionista sugeriu no vídeo e depois, definir qual é a quantidade de porções que a criança está ingerindo. Ela vai ter que saber a indicação, consultando a pirâmide e dependendo do prato, é a quantidade de porção. Isso também é possível. Então vamos fechar nisso.*

Gravações em áudio e vídeo.

Após esse diálogo, como a atividade foi planejada no segundo momento de familiarização, os professores formularam os problemas para possibilitar o desenvolvimento dessa atividade (Quadro 15).

**Quadro 15** – Problemas formulados pelos professores do grupo G1 para investigar o tema *Saúde na Pandemia*

Uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções.  
 1- Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo que afirma que para um prato saudável é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.  
 a) Monte o seu prato seguindo essa dica.  
 b) Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente.  
 c) Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

Após a formulação dos problemas, os professores se engajaram na organização das informações da linguagem do problema para a linguagem matemática e na resolução das problemáticas.

### Matematização

Na intenção de decidir como solucionar os problemas formulados, os professores do grupo G1 deram continuidade nas discussões, conforme sinaliza o diálogo:

**P1: Nós estamos com três atividades: tem variação, porque vai depender do prato que a criança desenhar e da quantidade que ela resolver inserir nesse prato. Eu acho que a gente tá dando possibilidade pra resolução.**

**P3: Bom, aqui tá falando as porções por dia.**

**P1: É, essa questão 'a' é a mais, fácil, digamos. A criança vai montar de acordo com o que ela pensa, ou de acordo com o que ela se alimenta. A partir daí, essa soma das porções e a quantidade que falta, vai exigir uma reflexão grande dela, vai levar um tempinho pra ela entender.**

**P3: Sim.**

Gravações em áudio e vídeo.

Para pensar a resolução do problema diferentes procedimentos foram indicados pelos professores:

**P1: Então, a atividade é que cada aluno monte o seu prato com no mínimo cinco cores de alimentos. Então, nós vamos ter a variável, de diferentes pratos, com diferentes alimentos. A proposta, é que ele descubra, comparando o prato depois de pronto, quantas porções ele conseguiu inserir no prato, das que são necessárias diariamente e posteriormente, descobrir, quantas ainda faltam ser consumidas, para completar aquela porção diária necessária.**

Gravações em áudio e vídeo.

Então, os professores consideraram quatro refeições diárias e seguindo a dica da nutricionista, supuseram que um prato saudável deve ter cinco cores de alimentos e decidiram usar as porções de cada classe alimentar indicada na pirâmide para montar um cardápio diário. Isso possibilitou-lhes a formulação de hipóteses e a definição de variáveis, como indicam os registros:

*Hipóteses:*

**- Consideramos 4 refeições diárias, por estarmos em atendimento remoto. Se estivéssemos em ensino presencial, aumentaríamos ao menos uma refeição referente ao intervalo.**

**Também temos realidades em que alguns alunos não têm as quatro refeições diárias.**

**- Prato com 5 cores de alimentos.**

**Variáveis: quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.**

Registro escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

Na sequência, descrevemos os procedimentos realizados pelos professores do grupo G1 na resolução.

## **Resolução**


Os professores do grupo G1 resolveram a atividade, já pensando em como os alunos a desenvolveriam. Eles supuseram um modo de resolução para alunos do 1º e 2º ano, utilizando figuras para representar os alimentos presentes na pirâmide alimentar. Primeiramente, os professores montaram uma tabela com quatro refeições diárias: café da manhã, almoço, café da tarde e jantar. Depois, eles montaram um prato saudável, contendo cinco cores de alimentos, seguindo a dica da nutricionista, exibida no vídeo, conforme sinalizam os registros:

**P1: Então, coloque 1º e 2º anos, pra gente diferenciar o trabalho. Realizar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide. Elaborar um cardápio diário, onde a criança deve dividir os alimentos de acordo com seu consumo diário. E a gente deixa assim, meninas e na hora da explicação a gente detalha qual é a intenção. P3, se você conseguir, insere uma tabela, com uma coluna para café da manhã, uma coluna para almoço, uma coluna para café da tarde e uma para jantar. O aluno deve montar a sua tabela, que está separada em quatro refeições diárias. Aí, vai depender da realidade da criança. Pode ser que a criança nem realize as quatro refeições. Nós fizemos um exemplo do que poderia acontecer com o prato do nosso aluno... Nós fizemos variações para o 1º e 2º ano.**

Gravações em áudio e vídeo.

Então, como proposta de resolução, os professores elaboraram do grupo G1 elaboraram um prato, montado com cinco cores de alimentos, como sugestão para o trabalho com alunos de 1º e 2º anos (Figura 6).

**Figura 6** – Prato elaborado pelos professores do grupo G1 na resolução da atividade *Saúde na Pandemia*

Café da manhã	Almoço	Café da tarde	Jantar
			

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

Verificamos, na Figura 6, que os professores montaram um exemplo do que poderia ser um prato saudável montado por alunos, com cinco cores de alimentos:

**P1: Então, nós temos lá, um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele. P5, os alimentos que a gente considerou?**

**P3: Arroz, feijão, tomate, alface e carne vermelha.**

**P1: Então, ele vai escolher, da pirâmide, o arroz, o feijão, o tomate, a carne e o alface.**

Gravações em áudio e vídeo.

Com referência à variação dos pratos, os professores consideraram que os alunos poderiam utilizar outras figuras para representar os alimentos que eles consomem no dia-a-dia (Figura 7).

**Figura 7** – Figuras de alimentos sugeridas na variação dos pratos elaborados na situação-problema *Saúde na Pandemia*



**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

Verificamos, na Figura 7, que os professores consideraram que pães e frutas também podem ser inseridos na alimentação diária dos alunos e explicaram como resolveriam o problema com essas variações:

**P1:** *Aquela variação para o 1º e o 2º ano, está praticamente resolvida com esses desenhos que a P3 colocou, porque, quando a criança escolhe o pão e eu questiono: ‘em qual dessa refeição ela come o pão’, eu estou resolvendo.*

Gravações em áudio e vídeo.

Então, os professores apresentaram a resolução da segunda e da terceira proposta elaborada por eles e fizeram um registro tabular para representar esses procedimentos, conforme sinaliza o diálogo:

**P1:** *Na tabela você coloca: na primeira coluna, o alimento; na segunda coluna, a porção e na terceira coluna, necessidade diária.*

**P3:** *Acho melhor colocar aqui, a necessidade e depois o que a gente usou. Frutas, 2 porções...a gente não usou nenhuma. Então aqui, zero.*

**P1:** *Vai ficar bem interessante essa tabela que você está fazendo, P3, vai ficar visual.*

**P3:** *Tá faltando uma porção aqui, faltou o feijão. Ah, o feijão tá junto com a carne. Acho que dá pra gente inserir mais uma coluna aqui, com as porções que faltam.*

**P1:** *...A gente entra na subtração. Então, tem a combinação, quando montamos os pratos, tem a adição, quando ele soma a quantidade de porção utilizada e tem a subtração, quando ele*

***acha a diferença do que ele usou, para o que ele precisaria consumir.***

Gravação em áudio e vídeo.

Percebemos, nos excertos, que os professores elencaram os conteúdos matemáticos utilizados nos cálculos das quantidades de porções de alimentos que faltam para completar as porções diárias necessárias, realizados na resolução do problema (Figura 8).

**Figura 8** – Resolução dos professores do grupo G1 para a atividade *Saúde na Pandemia*

Alimentos	Porções necessárias	Porções utilizadas	Porções que faltam
Cereais, massas e vegetais	6 porções	1 porção	5
Frutas	2 porções	0	2
Verduras	3	2	1
Leite e derivados	2	0	2
Carnes	2	2	0
Açúcares e gorduras	moderação	0	0
Total	15	5	10

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

A Figura 8 aborda uma tabela com quatro entradas elaborada pelos professores, em que elencaram os nomes dos grupos de alimentos contidos na pirâmide alimentar, registraram a quantidade de porções diárias necessárias, a quantidade de porções utilizadas no prato saudável, montado com cinco cores e por fim, calcularam a quantidade de porções de alimentos que faltam para completar as porções diárias necessárias para uma alimentação saudável:

***P1: O próximo passo, é que ele descubra qual é a localização desses alimentos na pirâmide, pra ele também verificar a quantidade de porção necessária. Por exemplo: as frutas, nós precisamos de 2 porções e aí não tem nenhuma delas; agora a gente volta lá pra aquela tabela; as verduras, nós precisamos de 3 porções diárias, e foram utilizadas duas porções; nós ficamos, inclusive, na dúvida com o tomate, se entrava como fruta ou verdura e pelo jeito, no desenho da pirâmide, entrou como verdura; leites e derivados, nós precisamos de duas porções e no prato não teve a presença de nada relacionado; a carne, os ovos, o feijão e as nozes, nós precisamos de 6 porções, no prato foram usadas duas.***

Gravações em áudio e vídeo.

Na sequência, descrevemos como os professores do grupo G1 interpretaram e comunicaram os resultados por eles obtidos.

### Interpretação dos Resultados e Validação

Com base no prato saudável montado como exemplo (Figura 6, p. 78) por meio das informações contidas na pirâmide alimentar e nos cálculos que realizaram na tabela (Figura 8, p. 80) os professores do grupo G1 concluíram que ainda faltam dez porções para serem consumidas, para completar a quantidade diária necessária, indicada na pirâmide alimentar, conforme sinaliza o diálogo:

**P1: Então, o aluno vai comparando seu prato com a pirâmide alimentar e verificando quantas porções ele utilizou nesta refeição, e também constatando, quantas porções ainda faltam, considerando que ele irá realizar outras refeições e deverá complementar a sua necessidade diária com essas porções que faltam. Nós fizemos um exemplo do que poderia acontecer com o prato do nosso aluno...**

Gravações em áudio e vídeo.

Dessa forma, conforme descrição dos procedimentos dos professores, eles responderam as três questões que propuseram investigar. A Figura 9 aborda a sistematização desses procedimentos realizados pelos professores.

**Figura 9** – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade *Saúde na Pandemia*

<p><b>Definição do tema</b> <b>Saúde na Pandemia</b></p> <p><b>Formulação do problema</b> Uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções.</p> <p>1- Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo que afirma que para um prato saudável é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.</p> <p>a) Monte o seu prato seguindo essa dica. b) Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente. c) Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.</p> <p><b>Matematização</b> <b>Quais são as hipóteses?</b> - Consideramos 4 refeições diárias, por estarmos em atendimento remoto. Se estivéssemos em ensino presencial, aumentaríamos ao menos uma refeição referente ao intervalo. Também temos realidades em que alguns alunos não têm as quatro refeições diárias. - Prato com 5 cores de alimentos.</p>	<p><b>Quais são as variáveis?</b> - Quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.</p> <p><b>Simplificações</b> - 1º e 2º anos, diferenciar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide.</p> <p><b>Resolução</b></p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Café da manhã</td> <td>Almoço</td> <td>Café da tarde</td> <td>Jantar</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p><small>Fonte: registro dos professores do grupo G1.</small></p> <p><b>Validação</b></p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Alimentos</th> <th>Porções necessárias</th> <th>Porções utilizadas</th> <th>Porções que faltam</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cereais, massas e vegetais</td> <td>6 porções</td> <td>1 porção</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Frutas</td> <td>2 porções</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Verduras</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Leite e derivados</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Carnes</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Açúcares e gorduras</td> <td>moderação</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><b>Total</b></td> <td><b>15</b></td> <td><b>5</b></td> <td><b>10</b></td> </tr> </tbody> </table>	Café da manhã	Almoço	Café da tarde	Jantar					Alimentos	Porções necessárias	Porções utilizadas	Porções que faltam	Cereais, massas e vegetais	6 porções	1 porção	5	Frutas	2 porções	0	2	Verduras	3	2	1	Leite e derivados	2	0	2	Carnes	2	2	0	Açúcares e gorduras	moderação	0	0	<b>Total</b>	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<p><b>Interpretação dos Resultados</b> - O aluno vai comparando seu prato com a pirâmide alimentar e verificando quantas porções ele utilizou nesta refeição, e também constatando, quantas porções ainda faltam, considerando que ele irá realizar outras refeições e deverá complementar a sua necessidade diária com essas porções que faltam.</p>
Café da manhã	Almoço	Café da tarde	Jantar																																							
																																										
Alimentos	Porções necessárias	Porções utilizadas	Porções que faltam																																							
Cereais, massas e vegetais	6 porções	1 porção	5																																							
Frutas	2 porções	0	2																																							
Verduras	3	2	1																																							
Leite e derivados	2	0	2																																							
Carnes	2	2	0																																							
Açúcares e gorduras	moderação	0	0																																							
<b>Total</b>	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>10</b>																																							

**Fonte:** elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G1.


Na Figura 9 identificamos a presença da mobilização, por parte dos professores, de procedimentos associados à: elaboração de problemas, seguindo orientações nutricionais profissionais; formulação de hipóteses, relacionadas à um cardápio com quatro refeições diárias e um prato com cinco cores de alimentos; definição de variáveis, considerando a quantidade de porções de alimentos; realização de simplificações, indicando o trabalho com turmas de alunos de 1º e 2º ano, utilizando figuras de alimentos; resolução do problema, montando um prato para o almoço, contendo cinco cores de alimentos e, registrando em uma tabela, a quantidade de alimentos necessária e a quantidade de porções utilizadas, com uso de conceitos de adição e subtração; interpretação dos resultados e validação, respondendo quantas porções faltam para completar a necessidade diária.

A partir de uma 'roda de conversa' na comunicação da atividade para a turma e posteriormente ao desenvolvimento da atividade, na discussão de elementos do planejamento docente, os professores do grupo G1 indicaram a possibilidade de condução de uma atividade com a mesma temática para turmas de 1º e 2º anos, com a proposta de desenvolvimento da atividade utilizando figuras de alimentos presentes na pirâmide alimentar; já para o trabalho com 4º e 5º anos, eles propuseram o questionamento acerca de quantas porções de cada alimento são necessárias semanalmente, quinzenalmente ou mensalmente, especificamente para o trabalho com adição, subtração, combinação, multiplicação e medidas arbitrárias.

Nesse contexto, apresentamos itens do planejamento elaborado pelos professores do grupo G1, para uso da atividade *Saúde na Pandemia*, em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme detalhamento no Quadro 16.

**Quadro 16** – Itens do Planejamento dos professores do grupo G1 para uso da atividade *Saúde na Pandemia* em sala de aula dos anos iniciais

Itens do Planejamento Docente	Registros dos professores em relação ao planejamento docente
<b>Item 1</b> Tempo de duração das aulas	- Não explicitado pelos professores.
<b>Item 2</b> Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo	<p>Objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- combinar alimentos montando um prato que contemple os requisitos de uma alimentação balanceada;</li> <li>- identificar quantas porções de cada alimento irá ingerir se se alimentar do prato que montou e quantas porções faltam das que são necessárias diariamente.</li> </ul> <p>Objetivos específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Para 1º e 2º anos: realizar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide.</li> <li>- elaborar um cardápio diário onde a criança deve dividir os alimentos de acordo com o seu consumo diário (utilizar recortes de alimentos; as crianças podem recortar de revistas e folhetos de mercado, ou a professora pode levar recortado para a criança colar na tabela).</li> <li>- Para 4º e 5º anos: também podemos questionar quantas porções de cada alimento são necessárias semanalmente, quinzenalmente, mensalmente.</li> </ul>
<b>Item 3</b> Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade	- Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização: os problemas foram elaborados pelos professores e propostos aos alunos para a investigação.
<b>Item 4</b> Definição do tema da atividade a ser desenvolvida	Definido pelos professores e conduzido com os alunos.
<b>Item 5</b> Formulação de problemas	<p>Apresentação dos problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Uma alimentação balanceada e saudável contribui para a melhor resistência do corpo a infecções.</li> </ul> <p>1- Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo que afirma que para um prato saudável, sabemos que é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Monte o seu prato seguindo essa dica.</li> <li>b) Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente.</li> <li>c) Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.</li> </ol>
<b>Item 6</b> Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo	<p>Conteúdos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- adição;</li> <li>- subtração;</li> <li>- combinação;</li> <li>- multiplicação;</li> <li>- medidas de tempo;</li> <li>- medidas arbitrárias.</li> </ul>
<b>Item 7</b> Estratégia para iniciar a aula com	Metodologia:

<b>atividade de modelagem matemática</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- conversa informal sobre a alimentação dos alunos, o que gostam de comer, o que comem no dia a dia.</li> <li>- apresentação do vídeo sobre alimentação balanceada.</li> </ul>								
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Textos que falam das vitaminas; Tabela de alimentos que contêm as vitaminas que o corpo necessita; Pirâmide alimentar.</li> </ul>								
<p><b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade.</b></p>	<p>Hipóteses:  <ul style="list-style-type: none"> <li>- consideramos 4 refeições diárias. Prato com 5 cores de alimentos;</li> </ul>           Variáveis:  <ul style="list-style-type: none"> <li>- quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.</li> </ul> <table border="1" data-bbox="592 584 1331 768"> <thead> <tr> <th data-bbox="592 584 722 629">Café da manhã</th> <th data-bbox="722 584 1054 629">Almoço</th> <th data-bbox="1054 584 1161 629">Café da tarde</th> <th data-bbox="1161 584 1331 629">Jantar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="592 629 722 768"></td> <td data-bbox="722 629 1054 768"></td> <td data-bbox="1054 629 1161 768"></td> <td data-bbox="1161 629 1331 768"></td> </tr> </tbody> </table>  </p>	Café da manhã	Almoço	Café da tarde	Jantar				
Café da manhã	Almoço	Café da tarde	Jantar						
<p><b>Item 10 Auxílio de recursos didático-pedagógicos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leitura e explicação de texto informativo: “Saúde na Pandemia”</li> <li>- Exibição de Vídeo: “Quatro dicas de alimentação para manter a imunidade” (4:08min). Disponível em: <a href="https://youtu.be/D9ChchtUWC8">https://youtu.be/D9ChchtUWC8</a>.</li> <li>- Exibição de Vídeo: “Alimentação saudável” (5:13min). Disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=NZgk8e1zzHQ">https://www.youtube.com/watch?v=NZgk8e1zzHQ</a>.</li> <li>- Pirâmide acimentar. Disponível em: <a href="https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel.pdf">https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel.pdf</a>.</li> <li>- Figuras representativas de alimentos.</li> </ul>								
<p><b>Item 11 Possíveis dificuldades</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não explicitado pelos professores.</li> </ul>								
<p><b>Item 12 Método Avaliativo</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não explicitado pelos professores.</li> </ul>								

**Fontes:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G1.

Podemos verificar, na segunda coluna do Quadro 16, que os professores do grupo G1 apresentaram *oito itens* do planejamento, em relação aos *doze itens* do planejamento com atividades de modelagem matemática para os anos iniciais, abordados no nosso quadro teórico. Identificamos, no detalhamento desse planejamento, que os itens *Objetivos, Conteúdos e Recursos Didáticos; Objetivos Específicos, Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, Apresentação dos Problemas, Tema, Metodologia e Hipóteses e Variáveis*, apresentam especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática para o uso em sala de aula.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, com base em Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos aos itens do planejamento dos professores: *Objetivos e Objetivos Específicos*. Verificamos que, os *Objetivos* podem se relacionar aos conteúdos indicados no currículo e os *Objetivos específicos* abordam especificidades, com as mesmas indicações para turmas de 1º e 2º ano e outras indicações para o trabalho com turmas de 4º e 5º ano.

Com referência ao item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017), com base em, Santiago e Andrade (2013) e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Conteúdos*, referente aos conteúdos matemáticos abordados e propostos pelos professores, para o desenvolvimento da atividade.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, conforme concepções de Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2013), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Apresentação dos problemas*. Verificamos que os professores planejam iniciar o problema com uma informação fornecida pela professora-pesquisadora e elencam os problemas que elaboraram para investigar.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática*, com base em Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Metodologia*. Verificamos que os professores planejam iniciar a atividade, abordando o tema por meio de uma conversa informal com os alunos e exibição de vídeo.

Com referência ao item *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade*, conforme descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Hipóteses e Variáveis*. Os professores apresentam as hipóteses e

variáveis consideradas por eles, com base nas informações sobre a situação-problema fornecidas pela professora-pesquisadora.

Perguntamos aos professores, no questionário de autorreflexão, ‘*Qual a importância da abordagem de problemas reais em minhas aulas?*’. Em suas respostas, ambos consideram importante a abordagem de problemas reais em suas aulas, como sinaliza o Quadro 17.

**Quadro 17** – Respostas dos professores do grupo G1 à questão 1 do questionário autorreflexivo

PROFESSOR	RESPOSTA
P1	Despertar o interesse dos alunos pela matemática, uma vez que os conteúdos trabalhados serão introduzidos com alguma situação ligada ao seu cotidiano.
P3	Desperta maior interesse nos alunos. Os alunos começam a perceber que os conteúdos matemáticos são utilizados no seu dia a dia.
P5	Tentar resolver sempre e fazer com que os alunos compreendam como a matemática é importante.

**Fonte:** respostas dos professores do grupo G1 à questionários previamente estruturados.

Constatamos que as respostas de dois, dos três professores, indicam que o trabalho a abordagem de problemas reais em suas aulas é importante, tanto para despertar o interesse dos alunos pela matemática, quanto para relacioná-la com o cotidiano dos alunos. Já um professor considera que, por meio dessa abordagem, pode levar os alunos a compreender a importância da matemática.

Dando prosseguimento ao processo analítico, estabelecemos algumas relações entre os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, como mostra o Quadro 18.

**Quadro 18** – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade *Saúde na Pandemia* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos dos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	Lá no texto dela, que foi apresentado, ela fala quais alimentos têm determinadas vitaminas que nós precisamos e também dá dica na pirâmide, de quantas porções de cada alimento nós devemos consumir.
	Aquela, pirâmide, nós precisamos dela e também, daqueles três textos que falam das vitaminas, os alimentos que contêm as vitaminas que o nosso corpo necessita.
	Um problema matemático seria envolvendo a combinação, na formulação de pratos que forneçam as doses diárias necessárias de vitaminas, diferentes pratos.

	<p>Ela vai ter que saber a indicação, consultando a pirâmide e dependendo do prato, é a quantidade de porção. Então vamos fechar nisso.</p> <p>A partir daí, essa soma das porções e a quantidade que falta, vai exigir uma reflexão grande dela, vai levar um tempinho pra ela entender.</p> <p>Vocês querem que eu coloque o vídeo aqui, meninas, pra gente assistir de novo?</p> <p>Uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções.</p> <p>1- Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo que afirma que para um prato saudável é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.</p> <p>a) Monte o seu prato seguindo essa dica.</p> <p>b) Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente.</p> <p>c) Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.</p>
Princípio do protótipo simples	<p>Coloque 1º e 2º anos, pra gente diferenciar o trabalho. Realizar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide. Elaborar um cardápio diário, onde a criança deve dividir os alimentos de acordo com seu consumo diário.</p> <p>Essa questão 'a' é a mais, fácil, digamos. A criança vai montar de acordo com o que ela pensa, ou de acordo com o que ela se alimenta</p>
Princípio da construção do modelo	<p>Vamos pensar como colocar, pra que a criança crie o prato respeitando a porção, ou elabore um cardápio semanal, alguma coisa assim.</p> <p>A gente pode pedir pra uma criança elaborar um prato, com cinco cores, assim como a nutricionista sugeriu no vídeo e depois, definir qual é a quantidade de porções que a criança está ingerindo.</p> <p>Nós estamos com três atividades: tem variação, porque vai depender do prato que a criança desenhar e da quantidade que ela resolver inserir nesse prato. Eu acho que a gente tá dando possibilidade pra resolução.</p> <p>Então, a atividade é que cada aluno monte o seu prato com no mínimo cinco cores de alimentos.</p> <p>A proposta, é que ele descubra, comparando o prato depois de pronto, quantas porções ele conseguiu inserir no prato, das que são necessárias diariamente e posteriormente, descobrir, quantas ainda faltam ser consumidas, para completar aquela porção diária necessária.</p> <p>Hipóteses:  - Consideramos 4 refeições diárias, por estarmos em atendimento remoto. Se estivéssemos em ensino presencial, aumentaríamos ao menos uma refeição referente ao intervalo.  Também temos realidades em que alguns alunos não têm as quatro refeições diárias.  - Prato com 5 cores de alimentos.</p> <p>Variáveis: quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.</p> <p>Nós vamos ter a variável, de diferentes pratos, com diferentes alimentos.</p> <p>O aluno deve montar a sua tabela, que está separada em quatro refeições diárias. Aí, vai depender da realidade da criança. Pode ser que a criança nem realize as quatro refeições.</p> <p>O próximo passo, é que ele descubra qual é a localização desses alimentos na pirâmide, pra ele também verificar a quantidade de porção necessária.</p>
Princípio da documentação do modelo	<p>Insere uma tabela, com uma coluna para café da manhã, uma coluna para almoço, uma coluna para café da tarde e uma para jantar.</p>

	Os alimentos que a gente considerou? Arroz, feijão, tomate, alface e carne vermelha. Então, ele vai escolher, da pirâmide, o arroz, o feijão, o tomate, a carne e o alface.
	Aquela variação para o 1º e o 2º ano, está praticamente resolvida com esses desenhos que a P3 colocou, porque, quando a criança escolhe o pão e eu questiono: 'em qual dessa refeição ela come o pão', eu estou resolvendo.
	Na tabela você coloca: na primeira coluna, o alimento; na segunda coluna, a porção e na terceira coluna, necessidade diária.
	Acho melhor colocar aqui, a necessidade e depois o que a gente usou. Frutas, 2 porções...a gente não usou nenhuma. Então aqui, zera.
	Vai ficar bem interessante essa tabela que você está fazendo... vai ficar visual.
	Tá faltando uma porção aqui, faltou o feijão. Ah, o feijão tá junto com a carne. Acho que dá pra gente inserir mais uma coluna aqui, com as porções que faltam.
	...A gente entra na subtração. Então, tem a combinação, quando montamos os pratos, tem a adição, quando ele soma a quantidade de porção utilizada e tem a subtração, quando ele acha a diferença do que ele usou, para o que ele precisaria consumir.
	As frutas, nós precisamos de 2 porções e aí não tem nenhuma delas; agora a gente volta lá pra aquela tabela; as verduras, nós precisamos de 3 porções diárias, e foram utilizadas duas porções; nós ficamos, inclusive, na dúvida com o tomate, se entrava como fruta ou verdura e pelo jeito, no desenho da pirâmide, entrou como verdura; leites e derivados, nós precisamos de duas porções e no prato não teve a presença de nada relacionado; a carne, os ovos, o feijão e as nozes, nós precisamos de 6 porções, no prato foram usadas duas.
Princípio da generalização do modelo	Porque vai abrir possibilidades. Não tem uma resposta certa, tem várias possibilidades.
	Um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele. Diferentes possibilidades de se obter as vitaminas necessárias.
Princípio da autoavaliação	Então, o aluno vai comparando seu prato com a pirâmide alimentar e verificando quantas porções ele utilizou nesta refeição, e também constatando, quantas porções ainda faltam, considerando que ele irá realizar outras refeições e deverá complementar a sua necessidade diária com essas porções que faltam. Nós fizemos um exemplo do que poderia acontecer com o prato do nosso aluno.

**Fonte:** Lesh, Amit e Shorr (1997); Registros dos professores do grupo G1.

Nessa atividade, o conjunto de dados que compõem a situação-inicial foi disponibilizado aos professores, pela professora-pesquisadora. Já, os problemas investigados foram formulados pelos professores. À incorporação de elementos que fazem referência à problematização, articulamos procedimentos como os sinalizados nas falas dos professores:

- *Lá no texto dela, que foi apresentado, ela fala quais alimentos têm determinadas vitaminas que nós precisamos e também dá dica na pirâmide, de quantas porções de cada alimento nós devemos consumir;*

- *Aquela, pirâmide, nós precisamos dela e também, daqueles três textos que falam das vitaminas, os alimentos que contêm as vitaminas que o nosso corpo necessita;*
- *Um problema matemático seria envolvendo a combinação, na formulação de pratos que forneçam as doses diárias necessárias de vitaminas, diferentes pratos;*
- *Ela (a criança) vai ter que saber a indicação, consultando a pirâmide e dependendo do prato, é a quantidade de porção. Então vamos fechar nisso;*
- *A partir daí, essa soma das porções e a quantidade que falta, vai exigir uma reflexão grande dela, vai levar um tempinho pra ela entender.*
- *Vocês querem que eu coloque o vídeo aqui, meninas, pra gente assistir de novo?*
- *Uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções.*
- *Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo que afirma que para um prato saudável é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.*
  - *Monte o seu prato seguindo essa dica.*
  - *Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente.*
  - *Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.*

Percebemos que os professores fizeram referência aos dados apresentados pela professora-pesquisadora: textos, pirâmide alimentar e vídeo. Como os professores sugeriram um problema matemático envolvendo a montagem de um prato, com combinação de alimentos que forneçam as doses diárias de vitaminas necessárias à saúde, eles mencionam que as informações contidas na pirâmide alimentar, servirão de base para a consulta acerca da quantidade de porções dos alimentos.

Esse princípio indica os raciocínios empregados pelos professores, que os auxiliaram na estruturação do problema matemático, para prosseguirem com o desenvolvimento da atividade.

Com relação ao *princípio da construção do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como os descritos nas falas:

- *Vamos pensar como colocar, pra que a criança crie o prato respeitando a porção, ou elabore um cardápio semanal, alguma coisa assim.*
- *A gente pode pedir pra uma criança elaborar um prato, com cinco cores, assim como a nutricionista sugeriu no vídeo e depois, definir qual é a quantidade de porções que a criança está ingerindo.*

- *Nós estamos com três atividades: tem variação, porque vai depender do prato que a criança desenhar e da quantidade que ela resolver inserir nesse prato. Eu acho que a gente tá dando possibilidade pra resolução.*
- *Então, a atividade é que cada aluno monte o seu prato com no mínimo cinco cores de alimentos.*
- *A proposta, é que ele descubra, comparando o prato depois de pronto, quantas porções ele conseguiu inserir no prato, das que são necessárias diariamente e posteriormente, descobrir, quantas ainda faltam ser consumidas, para completar aquela porção diária necessária.*
- *Hipóteses: Consideramos 4 refeições diárias, por estarmos em atendimento remoto. Se estivéssemos em ensino presencial, aumentaríamos ao menos uma refeição referente ao intervalo; Também temos realidades em que alguns alunos não têm as quatro refeições diárias; Prato com 5 cores de alimentos;*
- *Variáveis: quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.*
- *Nós vamos ter a variável, de diferentes pratos, com diferentes alimentos.*
- *O aluno deve montar a sua tabela, que está separada em quatro refeições diárias. Aí, vai depender da realidade da criança. Pode ser que a criança nem realize as quatro refeições.*
- *O próximo passo, é que ele descubra qual é a localização desses alimentos na pirâmide, pra ele também verificar a quantidade de porção necessária.*

Esse princípio indica a comprovação das hipóteses dos professores, por meio da elaboração da tabela das quatro refeições, com a montagem do prato saudável apresentado por eles.

Com referência ao *princípio do protótipo simples*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele os seguintes procedimentos:

- *Coloque 1º e 2º anos, pra gente diferenciar o trabalho. Realizar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide.*
- *Elaborar um cardápio diário, onde a criança deve dividir os alimentos de acordo com seu consumo diário; Essa questão 'a' é a mais, fácil, digamos. A criança vai montar de acordo com o que ela pensa, ou de acordo com o que ela se alimenta.*

Esse princípio indica como professores simplificaram esses procedimentos, apresentando a montagem do prato saudável utilizando figuras e sugerindo-o para o trabalho com turmas de 1º e 2º anos, com uso das operações de adição e subtração, diferenciadas do trabalho direcionado a turmas de 4º e 5º anos, em que sugeriram um direcionamento com um cardápio semanal ou mensal, com uso da operação de multiplicação.

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele os procedimentos:

- *Insera uma tabela, com uma coluna para café da manhã, uma coluna para almoço, uma coluna para café da tarde e uma para jantar.*
- *Nós fizemos variações para o 1º e 2º ano.*
- *Os alimentos que a gente considerou? Arroz, feijão, tomate, alface e carne vermelha. Então, ele vai escolher, da pirâmide, o arroz, o feijão, o tomate, a carne e o alface.*
- *Na tabela você coloca: na primeira coluna, o alimento; na segunda coluna, a porção e na terceira coluna, necessidade diária.*
- *Acho melhor colocar aqui, a necessidade e depois o que a gente usou. Frutas, 2 porções...a gente não usou nenhuma. Então aqui, zera.*
- *Vai ficar bem interessante essa tabela que você está fazendo... vai ficar visual.*
- *Tá faltando uma porção aqui, faltou o feijão. Ah, o feijão tá junto com a carne. Acho que dá pra gente inserir mais uma coluna aqui, com as porções que faltam.*
- *...A gente entra na subtração. Então, tem a combinação, quando montamos os pratos, tem a adição, quando ele soma a quantidade de porção utilizada e tem a subtração, quando ele acha a diferença do que ele usou, para o que ele precisaria consumir.*
- *As frutas, nós precisamos de 2 porções e aí não tem nenhuma delas; agora a gente volta lá pra aquela tabela; as verduras, nós precisamos de 3 porções diárias, e foram utilizadas duas porções; nós ficamos, inclusive, na dúvida com o tomate, se entrava como fruta ou verdura e pelo jeito, no desenho da pirâmide, entrou como verdura; leites e derivados, nós precisamos de duas porções e no prato não teve a presença de nada relacionado; a carne, os ovos, o feijão e as nozes, nós precisamos de 6 porções, no prato foram usadas duas;*
- *Aquela variação para o 1º e o 2º ano, está praticamente resolvida com esses desenhos que a P3 colocou, porque, quando a criança escolhe o pão e eu questiono: 'em qual dessa refeição ela come o pão', eu estou resolvendo.*

Esse princípio está relacionados aos registros dos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática: registro tabular, sendo uma tabela com as quatro refeições diárias e a montagem de um prato saudável, com cinco cores de alimentos, representados por figuras e, outra tabela com quatro entradas, com indicações dos alimentos, das porções diárias necessárias, das porções utilizadas no prato saudável e o total de porções que faltam para completar as porções diárias necessárias para uma alimentação saudável.

Com relação ao *princípio da generalização do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Porque vai abrir possibilidades. Não tem uma resposta certa, tem várias possibilidades; Um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele; Diferentes possibilidades de se obter as vitaminas necessárias.*

Esse princípio está relacionado com fatos que podem induzir os alunos à construção de modelos genéricos. Entendemos que a tabela com as quatro refeições diárias pode se aplicar a qualquer situação-problema análoga à essa que os professores desenvolveram, considerando os diferentes contextos e as mais diversas opções de alimentos que os alunos podem selecionar.

Por fim, com relação ao *princípio da autoavaliação*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *E a gente deixa assim, meninas e na hora da explicação a gente detalha qual é a intenção;*
- *Nós temos lá, um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele.*
- *Então, o aluno vai comparando seu prato com a pirâmide alimentar e verificando quantas porções ele utilizou nesta refeição, e também constatando, quantas porções ainda faltam, considerando que ele irá realizar outras refeições e deverá complementar a sua necessidade diária com essas porções que faltam;*
- *Nós fizemos um exemplo do que poderia acontecer com o prato do nosso aluno...*

Esse princípio indica que os professores consideram suas respostas adequadas e suficientes para responder a situação-problema que eles próprios elaboraram, como também consideraram válidas as estratégias de montar um prato com cinco cores, pensando em como o aluno montaria o prato dele.

Na identificação dos procedimentos realizados pelos professores, observamos que os mesmos contemplam os seguintes princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997): o *princípio da realidade*; o *princípio do protótipo simples*; o *princípio da construção do modelo*; o *princípio da documentação do modelo*, *princípio da generalização do modelo* e o *princípio da autoavaliação*.

Observamos que os procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade *Saúde na Pandemia*, contemplam os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), e foram identificados nas fases da modelagem matemática, no processo de solução da atividade.

Os procedimentos realizados pelos professores na atividade desenvolvida e planejada indicam uma posição mais ativa dos professores, considerando a familiarização gradativa com a modelagem matemática, uma vez que, do primeiro ao segundo momento, além de resolverem e apresentarem respostas à

situação-problema inicial, os professores formularam os problemas para serem investigados. Esses procedimentos referem-se à procedimentos mobilizados no desenvolvimento de atividades que são solucionadas por meio do processo de modelagem matemática.

Prosseguindo, direcionamo-nos à descrição e análise da próxima atividade desenvolvida pelos professores do grupo G1, com o tema *Futebol*.

### 5.1.3 Terceiro Momento de Familiarização – Situação-problema *Futebol*

A situação-problema *Futebol* foi elaborada e desenvolvida pelos professores do grupo G1, sob a mediação da professora-pesquisadora, no âmbito do curso de formação e configura-se como sendo o terceiro momento de familiarização dos estudantes com a modelagem matemática, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005). A descrição dessa atividade contempla registros de três, dos quatro professores que compõem o grupo G1, atendendo aos critérios estabelecidos a posteriori, para compor a análise.

Nesse terceiro momento de familiarização com a modelagem matemática, os professores assumiram um papel ativo, cuja autonomia se iniciou já na escolha do tema. Orientados pela professora-pesquisadora, os professores pesquisaram e elencaram alguns temas da realidade que pudessem desencadear uma investigação por meio da matemática. Alguns dos temas sugeridos por eles: suco de laranja; futebol; comidas típicas regionais; danças populares e jogos de computador. Dentre esses, os professores do grupo G1 escolheram o tema *Futebol*. A escolha do tema possível de ser investigado e resolvido por meio da matemática, foi definido a partir do interesse do professor P1, procedimento que vai de encontro ao que propõe Malheiros (2008), considerando importante a escolha do tema interessar os modeladores.

Para dar início ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os professores do grupo G1 abordaram o tema por meio de um texto informativo que contém informações sobre a situação-problema *Futebol*, bem como o problema a ser investigado, como podemos verificar no Apêndice 6.

Na discussão sobre essa situação-problema, apresentamos os procedimentos dos professores no desenvolvimento dessa atividade, considerando as fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, conforme sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2016).

### **Inteiração**

Em discussão sobre a escolha do tema, os professores escolheram o tema *Futebol*. Como primeiro contato com a situação-problema, os professores coletaram e anotaram informações sobre o tema e realizaram pesquisas na internet, como indica o diálogo:

***P1: Então, aqueles temas que a gente formulou, eu acho que a gente devia ir para o lado do futebol. Lá no nosso grupo de WhatsApp, eu coloquei uma introdução sobre o futebol, como a professora-pesquisadora sempre faz, fez do Hambúrguer, fez do Morango e fez da Pandemia. Então eu creio que a gente tem que colocar aquela introdução sobre o futebol. A gente então vai pelo futebol, eu estou abrindo aqui no google uma tabela de pontos, sabe, [...] o time que vence a partida, ele marca 3 pontos, o time que empata a partida, ele marca 1 ponto e o time que perde ele não marca ponto nenhum.***

Gravações em áudio e vídeo.

Para introduzir o tema da atividade, os professores apresentaram para os demais grupos, no curso de formação, a situação-problema e, fizeram uma breve explicação, para a professora-pesquisadora e para os demais professores, sobre o como é definida a pontuação dos times participantes do Campeonato Brasileiro, de acordo com as vitórias, empates e derrotas de cada um.

Em seguida, o professor P1 apresentou sugestões acerca da elaboração do problema:

***P1: Então, a gente coloca: definir o tema - é o futebol; elaborar um problema – o que vocês acham de a gente elaborar o problema pensando nessa questão dos pontos a cada partida?***

Gravações em áudio e vídeo.

Então, em acordo com os demais, os professores do grupo G1 sugeriram alguns problemas para serem investigados (Quadro 19).

**Quadro 19** – Problemas elaborados pelos professores do grupo G1 para investigar a situação-problema *Futebol*

O que podemos investigar...
1. Qual time será o campeão do brasileirão? 2. E se a tabela apresentasse apenas os 3 finalistas, quais times seriam? 3. Se o Santos vencesse mais 3 partidas, ele seria o campeão? 4. Se mudarmos a quantidade de pontos por vitória, por derrota e pelo empate, haveria mudança no placar final?

**Fonte:** registros dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

O Quadro 19 indica os quatro problemas para serem investigados, relacionados a *qual time será o vencedor do campeonato Brasileiro; quais os três finalistas apresentados na tabela; a possibilidade do Santos ser campeão, caso vencesse mais três partidas e, se haveria mudança no placar final se houvessem mudanças nos valores dos pontos por vitória, empate e derrota*. Dentre esses quatro, os professores resolveram o primeiro problema proposto por eles.

### Matematização

Dando continuidade, o professor P1, sugeriu uma estratégia de resolução, pensando, também, na forma como os seus alunos poderiam resolver a situação:

***P1: Pra responder essa questão usando a modelagem matemática, eles terão que atribuir um valor para cada vitória, para cada empate e para a derrota. Hoje no campeonato, quem vence soma 3 pontos, quem empata soma 1 ponto...mas eles podem atribuir o valor que quiserem à derrota... se quiserem atribuir 4 pontos à vitória e 2 ao empate, eles vão atribuir. Então, eles precisam primeiro fazer atribuição de valor depois calcular para descobrir o campeão.***

Gravações em áudio e vídeo.

O grupo de professores atribuíram valores para cada vitória, empate e derrota dos times que fazem parte da disputa do Campeonato Brasileiro. Eles também supuseram que os alunos podem atribuir qualquer valor à pontuação por cada vitória, derrota e empate, para então calcular e saber o qual é o time campeão. Nesse contexto, eles formularam hipóteses e definiram variáveis:

***Hipótese 1: A cada vitória, cada time soma 3 pontos***  
***Hipótese 2: A cada empate, cada time soma 2 pontos***  
***Hipótese 3: Cada derrota não altera o placar***

**Variáveis:**

- Pontos por vitória
- Pontos por empate

Registros dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

Após a atribuição de pontos, seguiram para a resolução.

**Resolução**

Para resolver a situação-problema, os professores do grupo G1 calcularam os pontos de cada time, de acordo com os valores atribuídos para a vitória, para a derrota e para o empate, conforme sinaliza o diálogo:

**P3: *Pra resolver a questão, a gente pode colocar assim, cada time e fazer as multiplicações. No final a gente vê o que deu mais pontos. Então, a gente resolveu dessa forma.***

**P1: *Você está resolvendo, é isso?***

**P3: *Isso.***

**P1: *Tem que validar, resolvendo.***

Gravações em áudio e vídeo.

Então, o professor P3 resolveu os cálculos para apresentar a pontuação dos cinco times finalistas do campeonato, como mostra a Figura 10.

**Figura 10** – Resolução dos professores do grupo G1 para a situação-problema *Futebol*

Corinthians:	Palmeiras:	Santos:	Flamengo:	São Paulo
$21 \times 3 = 63$	$21 \times 3 = 63$	$20 \times 3 = 60$	$18 \times 3 = 54$	$18 \times 3 = 54$
$8 \times 2 = 16$	$10 \times 2 = 20$	$8 \times 2 = 16$	$12 \times 2 = 24$	$10 \times 2 = 20$
$63 + 16 = 79$	$63 + 20 = 83$	$60 + 16 = 76$	$54 + 24 = 78$	$54 + 20 = 74$

**Fonte:** registros dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

A Figura 10, indica que na resolução os professores utilizaram a operação de multiplicação, calcularam os pontos por vitórias e derrotas e somaram esses valores para obter o saldo de gols de cada time.

Na sequência, descrevemos a comunicação dos resultados feita pelos professores.

**Interpretação de Resultados e Validação**

Para responder à questão: '*Qual time será o campeão do brasileirão?*',

após os professores realizarem os cálculos utilizando as operações de soma e multiplicação, obtiveram o saldo de gols de cada time. A partir daí, verificaram, na tabela de pontos, qual time obteve a maior pontuação, sendo esse o campeão do Campeonato Brasileiro, e registraram a resposta como na Figura 11 e na fala do professor P3.

**Figura 11** – Resposta dos professores para a situação-problema *Futebol*

R: O campeão é o Palmeiras com 83 pontos.

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G1 durante as atividades de modelagem matemática.

**P3:** *Analisando o resultado de cada time, a gente observou que o campeão foi o Palmeiras, porque ele obteve 83 pontos. Então o resultado é: o campeão é o Palmeiras, com 83 pontos.*

Gravações em áudio e vídeo.

Com relação aos demais problemas, os professores apresentaram uma forma de resolução, a partir de possíveis resoluções que os alunos pudessem se engajar:

**P3:** *Daí a gente tem mais dois questionamentos. A gente tinha confundido um pouquinho e colocado isso daqui na variável. Depois que a professora-pesquisadora deu uma clareada pra gente, a gente viu que isso daqui seriam problemas também.*

*‘E se a tabela apresentasse apenas três finalistas, quais times seriam?’ Então, pra isso, o aluno teria que observar a pontuação de todos os times, o resultado de cada um e ver quais os três que tiveram mais pontos.*

*‘E se o Santos vencesse mais três partidas, ele seria o campeão?’ Então, a gente teria que vir aqui no Santos (na tabela), na quantidade de vitórias e acrescentar mais três, pra multiplicar por 3, depois somar de novo, pra gente saber qual seria o resultado, e comparar com o resultado do atual campeão, que no caso é o Palmeiras, pra gente saber se ele ultrapassaria a pontuação do Palmeiras, ou não.*

Gravações em áudio e vídeo.

Na Figura 12, apresentamos a sistematização dos procedimentos realizados pelo grupo no desenvolvimento dessa atividade.

**Figura 12** – Procedimentos dos professores do grupo G1 para a atividade *Futebol*

**Definição do tema**  
**Futebol**

**Formulação do problema**

1. Qual time será o campeão do brasileiro?
2. E se a tabela apresentasse apenas os 3 finalistas, quais times seriam?
3. Se o Santos vencesse mais 3 partidas, ele seria o campeão? 4. Se mudarmos a quantidade de pontos por vitória, por derrota e pelo empate, haveria mudança no placar final?

**Matematização**  
**Quais são as hipóteses?**

Hipótese 1: A cada vitória, cada time soma 3 pontos  
 Hipótese 2: A cada empate, cada time soma 2 pontos  
 Hipótese 3: Cada derrota não altera o placar  
 Então, eles precisam primeiro fazer atribuição de valor depois calcular para descobrir o campeão.

**Quais são as variáveis?**

- Pontos por vitória
- Pontos por empate

**Resolução**

**Figura 10** – Cálculos da pontuação dos cinco times finalistas do Campeonato Brasileiro, da situação-problema 'Futebol'

Corinthians:	Palmeiras:	Santos:	Flamengo:	São Paulo
$21 \times 3 = 63$	$21 \times 3 = 63$	$20 \times 3 = 60$	$18 \times 3 = 54$	$18 \times 3 = 54$
$8 \times 2 = 16$	$10 \times 2 = 20$	$8 \times 2 = 16$	$12 \times 2 = 24$	$10 \times 2 = 20$
$63 + 16 = 79$	$63 + 20 = 83$	$60 + 16 = 76$	$54 + 24 = 78$	$54 + 20 = 74$

Fonte: registro dos professores do grupo G1.

**Validação**

**Figura 11** – Resposta dos professores para a situação-problema 'Futebol'

R: O campeão é o Palmeiras com 83 pontos.

Fonte: registro escrito dos professores do grupo G1.

**Interpretação dos Resultados**

Analisando o resultado de cada time, a gente observou que o campeão foi o Palmeiras, porque ele obteve 83 pontos. Então o resultado é: o campeão é o Palmeiras, com 83 pontos.

**Fonte:** elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G1.

Na Figura 12 identificamos a presença da mobilização, por parte dos professores, de procedimentos associados à: escolha do tema de interesse dos professores; elaboração de problemas; formulação de hipóteses, relacionadas à pontuação dos times a cada vitória, empate e derrota; definição de variáveis, considerando pontos por vitória e por empate; interpretação dos resultados e validação, respondendo o problema e observando que, pelo fato de possuir maior saldo de gols, o campeão é o Palmeiras.

No tocante ao planejamento, no início do curso de formação, perguntamos aos professores, no questionário diagnóstico e reflexivo, '*Quais os elementos do seu planejamento docente para o ensino de matemática?*'. Verificamos as respostas dos professores no Quadro 20.

**Quadro 20** – Respostas dos professores do grupo G1 à questão 4 do questionário diagnóstico e reflexivo

ALUNO-PROFESSOR	RESPOSTA
P1	Objetos do conhecimento; Habilidades; Metodologia; Recursos e Avaliação.
P3	Situações problemas; materiais diferenciados que possam auxiliar o aluno (tampinhas, ábaco, material dourado, etc); recursos digitais; questionamentos que levem o aluno a refletir sobre a solução do problema.
P5	Os elementos essenciais para que a aprendizagem possa acontecer. Aquele que faz as crianças aprenderem.

**Fonte:** respostas dos professores do grupo G1 à questionários previamente estruturados.

Podemos perceber nessas respostas do Quadro 20 que: o professor P1 aborda itens comuns a qualquer planejamento docente; o professor P3 indica o trabalho com situações-problema e questionamentos, que levem o aluno a reflexões, além de mencionar itens referentes a recursos didáticos e digitais; já o professor P5, não menciona nenhum item de planejamento docente.

A partir de discussões que envolveram procedimentos, desde a escolha de um tema da realidade para ser investigado, na comunicação da atividade para a turma, na discussão de elementos do planejamento docente, os professores do grupo G1 indicaram a possibilidade de condução de uma atividade com a mesma temática em turmas de 4<sup>o</sup> ano dos anos iniciais, especificamente para o trabalho com problemas envolvendo as operações de multiplicação e adição. Apresentamos o planejamento no Quadro 21.

**Quadro 21** – Itens do Planejamento da atividade *Futebol* elaborado pelos professores do grupo G1, para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais

<b>Itens do Planejamento Docente</b>	<b>Registros dos professores em relação ao planejamento docente</b>
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	- Não explicitado pelos professores.
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	- Objetivos - Utilizar conceitos matemáticos, em especial adição e multiplicação, para resolver a situação problema apresentada.
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade</b>	- Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização: os problemas foram elaborados pelos professores e propostos aos alunos para a investigação.
<b>Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida</b>	- Futebol.
<b>Item 5 Formulação de problemas</b>	Situações-problema: 1. Qual time será o campeão do brasileirão? 2. E se a tabela apresentasse apenas os 3 finalistas, quais times seriam? 3. Se o Santos vencesse mais 3 partidas, ele seria o campeão?
<b>Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo</b>	Conteúdos: - adição - multiplicação
<b>Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática</b>	Metodologia: - Leitura e análise do texto apresentado (em grupos)
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	- Sites de pesquisa na internet (Google).

<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	<p>Hipóteses:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A cada vitória o time soma 3 pontos</li> <li>- a cada empate soma 2</li> <li>- a cada derrota não altera seu placar.</li> </ul> <p>Variáveis:</p> <p>Valor dos pontos da vitória;          Valor dos pontos do empate;          Resultado.</p>
<b>Item 10 Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos</b>	<p>Recursos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Texto informativo.</li> </ul>
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não explicitado pelos professores.</li> </ul>
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	<p>Avaliação: Através da análise do texto realizada pelos alunos e das situações-problemas realizadas.</p>

**Fonte:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G1.

Na segunda coluna do Quadro 21, apresentamos os registros do planejamento dos professores para uso nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Verificamos que eles contemplaram *nove itens*, em relação aos *doze itens* do planejamento com atividades de modelagem matemática para os anos iniciais, abordados no nosso quadro teórico. Identificamos os itens *Objetivos, Conteúdos Recursos e Avaliação, Situações-problema, Metodologia, Hipóteses e Variáveis*, que abordam especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, com base em Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Objetivos*. Verificamos que os *Objetivos* elencados pelos professores se referem a conceitos matemáticos, que são amplos, no entanto, eles especificam as operações de adição e multiplicação utilizadas na resolução do problema.

Com referência ao item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017) e com base em Luna, Santiago e Andrade, 2013 e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Conteúdos*, referente aos conteúdos matemáticos abordados pelos professores na resolução da atividade: adição e multiplicação.

Com referência ao item *Método Avaliativo*, indicado por Brasil (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Avaliação*. Verificamos que

os professores planejam avaliar a forma como os alunos analisam o texto com informações sobre a situação-problema e como eles resolvem os problemas.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, conforme concepções de Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2013), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Situações-problema*. Verificamos que os professores apresentam três problemas sobre o tema para serem investigados.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática* com base em Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Metodologia*. Verificamos que os professores planejam iniciar a atividade, apresentando um texto informativo sobre o tema proposto.

Com referência ao item *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade*, como descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Hipóteses e Variáveis*. Os professores apresentam as hipóteses e variáveis consideradas por eles, com base na forma como estruturaram o problema, com referência à atribuição de pontos por vitória, derrota e empate dos times.

Prosseguindo com o processo analítico, estabelecemos algumas relações entre os procedimentos dos professores do grupo G1, durante o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, como mostra o Quadro 22.

**Quadro 22** – Procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento da atividade *Futebol* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	Então, aqueles temas que a gente formulou, eu acho que a gente devia ir para o lado do futebol. Lá no nosso grupo de WhatsApp, eu coloquei uma introdução sobre o futebol, como a professora-pesquisadora sempre faz, fez do

	<p>Hambúrguer, fez do Morango e fez da Pandemia. Então eu creio que a gente tem que colocar aquela introdução sobre o futebol.</p> <p>A gente então vai pelo futebol.</p> <p>Eu estou abrindo aqui no google uma tabela de pontos, sabe, [...] o time que vence a partida, ele marca 3 pontos, o time que empata a partida, ele marca 1 ponto e o time que perde ele não marca ponto nenhum.</p> <p>Então, a gente coloca: definir o tema - é o futebol; elaborar um problema – o que vocês acham de a gente elaborar o problema pensando nessa questão dos pontos a cada partida?</p> <p>1. Qual time será o campeão do brasileirão?  2. E se a tabela apresentasse apenas os 3 finalistas, quais times seriam?  3. Se o Santos vencesse mais 3 partidas, ele seria o campeão?  4. Se mudarmos a quantidade de pontos por vitória, por derrota e pelo empate, haveria mudança no placar final?</p>
Princípio da construção do modelo	<p>Pra responder essa questão usando a modelagem matemática, eles terão que atribuir um valor para cada vitória, para cada empate e para a derrota.</p> <p>Então, eles precisam primeiro fazer atribuição de valor depois calcular para descobrir o campeão.</p> <p>Hipótese 1: A cada vitória, cada time soma 3 pontos  Hipótese 2: A cada empate, cada time soma 2 pontos  Hipótese 3: Cada derrota não altera o placar</p> <p>Variáveis:  - Pontos por vitória  - Pontos por empate  - Resultado final</p>
Princípio da documentação do modelo	<p>Você está resolvendo, é isso?</p> <p>Pra resolver a questão, a gente pode colocar assim, cada time e fazer as multiplicações. No final a gente vê o que deu mais pontos. Então, a gente resolveu dessa forma.</p> <p>Daí, a gente tem mais dois questionamentos:  - 'E se a tabela apresentasse apenas três finalistas, quais times seriam?' Então, pra isso, o aluno teria que observar a pontuação de todos os times, o resultado de cada um e ver quais os três que tiveram mais pontos.  - 'E se o Santos vencesse mais três partidas, ele seria o campeão?' Então, a gente teria que vir aqui no Santos (na tabela), na quantidade de vitórias e acrescentar mais três, pra multiplicar por 3, depois somar de novo, pra gente saber qual seria o resultado, e comparar com o resultado do atual campeão, que no caso é o Palmeiras, pra gente saber se ele ultrapassaria a pontuação do Palmeiras, ou não.</p> <p>Então o resultado é: o campeão é o Palmeiras, com 83 pontos.</p>
Princípio da generalização do modelo	<p>Hoje no campeonato, quem vence soma 3 pontos, quem empata soma 1 ponto. Mas, eles podem atribuir o valor que quiserem à derrota... se quiserem atribuir 4 pontos à vitória e 2 ao empate, eles vão atribuir.</p>
Princípio da autoavaliação	<p>Analisando o resultado de cada time, a gente observou que o campeão foi o Palmeiras, porque ele obteve 83 pontos.</p> <p>Daí aqui tem mais questionamentos. A gente tinha confundido um pouquinho e colocado isso daqui na variável. Depois que a professora-pesquisadora deu uma clareada pra gente, a gente viu que isso daqui seriam problemas também.</p>

Fonte: Lesh, Amit e Shorr (1997); Registros dos professores do grupo G1.

No quadro 22, com referência aos princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, acerca do *princípio da realidade*, incorporamos a elementos que fazem referência à problematização, articulados aos seguintes procedimentos:

- *Então, aqueles temas que a gente formulou, eu acho que a gente devia ir para o lado do futebol;*
- *Lá no nosso grupo de WhatsApp, eu coloquei uma introdução sobre o futebol, como a professora-pesquisadora sempre faz, fez do Hambúrguer, fez do Morango e fez da Pandemia. Então eu creio que a gente tem que colocar aquela introdução sobre o futebol. A gente então vai pelo futebol.*
- *Eu estou abrindo aqui no google uma tabela de pontos, sabe, [...] o time que vence a partida, ele marca 3 pontos, o time que empata a partida, ele marca 1 ponto e o time que perde ele não marca ponto nenhum.*
- *Então, a gente coloca: definir o tema - é o futebol; elaborar um problema – o que vocês acham de a gente elaborar o problema pensando nessa questão dos pontos a cada partida?*
- *1. Qual time será o campeão do brasileirão? 2. E se a tabela apresentasse apenas os 3 finalistas, quais times seriam? 3. Se o Santos vencesse mais 3 partidas, ele seria o campeão? 4. Se mudarmos a quantidade de pontos por vitória, por derrota e pelo empate, haveria mudança no placar final?*

Nessa atividade, os próprios professores escolheram o tema que lhes interessou, foram à procura de informações, pesquisaram a respeito, discutiram sobre e ficaram incumbidos de formular o problema que foi investigado. O problema abordado, se concentra em uma questão ‘da realidade’ e situa-se em contexto externo à matemática, que envolve descobrir quem vai vencer o Campeonato Brasileiro. Os dados que compõem a situação inicial foram coletados pelos professores do grupo G1, em pesquisa realizada na internet e por meio de informações obtidas entre os familiares dos professores.

Ainda neste quadro, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos ao *princípio da construção do modelo*, incorporado à apresentação de ideias lógicas e à comprovação das hipóteses pessoais dos professores, articulados à procedimentos como:

- *Pra responder essa questão usando a modelagem matemática, eles terão que atribuir um valor para cada vitória, para cada empate e para a derrota.*
- *Então, eles precisam primeiro fazer atribuição de valor depois calcular para descobrir o campeão.*
- *Hipótese 1: A cada vitória, cada time soma 3 pontos; Hipótese 2: A cada empate, cada time soma 2 pontos; Hipótese 3: Cada derrota não altera o placar*
- *Variáveis: Pontos por vitória; Pontos por empate; Resultado final.*

Nesse princípio, verificamos que o interesse dos professores em descobrir quem vai vencer o campeonato brasileiro, os auxiliou no levantamento das hipóteses e na definição de variáveis, como na atribuição de pontos para o cálculo dos saldos de gols dos times, utilizadas para resolver o problema.

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, relacionamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e articulamos a procedimentos como:

- *Você está resolvendo, é isso?*
- *Pra resolver a questão, a gente pode colocar assim, cada time e fazer as multiplicações. No final a gente vê o que deu mais pontos. Então, a gente resolveu dessa forma.*
- *Então o resultado é: o campeão é o Palmeiras, com 83 pontos.*
- *Daí, a gente tem mais dois questionamentos: 'E se a tabela apresentasse apenas três finalistas, quais times seriam?'; Então, pra isso, o aluno teria que observar a pontuação de todos os times, o resultado de cada um e ver quais os três que tiveram mais pontos; 'E se o Santos vencesse mais três partidas, ele seria o campeão?';*
- *Então, a gente teria que vir aqui no Santos (na tabela), na quantidade de vitórias e acrescentar mais três, pra multiplicar por 3, depois somar de novo, pra gente saber qual seria o resultado, e comparar com o resultado do atual campeão, que no caso é o Palmeiras, pra gente saber se ele ultrapassaria a pontuação do Palmeiras, ou não.*

A esse princípio, incorporamos elementos que fazem referência aos registros dos professores no desenvolvimento da atividade, que apresentam como eles resolveram a situação-problema: usaram a operação de multiplicação para calcular os pontos referentes às vitórias e às derrotas, depois, somaram os valores para encontrar o saldo de gols de cada time.

Com relação ao *princípio da generalização do modelo*, relacionamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e articulamos a ele procedimentos como:

- *Hoje no campeonato, quem vence soma 3 pontos, quem empata soma 1 ponto. Mas, eles podem atribuir o valor que quiserem à derrota... se quiserem atribuir 4 pontos à vitória e 2 ao empate, eles vão atribuir.*

A partir dos excertos que apresentam esses relatos do professor P1, podemos pensar na possibilidade da existência de fatos que induzam os alunos à construção de modelos genéricos, que possam ser aplicados a qualquer situação análoga à essa, uma vez que podem ser atribuídos outros valores de pontos para a

vitória, para a derrota e também para o empate, o que muda o saldo de gols dos times e, conseqüentemente, altera o placar final do campeonato.

Com relação ao *princípio da autoavaliação*, relacionamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e articulamos a ele procedimentos como:

- *Analisando o resultado de cada time, a gente observou que o campeão foi o Palmeiras, porque ele obteve 83 pontos.*
- *Daí aqui tem mais questionamentos. A gente tinha confundido um pouquinho e colocado isso daqui na variável. Depois que a professora-pesquisadora deu uma clareada pra gente, a gente viu que isso daqui seriam problemas também.*

Sobre esses excertos, inferimos que os professores consideraram sua resposta suficiente para o problema proposto, bem como fizeram previsão de como os seus alunos resolveriam os demais problemas propostos e como poderiam obter as respostas.

A análise dos procedimentos realizados pelos professores permitiu a observação de que os mesmos contemplam os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), exceto o *princípio do protótipo simples*. Consideramos a atividade como possível de ser realizada por alunos, observamos que os dados foram obtidos por meio de pesquisas na internet e que, na resolução, os professores mobilizaram conceitos de adição e multiplicação.

A identificação dos procedimentos dos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática desenvolvida e planejada para uso em sala de aula, indica a mobilização da habilidade de fazer modelagem matemática, uma vez que, do segundo para o terceiro momento de familiarização, eles desenvolveram com autonomia e êxito a atividade de modelagem matemática.

Tendo realizado a descrição e análise das atividades desenvolvidas pelos professores do grupo G1, nos direcionamos à descrição e análise das atividades desenvolvidas pelos professores do grupo G2.

## 5.2 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO GRUPO G2

Neste subitem, faremos a descrição das atividades de primeiro, segundo e terceiro momento de familiarização, de acordo com Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005), desenvolvidas por professores do

grupo G2. Na análise dos dados, faremos a identificação dos procedimentos dos professores, destacando-as em negrito, no detalhamento das fases de cada atividade de modelagem matemática desenvolvida pelo grupo.

### 5.2.1 Primeiro Momento de Familiarização – Situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

A situação-problema *Hambúrguer Artesanal* foi sugerida pela professora-pesquisadora e proposta aos professores. Neste contexto, configura-se como sendo o primeiro momento de familiarização dos professores com atividades de modelagem matemática, como sugerem Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005). A descrição e análise dessa atividade contempla os registros produzidos por dois professores, P2 e P4, integrantes do grupo G2, que atendem aos critérios estabelecidos a posteriori para compor a análise dos dados.

A situação-problema foi proposta aos professores e o convite para realização da atividade de modelagem matemática foi feito por meio da introdução do tema com as informações do Apêndice 4.

A partir da discussão sobre essa situação-problema, apresentamos os procedimentos adotados pelos professores do grupo G2, participantes do curso de formação, no desenvolvimento da atividade, considerando as fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, conforme sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2016): *inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação*.

#### **Inteiração**

Apresentamos a situação-problema *Hambúrguer Artesanal* por meio de uma explicação sobre hambúrguer artesanal, modo de preparo, e pelo levantamento de problemas. Após isso, os professores do grupo G2 levantaram discussões sobre qual professor do grupo estava trabalhando com alguma turma de alunos, a fim de decidirem para qual quantidade de alunos fariam os hambúrgueres, de modo a estruturar o problema colocado pela professora-pesquisadora e traçar uma estratégia de resolução. Seguem os excertos:

**P4: Quem tem turma? Quem está trabalhando esse ano, que está com sala de aula? Eu estou com uma turma de 24 alunos do 1º ano.**

**P2: Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer.**

Gravações em áudio e vídeo.

## Matematização

Nesse momento de discussão, os professores do grupo G2 escolheram uma turma, com base na quantidade de alunos de uma professora participante do grupo. Eles definiram uma turma com dezenove alunos e uma professora e pensaram em algumas possibilidades para auxiliá-los na estruturação do problema matemático. Vejamos os excertos:

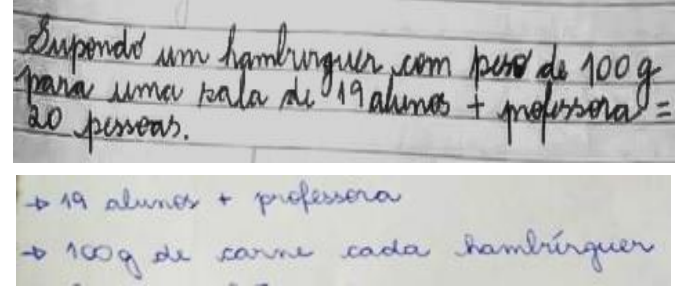
**P2: Uma possibilidade seria pegar os dados do problema que o autor colocou e dividir por 20. A outra possibilidade seria nós decidirmos quantos gramas terá cada hambúrguer nosso e multiplicar por 20.**

**P4: É, mas se fosse fazer com as carnes que tem, não daria os vinte. Eu penso assim: se eu fosse uma aluna eu iria pesquisar, porque enquanto mãe de família, nunca parei para pensar quanto pesa um hambúrguer.**

Gravações em áudio e vídeo.

Então, durante as discussões do grupo, eles definiram a formação da turma: 19 alunos e uma professora. Como uma professora do grupo G1 relatou que trabalha com lanches e que costuma fazer hambúrguer com peso de 100g, os professores estipularam o peso de 100g para o hambúrguer (Figura 13).

**Figura 13** – Suposições dos professores do grupo G2, para a situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

	<p><b>Supondo um hambúrguer com peso de 100g para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas.</b>  <b>→ 19 alunos + professora</b>  <b>→ 100g de carne cada hambúrguer</b></p> <p>Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G2.</p>
---	---

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Na Figura 13, com base nas suposições dos professores, destacamos hipótese e variável:

*Hipótese:*

- **Supondo um hambúrguer com peso de 100g**

*Variável:*

- **Para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas.**

Após, descreveremos como os professores do grupo G2 resolveram o problema proposto.

### Resolução

Os professores calcularam a quantidade de carne sugerida na receita (Figura 14).

**Figura 14** – Cálculo da quantidade de carne sugerida na receita, pelos professores do grupo G2

<p>Ingredientes  350 g de acém  350 g de patinho  250 g de gordura (peito bovino)  Total: 950 g</p>	<p>- <b>Ingredientes</b>  <b>350g de acém+350g de patinho+250g de gordura (peito bovino) – total: 950g.</b>  - <b>Receita= 950g de carne.</b></p> <p>Transcrição do registro dos professores do grupo G2.</p>
<p>→ Receita = 950g de carne</p>	

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Verificamos na Figura 14, os cálculos da soma dos ingredientes da receita de hambúrguer. A partir disso, os professores utilizaram as operações de divisão e multiplicação na resolução, como indica a Figura 15.

**Figura 15** – Resolução dos professores do grupo G2 para a situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

<p> <math>950g \div 100g = 9,5 \text{ hambúrguer}</math>  <math>\rightarrow 1kg = 1000g</math>  <math>\text{peso hamb} \times \text{quant pessoas} = \text{quant carne}</math>  <math>100g \times 20 = 2.000</math>  <math>\downarrow</math>  <math>2kg \text{ de carne}</math> </p>	<p> <math>950g \div 100g = 9,5</math>  <b>hambúrguer</b>  <math>1kg = 1000g = 10 \text{ hamb}</math>  <b>peso hamb x quant</b>  <b>pessoas = quant carne</b>  <math>100g \times 20 = 2000 \rightarrow 2kg \text{ de carne.}</math> </p> <p>Transcrição dos registros escritos dos professores do grupo G2.</p>
--	--

**Fonte:** registros escrito dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Verificamos, na Figura 15, que por meio dos cálculos realizados, os professores, concluíram que a quantidade necessária para fazer um hambúrguer para vinte pessoas é de 2kg de carne.

### Interpretação dos Resultados e Validação

Para validar os valores dos cálculos apresentados nos registros, os professores do grupo G2 analisaram se as respostas encontradas para o problema foram adequadas em termos da matemática e da situação inicial e apresentaram a resposta para o problema, conforme Figura 16.

**Figura 16** – Resposta dos professores do grupo G2 para a situação-problema *Hambúrguer Artesanal*

<p> <b>Resposta =</b>  <b>Para 19 alunos + professora precisamos de</b>  <b>2kg de carne</b> </p>
<p> <b>Resposta:</b>  <b>Para 19 alunos + professora precisamos de 2kg de carne.</b> </p> <p>Transcrição dos registros escritos dos professores do grupo G2.</p>

**Fonte:** registros escrito dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Podemos conferir na Figura 16, a resposta dada pelos professores para a situação problema *Hambúrguer Artesanal*.

Sistematizamos os procedimentos realizados pelos professores do grupo G2, no desenvolvimento dessa atividade e apresentamos na Figura 17.

Figura 17 – Procedimentos dos professores do grupo G2 para a atividade *Hambúrguer Artesanal*

<p><b>Definição do tema</b> <b>Hambúrguer Artesanal</b></p> <p><b>Formulação do problema</b> <i>professora-pesquisadora</i> Qual quantidade de carne nós precisamos para fazer 1 hambúrguer para cada aluno da classe e para a professora?</p> <p><b>Matematização</b> <b>Quais são as hipóteses?</b> Supondo um hambúrguer com peso de 100g</p> <p><b>Quais são as variáveis?</b> Para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas.</p> <p><b>Simplificações</b> - Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer.</p>	<p><b>Resolução</b></p> <p>- Ingredientes 350g de acém+350g de patinho+250g de gordura (peito bovino) – total: 950g</p> <p>- Receita= 950g de carne. <math>950g \div 100g = 9,5</math> hambúrguer <math>1kg - 100g = 10</math> hambúrgueres</p> <p><b>Modelo Matemático</b></p> <p><math>\text{peso Hamb} \times \text{quant pessoas} = \text{quant carne}</math></p> <p><math>100g \times 20 = 2000</math> ↓ 2kg de carne</p> <p><b>Interpretação dos Resultados</b></p> <p>Resposta = Para 19 alunos + professora precisamos de 2kg de carne</p> <p><b>Validação</b></p> <p><math>100g \times 20 = 2000 \rightarrow 2kg</math> de carne.</p>
---	--

Fonte: elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G2.

Na Figura 17, identificamos a mobilização, por parte dos professores, de procedimentos associados à: formulação de hipóteses; definição de variáveis; realização de simplificações; resolução do problema; apresentação de um modelo matemático e interpretação dos resultados para o problema. Relacionamos à esses procedimentos especificidades da modelagem matemática, na perspectiva de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Apresentamos, na sequência, itens do planejamento da atividade *Hambúrguer Artesanal*, elaborado pelos professores do grupo G2 após o desenvolvimento da atividade, com indicações para uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais em turmas do 4º ano, conforme detalhamento no Quadro 23.

**Quadro 23** – Itens do Planejamento dos professores do grupo G2 para uso da atividade *Hambúrguer Artesanal* em sala de aula dos anos iniciais

Itens do Planejamento Docente	Registros dos professores em relação ao planejamento docente
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	Tempo sugerido: - 4 aulas
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	Objetivos: - Desenvolver a habilidade de localizar uma informação em uma situação-problema; - Utilizar as 4 operações matemáticas para resolver situações-problema bem como enfatizar atividades sobre sistema monetário; - Levar o aluno a vivenciar situações reais de aprendizagem; - Desenvolver relações interpessoais no trabalho em grupo; - Levar o aluno a criar um modelo matemático que poderá ser utilizado por outras pessoas. Obs: Poderá ser estabelecida interdisciplinaridade da atividade com demais disciplinas.
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade</b>	- Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização.
<b>Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida</b>	Definido pelos professores e conduzido com os alunos. - Hambúrguer artesanal.
<b>Item 5 Formulação de problemas</b>	Aula 2 – Dividi-los em grupos e ler com eles a história do hambúrguer e propor a problemática: “Considerando a nossa turma de 19 alunos, mais a professora e pensando em um hambúrguer de 100g. Quantos quilos de carne seriam necessários para confeccionar um hambúrguer para todos da sala?” (trazer possíveis resoluções para a aula seguinte).
<b>Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo</b>	Conteúdos em Matemática: - adição; divisão; multiplicação; dobro; - medidas (grama e quilograma); sistema monetário; massa.
<b>Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática</b>	Desenvolvimento: Aula 1 – Roda de conversa para propor a atividade com questionamentos: “Alguém sabe o que é um hambúrguer artesanal? Quem aqui já comeu? Todos aqui na sala de aula consomem carne? Como é chamado quem se abstém do consumo de carnes? Qual seria a quantidade ideal de carne ao nosso organismo durante a semana?”  Aula 3 – Apresentação pelos grupos das possíveis resoluções encontradas. Encaminhamento até a cozinha para confecção dos hambúrgueres e preparo de um delicioso lanche.
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	Aula 1 – Vamos pesquisar o peso do hambúrguer? Quanto custa o quilo das carnes da receita?
<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	Aula 4 – Roda de conversa para socializar a atividade: desde a inteiração do problema até a resolução e confecção dos lanches.

<b>Item 10 Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos</b>	Material necessário: - lápis; borracha; caderno; - ingredientes da receita; - cozinha escolar, balança, materiais de higiene (como máscaras e luvas), etc.
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	- Não explicitado pelos professores.
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	Avaliação: - Os alunos foram capazes de produzir um modelo matemático e utilizar na confecção dos hambúrgueres? - Houve motivação e participação de todos?

**Fonte:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G2.

Apresentamos, na segunda coluna do Quadro 31, os itens do planejamento elaborado pelos professores para uso dessa atividade na sala de aula, relacionados aos itens do planejamento do nosso quadro teórico. Verificamos que os professores contemplaram *onze*, dos *doze itens* que contemplam nosso quadro teórico. Identificamos nos itens *Tempo Sugerido*, *Objetivos*, *Conteúdos em Matemática*, *Material necessário*, *Avaliação* e nos itens apresentados pelos professores como *Desenvolvimento: Aula 1; Aula 2; Aula 3; Aula 4*, especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática.

Com referência ao item *Tempo de duração das aulas*, com base em Mendonça e Lopes (2015) e Pinto e Araújo (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Tempo sugerido*. Os professores sugerem quatro aulas para o desenvolvimento dessa atividade, com alunos.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, com base em Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Objetivos*. Verificamos que os *Objetivos* elencados pelos professores se referem a conceitos matemáticos, fazem menção de modelo matemático e abordam especificidades do trabalho com situações-problema, como a localização de informações no texto, a experiência com situações reais, bem como o trabalho em grupo e a interdisciplinaridade.

Com referência ao item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017) e com base em Luna, Santiago e Andrade, 2013 e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Conteúdos em Matemática*, referente aos conteúdos matemáticos abordados pelos professores na resolução da atividade e os que podem

ser trabalhados: adição; divisão; multiplicação; dobro; medidas (grama e quilograma); sistema monetário; massa.

Com referência ao item *Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos*, nos pautamos em Mendonça e Borges Neto (2020), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Material necessário*. Verificamos que os professores elencaram itens de uso pessoal do aluno, bem como itens específicos da atividade de modelagem matemática planejada para ser desenvolvida, como os ingredientes para a receita e materiais de higiene e proteção, como luvas e máscaras.

Com referência ao item *Método Avaliativo*, indicado por Brasil (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Avaliação*. Verificamos que os professores planejam avaliar a produção do modelo matemático e seu uso na prática, na fabricação dos hambúrgueres.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, conforme concepções de Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Aula 2*. Verificamos que os professores planejam apresentar aos alunos a situação-problema *A História do Hambúrguer* e abordar o mesmo problema proposto pela professora-pesquisadora para a investigação.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática* com base em para Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Desenvolvimento: Aula 1*. Verificamos que os professores planejam iniciar a atividade por meio de uma roda de conversa e levantamento de discussões sobre o tema *Hambúrguer*.

Com referência ao item *Pesquisa sobre o tema*, nos pautamos em Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e o relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Aula 1*. Verificamos que os professores planejam sugerir aos alunos a pesquisa sobre peso e valor do hambúrguer.

Com referência ao item *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade*, conforme descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Aula 3 e Aula 4*. Os professores planejam propor aos alunos a comunicação das resoluções da atividade, a confecção dos hambúrgueres e a comunicação dos resultados finais.

Na sequência, estabelecemos algumas relações entre os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, como mostra o Quadro 24.

**Quadro 24** – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade *Hambúrguer Artesanal* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	<p>Quem tem turma? Quem está trabalhando esse ano, que está com sala de aula? Eu estou com uma turma de 24 alunos do 1º ano.</p> <p>Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer.</p> <p>Uma possibilidade seria pegar os dados do problema que o autor colocou e dividir por 20. A outra possibilidade seria nós decidirmos quantos gramas terá cada hambúrguer nosso e multiplicar por 20.</p> <p>É, mas se fosse fazer com as carnes que tem, não daria os vinte. Eu penso assim: se eu fosse uma aluna eu iria pesquisar, porque enquanto mãe de família, nunca parei para pensar quanto pesa um hambúrguer.</p>
Princípio da construção do modelo	<p>Supondo um hambúrguer com peso de 100g para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 19 alunos + professora</li> <li>- 100g de carne cada hambúrguer</li> </ul>
Princípio do protótipo simples	<p>- Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer. 1kg → 100g → 10 hamb</p>
Princípio da documentação do modelo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ingredientes</li> <li>350g de acém+350g de patinho+250g de gordura (peito bovino) – total: 450g.</li> <li>- Receita= 950g de carne.</li> </ul> <p>950g ÷ 100g = 9,5 hambúrguer</p> <p>1kg – 100g = 10 hamb.</p> <p>peso hamb x quant pessoas = quant carne</p> <p>100g x 20 = 2000 → 2kg de carne</p>

Princípio da generalização do modelo	peso hamb x quant pessoas = quant carne 100g x 20 = 2000 → 2kg de carne.
Princípio da autoavaliação	Resposta: Para 19 alunos + professora precisamos de 2kg de carne.

**Fonte:** Lesh, Amit e Shorr (1997); Registros dos professores do grupo G2.

No quadro 24, a respeito do que indicam Lesh, Amit e Shorr (1997) referente ao *princípio da realidade*, relacionamos à incorporação de elementos que fazem referência à problematização. Nessa atividade, os dados e as informações referentes à situação-problema foram fornecidos aos professores, pela professora-pesquisadora. Aos elementos que fazem referência à problematização, articulamos procedimentos como:

- *Quem tem turma? Quem está trabalhando esse ano, que está com sala de aula? Eu estou com uma turma de 24 alunos do 1º ano.*
- *Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer.*
- *Uma possibilidade seria pegar os dados do problema que o autor colocou e dividir por 20. A outra possibilidade seria nós decidirmos quantos gramas terá cada hambúrguer nosso e multiplicar por 20.*
- *É, mas se fosse fazer com as carnes que tem, não daria os vinte. Eu penso assim: se eu fosse uma aluna eu iria pesquisar, porque enquanto mãe de família, nunca parei para pensar quanto pesa um hambúrguer.*

Esse princípio refere-se aos raciocínios empregados pelos professores, devido ao fato de que eles levantaram discussões a respeito dos dados que consideraram necessários para prosseguirem com a resolução do problema, como peso do hambúrguer e quantidade de pessoas. Consideramos que os procedimentos auxiliaram os professores a dar prosseguimento ao desenvolvimento da atividade.

Com referência ao *princípio da construção do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Supondo um hambúrguer com peso de 100g para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas; 19 alunos + professora; 100g de carne cada hambúrguer.*

Com relação ao que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam sobre o *princípio do protótipo simples*, fizemos adaptações e relacionamos a ele o procedimento:

- *Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer. 1kg – 100g → 10 hamb.*

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Ingredientes*
- *350g de acém+350g de patinho+250g de gordura (peito bovino) – total: 450g.*
- *Receita= 950g de carne.*  
 $950g \div 100g = 9,5 \text{ hambúrguer}$   
 $1kg - 100g = 10 \text{ hamb}$
- *peso hamb x quant pessoas = quant carne*  
 $100g \times 20 = 2000 \rightarrow 2kg \text{ de carne}$

Incorporamos à esse princípio, procedimentos que fazem referência aos registros produzidos pelos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Com relação ao que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam a respeito do *princípio da generalização do modelo*, adaptamos e relacionamos a ele o procedimento:

- *peso hamb x quant pessoas = quant carne → 100g x 20 = 2000 → 2kg de carne.*

E, com relação ao *princípio da autoavaliação*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Resposta: Para 19 alunos + professora precisamos de 2kg de carne.*

Pois, entendemos que os professores constataram que a estratégia de resolução construída por eles foi satisfatória para obter uma resposta para o problema. Assim, na comunicação dos resultados para a turma, os professores do grupo G2 apresentaram uma resposta para a situação-problema inicial.

Identificamos os procedimentos realizados pelos professores e observamos que os mesmos contemplam os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), que caracterizam a atividade como sendo de modelagem matemática.

Os procedimentos realizados pelos professores, foram identificados nas fases da atividade de modelagem matemática, indicando que os mesmos

relacionam-se à especificidades do desenvolvimento de atividades com características de atividades de modelagem matemática.

Prosseguindo, dirigimo-nos à análise da próxima atividade desenvolvida pelos professores do grupo G2, com tema *Saúde na Pandemia*.

### 5.2.2 Segundo Momento de Familiarização – Situação-problema *Saúde na Pandemia*

A situação-problema *Saúde na Pandemia* foi elaborada pela professora-pesquisadora e proposta para ser desenvolvida pelos professores a partir de um conjunto de informações disponibilizadas para os mesmos, no âmbito do curso de formação, configurando-se como sendo o segundo momento de familiarização dos estudantes com atividades de modelagem matemática, como sugerem Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005). A descrição dessa atividade apresenta registros dos professores P2 e P4, integrantes do grupo G2, que atendem aos critérios estabelecidos a posteriori para compor a análise dos dados.

Para iniciar a aula com a atividade de modelagem matemática, abordamos o tema por meio de um texto informativo que compõe a situação-problema *Saúde na Pandemia*. Dessa forma, pode ser entregue aos alunos, uma folha impressa que contempla as informações sobre o tema, bem como o problema a ser investigado (Apêndice 5).

#### **Inteiração**

O primeiro contato com a situação-problema foi feito por meio de informações disponibilizadas pela professora-pesquisadora. Para introduzir o assunto, apresentamos a situação-problema *Saúde na Pandemia* exibimos dois vídeos: *‘Quatro dicas de alimentação para manter a imunidade’* (4:08min) e *‘Alimentação saudável’* (5:13min). Após, fizemos uma explicação sobre a importância das vitaminas e sais minerais no equilíbrio da imunidade durante a pandemia do coronavírus. Em seguida, propusemos o levantamento de problemas.

Nessa fase, em se tratando do segundo momento de familiarização, os professores do grupo G2 levantaram algumas discussões, no intuito de

problematizar a situação proposta pela professora-pesquisadora. Seguem os excertos, extraídos durante aula remota via Google Meet:

**P2: Nós vamos pensar numa situação, elaborar um problema pra resolver por meio da matemática.**

**P4: Isso, de acordo com a Saúde na Pandemia, com os vídeos e com aquele pequeno texto que ela passou na introdução e se quiser, pode buscar material fora. Eu não sei o que você pensa, que problema que dá pra gente levantar?**

**P2: ...Poderíamos explorar a obesidade infantil, o que você acha?**

**P4: Eu acho legal. Então, qual problema nós vamos elaborar pra ser investigado por meio da matemática? Qual vai ser a nossa questão?**

**P2: E se a gente fizer uma relação entre a alimentação e a atividade física?**

**P4: A atividade física e o gasto de energia?**

Gravações em áudio e vídeo.

Então, após essas discussões, os professores definiram os problemas para serem investigados e realizaram pesquisa para complementar os dados. Vamos conferir os problemas propostos pelo grupo no Quadro 25.

**Quadro 25** – Problemas elaborados pelos professores do grupo G2 para investigar a situação-problema *Saúde na Pandemia*

Que podemos investigar...
1. O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia? 2. De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?

Fonte: registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Essas questões elaboradas pelos professores, estão relacionadas aos cuidados que devem ser direcionados à saúde das crianças em tempos de pandemia.

## Matematização

Após a elaboração dos problemas, os professores fizeram algumas suposições para estruturar o problema matemático. Vejamos os excertos:

**P4: Eu pensei assim, pra simplificar, se a gente pesasse essas crianças... Aí a gente poderia trabalhar medida de massa, pesquisar o peso ideal pela altura, o índice de massa.**

**P2: O IMC?**

**P4: Isso, o Índice de Massa Corporal. Na variável a gente pode pôr isso aí. Eu penso que sim, pode ser uma das variáveis. E aí, as**

*crianças vão ver que, nem sempre o mais alto ou o mais magro, pesa menos. E a gente poderia convidar nutricionista pra ir na escola, propor isso aí. Mas a gente tem que resolver isso hoje, como se fosse no remoto.*

*P2: A gente pode pôr um vídeo.*

*P4: Nós já estamos descrevendo a metodologia... E agora, com essas aulas remotas, o que a gente tem de mãe reclamando... nós temos uma criança do 4º ano, P2, que engordou 11kg, porque só fica em casa comendo.*

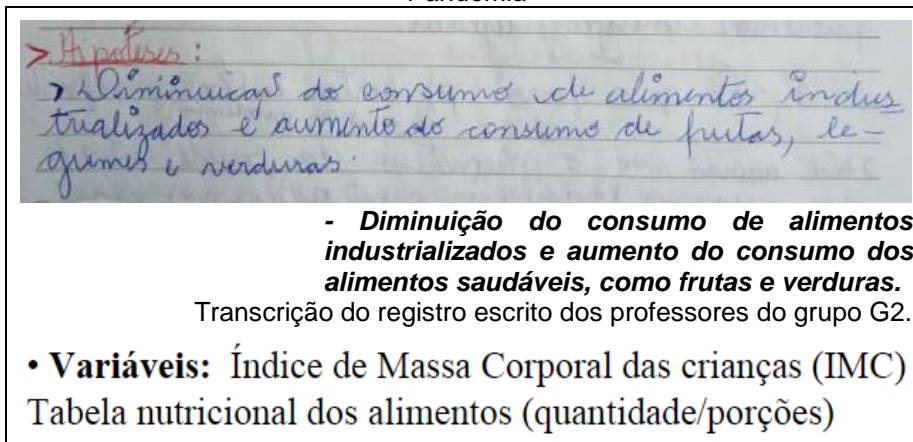
*P2: Na escola onde eu trabalho, uma professora tem uma criança de 6 anos que engordou 9kg. Ela está desesperada.*

*Eu encontrei aqui na internet, um texto, 'Qual o papel de uma alimentação adequada e saudável durante a pandemia de covid?'*

Gravações em áudio e vídeo.

Então, os professores formularam hipóteses e variáveis relacionadas à saúde das crianças e à uma alimentação saudável (Quadro 26).

**Quadro 26** – Hipóteses e variáveis dos professores do grupo G2 para a situação-problema *Saúde na Pandemia*



*> Hipóteses:  
> Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo de frutas, legumes e verduras.*

- Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo dos alimentos saudáveis, como frutas e verduras.

Transcrição do registro escrito dos professores do grupo G2.

• **Variáveis:** Índice de Massa Corporal das crianças (IMC)  
Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções)

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Verificamos no Quadro 26, as hipóteses formuladas pelos professores. Como variáveis, eles definiram o Índice de Massa Corporal (cujo cálculo utiliza peso e altura do indivíduo) e a quantidade de porções de alimentos indicadas na tabela nutricional encontrada nas embalagens dos alimentos, como seguem.

Na sequência, descrevemos como os professores do grupo G2 resolveram o problema.

## Resolução

Então, os professores decidiram trabalhar com o peso e calcularam a massa corporal de um deles. Na Figura 18, apresentamos o registro do cálculo do IMC.

**Figura 18** – Resolução da situação-problema *Saúde na Pandemia* com uso do cálculo do IMC

Exemplo de como calcular o IMC:

$$\text{IMC} = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2 \text{ (Peso ideal)}$$

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Assim, para responder a situação-problema, os professores do grupo G2, apresentaram como modelo matemático, a fórmula para o cálculo do IMC, como vemos na Figura 19.

**Figura 19** – Modelo matemático dos professores do grupo G2, para a situação-problema *Saúde na Pandemia*

**• Validação do modelo:**

O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade. É calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros).

$$\text{IMC} = \text{Peso} \div (\text{Altura} \times \text{Altura})$$

Exemplo de como calcular o IMC:

$$\text{IMC} = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2 \text{ (Peso ideal)}$$

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Após, descrevemos a comunicação dos resultados obtidos pelos professores do grupo G2.

### Interpretação dos Resultados e Validação

Sobre o problema elaborado *O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia?* os professores pensaram no desenvolvimento dessa situação-problema com alunos. Vejamos os excertos:

**P4:** *Através de uma interdisciplinaridade, nós vamos introduzir a história 'Gabriel tem 99cm', porque essa história traz a medição e o peso. Então, a gente vai medir as crianças e ir anotando tudo isso aí numa tabela. Através do IMC, explicar pra eles o que é o índice de massa corporal e realizar o peso e a medição deles. E também, eu acho que isso vai levar eles a refletirem que ser magro não é significado de saúde. Às vezes a pessoa é magra, mas ela é propensa a vários problemas, como o diabetes, diabetes infantil.*

**P2: Triglicérides, colesterol...Eles não têm noção, porque fica escondido.**

Gravações em áudio e vídeo.

Os professores concluíram que, calculando o IMC de cada aluno, é possível descobrir se o mesmo está acima do peso e responderam à questão. A partir dessa informação, eles vão orientar os alunos quanto ao que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia. Com isso, eles sugerem uma alimentação saudável, incentivando os alunos a ingerir alimentos não industrializados, no intuito de combater e evitar a obesidade infantil.

Na sequência, apresentamos a sistematização dos procedimentos realizados pelos professores do grupo G2, destacados na Figura 20.

**Figura 20** – Procedimentos dos professores do grupo G2 para a atividade *Saúde na Pandemia*

<p style="text-align: center;"><b>Definição do tema</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Saúde na Pandemia</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Formulação do problema</b></p> <p>1. O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia?</p> <p>2. De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?</p> <p style="text-align: center;"><b>Matematização</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Quais são as hipóteses?</b></p> <p>- Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo dos alimentos saudáveis, como frutas e verduras.</p> <p style="text-align: center;"><b>Quais são as variáveis?</b></p> <p>• Variáveis: Índice de Massa Corporal das crianças (IMC)</p> <p>Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções)</p> <p style="text-align: center;"><b>Simplificações</b></p> <p>- Eu pensei assim, pra simplificar, se a gente pesasse essas crianças... Ai a gente poderia trabalhar medida de massa, pesquisar o peso ideal pela altura.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Resolução</b></p> <p>Figura 18 – Resolução da situação-problema <i>Saúde na Pandemia</i> com uso do cálculo do IMC</p> <p>Exemplo de como calcular o IMC:</p> $\text{IMC} = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2 \text{ (Peso ideal)}$ <p style="text-align: center;">Fonte: registro escrito dos professores do grupo G2.</p> <p style="text-align: center;"><b>Interpretação dos Resultados</b></p> <p>- Através de uma interdisciplinaridade, nós vamos introduzir a história 'Gabriel tem 99cm', porque essa história traz a medição e o peso. Então, a gente vai medir as crianças e ir anotando tudo isso aí numa tabela. Através do IMC, explicar pra eles o que é o índice de massa corporal e realizar o peso e a medição deles.</p> <p>- E também, eu acho que isso vai levar eles a refletirem que ser magro não é significado de saúde. Às vezes a pessoa é magra, mas ela é propensa a vários problemas, como o diabetes, diabetes infantil.</p> <p style="text-align: center;">• Validação do modelo:</p> <p>O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade. É calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros).</p> $\text{IMC} = \text{Peso} \div (\text{Altura} \times \text{Altura})$ <p>Exemplo de como calcular o IMC:</p> $\text{IMC} = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2 \text{ (Peso ideal)}$ <p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);"><b>Validação</b></p>
--	---

**Fonte:** elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G2.

Na Figura 20 identificamos a presença da mobilização, por parte dos professores, de procedimentos associados à elaboração de problemas, demonstrando uma preocupação quanto à saúde das crianças nesse cenário atual de pandemia; formulação de hipóteses, relacionadas à substituição de alimentos industrializados por uma alimentação saudável; definição de variáveis, IMC das

crianças (cálculo que utiliza o peso e altura); a quantidade de porções indicada na tabela nutricional dos alimentos; realização de simplificações, indicando a pesagem das crianças; resolução, realizando o cálculo do IMC, utilizando conceitos de multiplicação e divisão; interpretação dos resultados e validação, registrando a fórmula e o cálculo do IMC, explicando como se dará a introdução da situação-problema aos alunos e supondo que a informação, por meio do cálculo do IMC, de o aluno possa estar acima do peso, o faça refletir sobre o fato de que, ser magro não significa ter saúde. Relacionamos esses procedimentos à especificidades da modelagem matemática, de acordo com as fases caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Após o desenvolvimento da atividade, os professores que a desenvolveram, elaboraram o planejamento docente com modelagem matemática para a implementação dessa atividade em sala de aula e sugeriram o trabalho em turmas de 3º ano. Detalhamos o planejamento no Quadro 27.

**Quadro 27** – Itens do planejamento da atividade *Saúde na Pandemia* elaborado pelos professores do grupo G2 para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais

Itens do Planejamento Docente	Registros dos professores em relação ao planejamento docente
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	Tempo sugerido: - 15 dias.
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	Objetivos: - Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades; (EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental; - Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras; (EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas - Significado de medida e de unidade de medida; (EF03MA17) Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada. (EF03MA18) Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade. - Realizar estimativas; - Elaborar um cardápio.
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de</b>	- Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização.

familiarização abordado no desenvolvimento da atividade					
Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida	Escolha do tema: - Saúde na Pandemia				
Item 5 Formulação de problemas	Problemas possíveis: - O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia? - De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?				
Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo	Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade: - Operações; Tabelas e gráficos Medidas; Comparação e Probabilidade.  Conteúdos matemáticos abordados: - Operações, quantidades, medidas, probabilidade, leitura e interpretação de gráficos e tabelas.				
Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática	Estratégia para iniciar a atividade: - Leitura de histórias;  - Após a leitura, explorar medidas, instrumentos de medidas convencionais e não convencionais, quantidades, ... - Iniciar uma conversa sobre alimentação saudável, vitaminas importantes para o crescimento saudável das crianças; - Construção do quadro (Percepções das Crianças do 3º Ano "A"); <table border="1" data-bbox="639 1227 1254 1402"> <thead> <tr> <th data-bbox="639 1227 948 1249">Alimentos Preferidos</th> <th data-bbox="948 1227 1254 1249">Alimentos saudáveis</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="639 1249 948 1402"></td> <td data-bbox="948 1249 1254 1402"></td> </tr> </tbody> </table> - Assistir aos vídeos: Quatro dicas de alimentação para manter a imunidade; Alimentação saudável; Trabalho sobre os vídeos; - Coletar embalagens de alimentos consumidos pelas crianças (bolachas, biscoitos, doces, balas, chicletes, salgadinhos, danone, chocolate, .... - Ler as informações contidas nas tabelas de informações nutricionais desses alimentos; - Calcular o IMC de cada criança.	Alimentos Preferidos	Alimentos saudáveis		
Alimentos Preferidos	Alimentos saudáveis				
Item 8 Pesquisa sobre o tema	- Pesquisa em sites dos Ministérios da Saúde, e a Educação, sites de Universidades.				
Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade	Hipóteses: as crianças sabem diferenciar alimentos saudáveis de alimentos preferidos? Como podemos substituir alimentos não saudáveis por alimentos saudáveis? • Variáveis: Índice de Massa Corporal das crianças (IMC); Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções)  Validação do modelo: O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade. É calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros). <b>IMC = Peso ÷ (Altura x Altura)</b>				

	Exemplo de como calcular o IMC: <b>IMC = 80 kg ÷ (1,80 m × 1,80 m) = 24,69 kg/m<sup>2</sup> (Peso ideal)</b>
<b>Item 10 Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos</b>	Recursos didático-pedagógicos: - Pirâmide alimentar; - Aparelho multimídia e internet para assistir aos vídeos; - Livros literários; - Instrumentos de medidas; - Embalagens de alimentos industrializados, receitas; etc.
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas: - Mudança de hábitos alimentares das crianças, diante da diversidade de produtos não saudáveis a que elas têm acesso.
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	Avaliação: - Avaliação diagnóstica e formativa.

**Fonte:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G2.

Verificamos, na segunda coluna do Quadro 37, que os professores do grupo G2 apresentaram *doze itens* do planejamento dessa atividade para uso em sala de aula, relacionados aos *doze itens* que abordamos em nosso quadro teórico. Identificamos que os itens: *Tempo sugerido, Objetivos, Possíveis Conteúdos Matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade; Conteúdos matemáticos abordados, Recursos didático-pedagógicos, Avaliação, Escolha do Tema; Problemas possíveis; Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade; Pesquisa em sites dos Ministérios da Saúde, e a Educação, sites de Universidades; Hipóteses, Variáveis, Validação do Modelo; Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas*, incorporam especificidades do planejamento docente com atividades de modelagem matemática, conforme abordamos em nosso quadro teórico.

Com referência ao item *Tempo de duração das aulas*, fator importante sinalizado por Mendonça e Lopes (2015) e Pinto e Araújo (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Tempo sugerido*. Os professores sugerem quinze dias para o desenvolvimento dessa atividade, com alunos.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, fator importante para Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Objetivos*. Verificamos que a maioria dos *Objetivos* elencados pelos professores se referem aos conteúdos propostos na BNCC do Ensino Fundamental Anos Iniciais (BRASIL, 2017), sendo que 'elaborar um cardápio' se refere à especificidade da atividade de modelagem matemática proposta para a investigação.

Com referência ao item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017) e importantes para Luna, Santiago e Andrade, 2013 e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade*: referente aos conteúdos matemáticos previstos pelos professores para a resolução da atividade (operações; tabelas e gráficos, medidas; comparação e probabilidade) e *Conteúdos matemáticos abordados* (operações, quantidades, medidas, probabilidade, leitura e interpretação de gráficos e tabelas).

Com referência ao item *Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos*, indicados como importantes para Mendonça e Borges Neto (2020), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Recursos didático-pedagógicos*. Verificamos que os professores elencaram itens informativos sobre o tema, como a pirâmide e vídeo sobre o tema, bem como recursos tecnológicos e instrumentos de medida.

Com referência ao item *Método Avaliativo*, indicado por Brasil (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Avaliação*. Verificamos que os professores planejam utilizar a avaliação diagnóstica e formativa.

Com referência ao item *Definição do tema da atividade a ser desenvolvida*: indicado como importante para Bassanezi (2002), Almeida e Dias (2004) e Luna Souza Santiago (2009), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Escolha do tema - 'Saúde na Pandemia'*, proposto pela professora-pesquisadora.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, conforme concepções de Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2013), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Problemas Possíveis*. Verificamos que os professores planejam apresentar aos alunos a situação-problema *Saúde na Pandemia* e abordar os problemas que eles elaboraram.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática* sinalizado como importante para Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Desenvolvimento: Aula 1*.

Verificamos que os professores planejam iniciar a atividade por meio de uma roda de conversa e levantamento de discussões sobre o tema.

Com referência ao item *Pesquisa sobre o tema*, indicado como importante para Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Nunomura, Pierobon e Silva (2018), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Pesquisa em sites dos Ministérios da Saúde*. Verificamos que os professores planejam sugerir aos alunos a pesquisa em sites oficiais, sobre saúde e educação.

Com referência ao item *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade*, conforme descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Hipóteses; Variáveis; Validação do Modelo*. Verificamos que as hipóteses e variáveis referem-se ao cuidado com uma alimentação saudável e a para a validação do modelo, os professores indicam o uso da fórmula do IMC.

Com referência ao item *Possíveis dificuldades*, indicado como importante para Nunomura, Pierobon e Silva (2018), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas*. Os professores preveem uma certa resistência por parte dos alunos, no que diz respeito à necessidade de mudança de hábitos alimentares.

Dando continuidade, estabelecemos algumas relações entre os procedimentos dos professores durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, como mostra o Quadro 28.

**Quadro 28** – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade *Saúde na Pandemia* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	Nós vamos pensar numa situação, elaborar um problema pra resolver por meio da matemática.
	Isso, de acordo com a Saúde na Pandemia, com os vídeos e com aquele pequeno texto que ela passou na introdução e se quiser, pode buscar material fora. Eu não sei o que você pensa, que problema que dá pra gente levantar?
	...Poderíamos explorar a obesidade infantil, o que você acha?
	Eu acho legal.

	Então, qual problema que a gente pode elaborar pra ser investigado por meio da matemática? Qual seria a nossa questão?
	E se a gente fizer uma relação entre a alimentação e a atividade física?
	A atividade física e o gasto de energia?
	E agora, com essas aulas remotas, o que a gente tem de mãe reclamando...nós temos uma criança do 4º ano, P2, que engordou 11kg, porque só fica em casa comendo.
	Na escola onde eu trabalho, uma professora tem uma criança de 6 anos que engordou 9kg. Ela está desesperada.
	E a gente poderia convidar nutricionista pra ir na escola, propor isso aí. Mas a gente tem que resolver isso hoje, como se fosse no remoto.
	A gente pode pôr um vídeo. Nós já estamos descrevendo a metodologia...
	1. O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia? 2. De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?
	Eu encontrei aqui na internet, um texto, 'Qual o papel de uma alimentação adequada e saudável durante a pandemia de covid?'
	Através de uma interdisciplinaridade, nós vamos introduzir a história 'Gabriel tem 99cm', porque essa história traz a medição e o peso.
Princípio do protótipo simples	Eu pensei assim, pra simplificar, se a gente pesasse essas crianças... Aí a gente poderia trabalhar medida de massa, pesquisar o peso ideal pela altura.
Princípio da construção do modelo	Isso, o Índice de Massa Corporal. Na variável a gente pode pôr isso aí. Eu penso que pode ser uma das variáveis. E aí, as crianças vão ver que, nem sempre o mais alto ou o mais magro, pesa menos. Hipótese: - Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo dos alimentos saudáveis, como frutas e verduras. Variáveis: - Índice de Massa Corporal das crianças (IMC); - Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções)
Princípio da documentação do modelo	Exemplo de como calcular o IMC: $IMC = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2$ (Peso ideal)
Princípio da generalização do modelo	O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade. É calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros). $IMC = \text{Peso} \div (\text{Altura} \times \text{Altura})$
Princípio da autoavaliação	Então, a gente vai medir as crianças e ir anotando tudo isso aí numa tabela. Através do IMC, explicar pra eles o que é o índice de massa corporal e realizar o peso e a medição deles. E também, eu acho que isso vai levar eles a refletirem que ser magro não é significado de saúde. Às vezes a pessoa é magra, mas ela é propensa a vários problemas, como o diabetes, diabetes infantil. Triglicérides, colesterol...Eles não têm noção, porque fica escondido.

**Fonte:** Lesh, Amit e Shorr (1997); Registros dos professores do grupo G2.

No quadro 38, relacionamos o que indicam Lesh Amit e Shorr (1997) referente ao *princípio da realidade*, à incorporação de elementos que fazem referência à problematização. Nessa atividade, o conjunto de dados e as informações da situação-inicial, elementos que fazem referência à problematização foram indicados pela professora-pesquisadora, os problemas a serem investigados, foram formulados

pelos professores. À incorporação de elementos que fazem referência à problematização, articulamos procedimentos como:

- *Nós vamos pensar numa situação, elaborar um problema pra resolver por meio da matemática.*
- *Isso, de acordo com a Saúde na Pandemia, com os vídeos e com aquele pequeno texto que ela passou na introdução e se quiser, pode buscar material fora. Eu não sei o que você pensa, que problema que dá pra gente levantar?*
- *...Poderíamos explorar a obesidade infantil, o que você acha?*
- *Eu acho legal.*
- *Então, qual problema que a gente pode elaborar pra ser investigado por meio da matemática? Qual seria a nossa questão?*
- *E se a gente fizer uma relação entre a alimentação e a atividade física?*
- *A atividade física e o gasto de energia?*
- *E agora, com essas aulas remotas, o que a gente tem de mãe reclamando...nós temos uma criança do 4º ano, P2, que engordou 11kg, porque só fica em casa comendo.*
- *Na escola onde eu trabalho, uma professora tem uma criança de 6 anos que engordou 9kg. Ela está desesperada.*
- *E a gente poderia convidar nutricionista pra ir na escola, propor isso aí. Mas a gente tem que resolver isso hoje, como se fosse no remoto.*
- *A gente pode pôr um vídeo. Nós já estamos descrevendo a metodologia...*
- *O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia?*
- *De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?*
- *Eu encontrei aqui na internet, um texto, 'Qual o papel de uma alimentação adequada e saudável durante a pandemia de covid?'*
- *Através de uma interdisciplinaridade, nós vamos introduzir a história 'Gabriel tem 99cm', porque essa história traz a medição e o peso.*

Esse princípio indica os raciocínios empregados pelos professores, quando consideraram a importância dos cuidados com a saúde das crianças em tempos de pandemia, devido ao fato de não estarem saindo de casa e se alimentando de forma irregular.

Prosseguindo neste quadro, com relação ao *princípio do protótipo simples*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Eu pensei assim, pra simplificar, se a gente pesasse essas crianças... Aí a gente poderia trabalhar medida de massa, pesquisar o peso ideal pela altura.*

Essa simplificação possibilitou aos professores a resolução do problema, realizando o procedimento do cálculo do IMC.

Com relação ao *princípio da construção do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele os procedimentos:

- *Isso, o Índice de Massa Corporal. Na variável a gente pode pôr isso aí. Eu penso que pode ser uma das variáveis.*
- *E aí, as crianças vão ver que, nem sempre o mais alto ou o mais magro, pesa menos.*
- *Hipótese: Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo dos alimentos saudáveis, como frutas e verduras.*
- *Variáveis:*
  - *Índice de Massa Corporal das crianças (IMC);*
  - *Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções).*

A esse princípio, incorporamos a estruturação de ideias lógicas na organização dos dados, bem como na formulação de hipóteses, que foram justificadas por meio do uso do modelo matemático do cálculo do IMC, pois, ao identificar o sobrepeso do aluno, os professores propõem alertar esse aluno quanto aos riscos da obesidade infantil.

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Exemplo de como calcular o IMC:  $IMC = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2$  (Peso ideal)*

Esse princípio relaciona-se com os registros apresentados pelos professores no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, utilizando o cálculo do IMC dos próprios professores do grupo G2.

Com relação ao *princípio da generalização do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade. É calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros).  $IMC = \text{Peso} \div (\text{Altura} \times \text{Altura})$ .*

Esse princípio relaciona-se com a possibilidade desse procedimento se adequar à alguma outra situação semelhante à essa investigada.

Com relação ao *princípio da autoavaliação*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Então, a gente vai medir as crianças e ir anotando tudo isso aí numa tabela.*

- *Através do IMC, explicar pra eles o que é o índice de massa corporal e realizar o peso e a medição deles.*
- *E também, eu acho que isso vai levar eles a refletirem que ser magro não é significado de saúde. Às vezes a pessoa é magra, mas ela é propensa a vários problemas, como o diabetes, diabetes infantil.*
- *Triglicérides, colesterol...Eles não têm noção, porque fica escondido.*

Incorporamos esse princípio à verificação das respostas ao problema, por parte dos professores, pois, eles consideram que o uso do modelo no cálculo do IMC dos alunos possibilita a identificação de sobrepeso do aluno; no intuito de evitar a obesidade infantil na pandemia. A partir disso, os professores sugerem ao aluno, uma mudança na alimentação, propondo a substituição de alimentos industrializados não saudáveis por alimentos saudáveis, conforme instrução nutricional.

Na identificação dos procedimentos realizados pelos professores, observamos que os mesmos contemplam os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), pois os professores: elaboraram um problema referente à situação da realidade, no cenário atual de pandemia; fizeram suposições; fizeram uso de um modelo matemático, que pode ser utilizado em outras situações análogas a essa e responderam os problemas propostos por eles e refletiram acerca dessas respostas.

Os procedimentos dos professores na atividade *Saúde na Pandemia*, evidenciam a realização de procedimentos mobilizados no desenvolvimento de atividades solucionadas por meio do processo de modelagem matemática, uma vez que identificamos esses procedimentos nas fases da atividade de modelagem matemática desenvolvida e planejada. Do primeiro ao segundo momento, eles formularam os problemas para serem investigados, resolveram e apresentaram respostas à situação-problema inicial.

Após essa análise, direcionamo-nos à análise da próxima atividade desenvolvida pelo grupo G2, com tema *Ovos de Chocolate*.

### 5.2.3 Terceiro Momento de Familiarização – Situação-problema *Ovos de Chocolate*

A situação-problema com o tema *Ovos de Chocolate* foi elaborada e desenvolvida por dois professores do grupo G2, sob a mediação da professora-pesquisadora, no âmbito do curso de formação e configura-se como sendo o terceiro

momento de familiarização dos estudantes com a modelagem matemática, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016). A descrição dessa atividade contempla registros de dois professores que compõem o grupo G2, atendendo aos critérios estabelecidos a posteriori, para compor a análise.

Para iniciar a atividade, os professores sugerem que pode ser entregue aos alunos, uma folha impressa que contempla as informações sobre o tema, bem como o problema a ser investigado, apresentada no Apêndice 6.

A partir da discussão do grupo G2 sobre essa situação-problema, apresentamos os procedimentos dos professores, no desenvolvimento da atividade, considerando as fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, conforme sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2016).

### **Inteiração**

Como introdução ao terceiro momento de familiarização com atividades de modelagem matemática, primeiramente os professores sugeriram alguns temas da realidade, conforme os excertos:

**P2: *Nós pensamos na ‘obesidade infantil’, ‘fake news’, ‘violência contra a mulher’, mas, no fim nós pensamos que violência é muito forte; e ‘ovos de chocolate’.***

**P4: *Então nosso tema ficou ‘ovos de chocolate’.***

Gravações em áudio e vídeo.

Dentre os temas sugeridos, os professores escolheram o tema ‘Ovos de chocolate’ para investigar. Em primeiro contato com a situação-problema, os professores coletaram dados e informações. No curso de formação, na introdução da situação-problema aos demais participantes, os professores exibiram um vídeo sobre a *História do Chocolate*. Após, eles apresentaram e explicaram uma lista com receitas que usam o chocolate como principal ingrediente.

Em seguida, os professores do grupo G2 elaboraram alguns problemas, elencados no Quadro 29.

**Quadro 29** – Problemas elaborados pelos professores do grupo G2 para investigar a situação-problema *Ovos de chocolate*

Problemas...
1. Qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26 ovos número 15 (de 170g à 240g) cada?
2. Qual valor será gasto?

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Os professores do grupo G2 pretendiam descobrir o quanto de chocolate seria gasto na fabricação dos ovos para seus alunos, conforme o excerto:

**P4: Nós vamos tentar descobrir a quantidade de chocolate que vai ser gasta para confeccionar 26 ovos de 150g cada ovo, que a gente já pesquisou que um ovo de 150g não vai ficar muito caro e vai dar um ovinho bacana para cada um.**

**P2: O bacana seria também a gente usar aquela balancinha, daí a gente já estava também ensinando a criança a utilizar, neh.**

Gravações em áudio e vídeo

Os professores realizaram a coleta de dados e informações, por meio do acesso à internet, sobre o preço da barra de 1kg de chocolate e sobre o rendimento da barra de 1kg, conforme os excertos:

**P4: 1kg, R\$ 30,00, da marca Harald. Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g, quer dizer que não tem jeito de ser exato mesmo. Então acho que a gente faz a base por baixo, neh, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.**

Então, no intuito de responder aos problemas elaborados, os professores do grupo G2 fizeram algumas suposições.

### **Matematização**

As suposições levantadas pelos professores, fazem referência: ao rendimento de uma barra de chocolate de 1kg; ao peso do ovo; à quantidade de pessoas que formam a turma e ao preço da barra de chocolate.

#### **Hipóteses:**

- Com 1 barra de 1 kg confeccionaremos 4 ovos;
- 1 kg = 30 reais da marca Harald.

#### **Variáveis:**

- Quantidade de barras;
- Peso do ovo (unidade);
- Quantidade de pessoas.

Registros escrito dos professores do grupo G2 durante as atividades de modelagem matemática.

Detalharemos, na sequência, os pensamentos dos professores a respeito da resolução do problema.

### **Resolução**

Para dar início à resolução, o professor P4, pensou em calcular a

quantidade de chocolate com base em um ovo de 150g, como podemos conferir no excerto:

***P4: Eu penso que a gente tem que calcular em cima dos 150 e assim, vai ter possibilidade de variar. Calcular todos em cima do 150, mesmo a gente sabendo que não vai ficar padronizado, porque não é uma fábrica, mas a gente tenta padronizar, mesmo sabendo que vai ser um mais fino outro mais grosso.***

Gravações em áudio e vídeo.

Porém, dialogando para saber qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26 ovos número 15 (de 170g à 240g), os professores do grupo G2 fizeram uma simplificação e consideraram que uma barra de 1kg de chocolate rende 4 ovos. Assim, para saber o valor gasto com essas barras, os professores do grupo calcularam o custo do chocolate, considerando o preço da barra R\$ 30,00, conforme cotação realizada em site de uma loja, na internet (Figura 21).

**Figura 21** – Resolução dos professores do grupo G2 para a situação-problema Ovos de Chocolate

<p><b>6 – Obter e validar o modelo:</b></p> <p>1 barra = 4 ovos          6 barras = 24 ovos, ou seja,  <math>6 \times 4 = 24</math> (aproximadamente)  <math>6 \times 30 = 180</math> reais</p>
---

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2.

Após esses cálculos, os professores apresentaram a resposta para os problemas que estavam sendo investigados (Figura 22).

**Figura 22** – Resposta dos professores do grupo G2 para a situação-problema Ovos de chocolate

<p><b>Resposta:</b> Serão necessárias 6 barras de chocolate, aproximadamente, 180 reais.</p>
--

**Fonte:** registros escritos dos professores do grupo G2.

Verificamos, na Figura 22, que os professores obtiveram a resposta acerca do valor a ser gasto com as barras de chocolate, com base no modelo matemático elaborado por eles.

Na sequência, relatamos a conclusão da atividade desenvolvida pelos professores do grupo G2.

## Interpretação de resultados e validação

Após terem discutido sobre e elaborado o modelo matemático, os professores expressaram suas conclusões sobre as respostas para o problema. Vejamos no excerto:

**P4: *Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente, aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.***

Gravação em áudio e vídeo.

Assim, descrevemos os resultados obtidos pelos professores do grupo G2, com base nos registros escritos apresentados na Figura 21, p. 133:

- Para confeccionar um ovo de chocolate para cada aluno da turma, serão necessárias 6 barras de 1kg de chocolate.
- O custo das barras para a confecção desses ovos de chocolate fica, aproximadamente, R\$ 180,00.

Dessa forma, os professores responderam os problemas propostos para a investigação e finalizaram o desenvolvimento da atividade.

Prosseguindo, apresentamos uma sistematização dos procedimentos dos professores nessa atividade (Figura 23).

**Figura 23** – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade *Ovos de Chocolate*

<p><b>Definição do tema</b></p> <p><b>Ovos de chocolate</b></p> <p><b>Formulação do problema</b></p> <p>Qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26 ovos número 15 (de 170g à 240g) cada?</p> <p>2. Qual valor será gasto?</p> <p><b>Matematização</b></p> <p><b>Quais são as hipóteses?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Com 1 barra de 1 kg confeccionaremos 4 ovos;</li> <li>- 1 kg = 30 reais da marca Harald.</li> </ul> <p><b>Quais são as variáveis?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Quantidade de barras;</li> <li>- Peso do ovo (unidade);</li> <li>- Quantidade de pessoas</li> </ul>	<p><b>Resolução</b></p> <p>1 barra = 4 ovos</p> <p>6 barras = 24 ovos, ou seja,</p> <p><math>6 \times 4 = 24</math> (aproximadamente)</p> <p><math>6 \times 30 = 180</math> reais</p> <p><b>Validação</b></p> <p>6 – Obter e validar o modelo:</p> <p>1 barra = 4 ovos</p> <p>6 barras = 24 ovos, ou seja,</p> <p><math>6 \times 4 = 24</math> (aproximadamente)</p> <p><math>6 \times 30 = 180</math> reais</p> <p>Resposta: Serão necessárias 6 barras de chocolate, aproximadamente, 180 reais.</p>	<p><b>Simplificação</b></p> <p>Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos [...]. Então acho que a gente faz a base por baixo, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.</p> <p><b>Interpretação dos Resultados</b></p> <p>... Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente, aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.</p>
---	--	--

Fonte: elaborada a partir dos registros dos professores do grupo G2.

Na Figura 23 identificamos a presença da mobilização, por parte dos professores, de procedimentos associados à: escolha do tema de interesse dos professores, uma vez que a formação se deu na época da páscoa; elaboração de problemas, esboçando o interesse em fabricar ovos para os alunos; formulação de hipóteses, relacionadas ao rendimento da barra de 1kg de chocolate; definição de variáveis, considerando peso do ovo (em gramas) e a quantidade de pessoas que vão ganhar os ovos; quanto à quantidade de barras, isso é o que eles encontraram após realizaram os cálculos; realização de simplificações, pois estipularam o rendimento da barra de 1kg de chocolate em 4 ovos; resolução, utilizando o conceito de multiplicação; interpretação dos resultados e validação, respondendo o problema, considerando o rendimento da barra de 1 kg, vão precisar de 6 barras e o custo ficará em torno de R\$ 180,00. Relacionamos a esses procedimentos especificidades da modelagem matemática, de acordo com as concepções de modelagem matemática de Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Após desenvolverem essa atividade, os professores elaboraram o planejamento docente com modelagem matemática para o uso dessa atividade em sala de aula e sugeriram o trabalho em turmas de 2º ano, conforme detalhamento do planejamento no Quadro 30.

**Quadro 30** – Itens do planejamento da atividade *Ovos de Chocolate* elaborado pelos professores do grupo G2 para o uso da atividade em sala de aula dos anos iniciais

Itens do Planejamento Docente	Registros dos professores em relação ao planejamento docente
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	Tempo sugerido: 15 dias.
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	Objetivos: - (EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental; - (EF03MA26) resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas gráficas; (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas, gráficos de barras ou de colunas; - (EF03MA17) Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada; - (EF03MA18) Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições; - Realizar estimativas, Leitura e interpretação de receitas.
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática,</b>	Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização.

conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade	
<b>Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida</b>	Tema: - “Ovos de chocolate”
<b>Item 5 Formulação de problemas</b>	Problemas possíveis: - Em nossa turma temos 25 crianças e 1 professora, para fazermos 1 ovo de chocolate para cada pessoa, quantos quilos de chocolate são necessários?
<b>Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo</b>	<b>Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade:</b> - Operações; - Tabelas e gráficos; - Medidas; - Comparação e Probabilidade. <b>Conteúdos matemáticos abordados:</b> - Operações; - Quantidades; - Medidas; - Probabilidade; leitura e interpretação de gráficos e tabelas.
<b>Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática</b>	Estratégia para iniciar a atividade: - Apresentação do vídeo: História do Chocolate disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=AIKI3gr3lc">https://www.youtube.com/watch?v=AIKI3gr3lc</a> - Conversa sobre o vídeo; - Fazer uma lista de receitas que usam o chocolate como ingrediente; - Após escrita e leitura da lista, instrumentos de medidas convencionais e não convencionais, que utilizamos em casa para fazer as receitas, exploração de quantidades, das medidas; - Levar para a sala diversos medidores e/ou pesquisar figuras; - Conversar sobre alimentação saudável, vitaminas importantes para o crescimento das crianças e também sobre a necessidade do consumo moderado do chocolate; - Ler as informações contidas na embalagem do chocolate; - Estipular o tamanho/peso dos ovos que faremos; - Problematização dos dados; Construção de gráficos e tabelas.
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	Coleta de dados e informações - Pesquisar receitas e formas de ovos de chocolate; - Estipular o tamanho/peso dos ovos que faremos; - Pesquisar/comparar preços de ovos comprados prontos e valor das barras de chocolate;
<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	Hipóteses: - Quantidade de chocolates necessária, comparação (maior, menor, equivalência) Variáveis: - Quantidade de ovos produzidos com 1 kg de chocolate; - Peso dos ovos; Validação do modelo: Com uma barra de chocolate de 1 kg podemos fazer de 4 a 5 ovos que pesam de 170 a 240 gramas. 1kg = 4 ou 5 ovos de 170 a 240 gramas. Quantidade de pessoas = 26 $26 \div 4 = 6,5$ Ou $26 \div 5 = 5,2$ Serão necessários 5 kg de chocolate para fazermos os 26 ovos de chocolate.

<b>Item 10</b> <b>Auxílio de recursos pedagógicos</b> <b>didáticos-</b>	Recursos didático-pedagógicos: - Instrumentos de medidas, chocolate, formas para ovos de chocolate, receitas, embalagens, panelas, colheres, geladeira, fogão, etc.
<b>Item 11</b> <b>Possíveis dificuldades</b>	Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas: - Uso da cozinha escolar.  Mãos na massa – fazendo os ovos de chocolate  Antes de iniciarmos a confecção dos ovos conversar sobre a higienização necessária do ambiente, uso de avental, luva, touca e máscara.  Organização da turma (grupo responsável pela confecção dos ovos e grupo responsável por embalar os ovos)  Organizar os utensílios necessário, higiene e limpeza da cozinha escolar após o uso;
<b>Item 12</b> <b>Método Avaliativo</b>	Avaliação:  - Avaliação do trabalho em grupo e individual. - Os estudantes podem falar do trabalho que realizaram em seus grupos, avaliar a participação de cada integrante e também se autoavaliar. - Avaliaremos as crianças também no desempenho das situações problematizadas, nas situações de cálculo e de interpretação.

**Fontes:** elaborado a partir dos registros do planejamento docente das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores do grupo G2.

Podemos verificar, na segunda coluna do Quadro 42, que os professores contemplaram *doze*, dos *doze itens* do planejamento abordados em nosso quadro teórico. Identificamos, nesse planejamento, que os itens: *Tempo sugerido; Objetivos; Recursos didático-pedagógicos; Avaliação; Tema; Problemas Possíveis; Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade; Estratégia para iniciar a atividade; Coleta de dados e informações; Hipóteses e Variáveis; Validação do modelo; Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas*, são itens que incorporam especificidades do planejamento com atividades de modelagem matemática, como abordamos em nosso quadro teórico.

Com referência ao item *Tempo de duração das aulas*, fator importante sinalizado por Mendonça e Lopes (2015) e Pinto e Araújo (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Tempo sugerido*. Os professores sugerem quinze dias para o desenvolvimento dessa atividade com os alunos.

Com referência ao item *Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo*, fator importante para Luna, Santiago e Andrade (2013), Pinto e Araújo (2021) e Santos e Freire (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Objetivos*. Verificamos que a maioria dos *Objetivos* elencados pelos professores se referem aos conteúdos propostos na BNCC do Ensino Fundamental

Anos Iniciais (BRASIL, 2017), sendo que ‘elaborar um cardápio’ se refere à especificidade da atividade de modelagem matemática proposta para a investigação.

Com referência ao item *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017) e importantes para Luna, Santiago e Andrade, 2013 e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Objetivos*. Tratam-se de objetivos indicados pela BNCC (BRASIL, 2017), bem com a especificidade de leitura e interpretação de receitas.

Com referência ao item *Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos*, indicados como importantes para Mendonça e Borges Neto (2020), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Recursos didático-pedagógicos*. Verificamos que os professores elencaram itens específicos para o uso prático da atividade, como: instrumentos de medidas; o ingrediente chocolate; receitas; formas de ovos de chocolate; embalagens panelas; colheres; geladeira; fogão; etc.

Com referência ao item *Método Avaliativo*, indicado por Brasil (2017), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Avaliação*. Verificamos que os professores planejam avaliar o grupo de alunos e também demonstram um olhar para o aluno individualmente, pois, propõem a autoavaliação.

Com referência ao item *Definição do tema da atividade a ser desenvolvida*: indicado como importante para Bassanezi (2002), Almeida e Dias (2004) e Luna, Souza e Santiago (2009), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Tema - ‘Ovos de Chocolate’*.

Com referência ao item *Formulação de problemas*, conforme concepções de Bassanezi (2002), Malheiros (2008), Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Brito (2005), Barbosa (2004) e Luna, Santiago e Andrade (2013), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Problemas Possíveis*. Verificamos que o problema ao qual os professores se referem aborda a fabricação de ovos de chocolate para uma turma de alunos e uma professora.

Com referência ao item *Possíveis conteúdos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade*, indicados na BNCC (BRASIL, 2017) e importante para Luna, Santiago e Andrade (2013) e Luna, Souza e Lima (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Possíveis conteúdos*

*matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade* e Conteúdos abordados. Trata-se da previsão do uso de alguns conteúdos e de elencar quais conteúdos foram abordados no desenvolvimento da atividade.

Com referência ao item *Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática* sinalizado como importante para Butcke, Carvalho e Tortola (2014), Gomes (2018), Luna (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Mendonça e Lopes (2015); Nunomura, Pierobon e Silva (2018) e Silva e Oliveira (2012), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Estratégia para iniciar a atividade*. Verificamos que os professores planejam iniciar a atividade com a exibição de um vídeo, proposta de elaboração de uma lista de receitas, instruções sobre instrumentos de medida e dicas sobre o uso do chocolate.

Com referência ao item *Pesquisa sobre o tema*, indicado como importante para Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Nunomura, Pierobon e Silva (2018), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Coleta de dados e informações*. Verificamos que os professores planejam sugerir aos alunos a pesquisa e coleta de dados sobre especificidades dos ovos de chocolate: receitas, formas, tamanho, peso, preços da barra.

Com referência ao item *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade*, conforme descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Hipóteses; Variáveis; Validação do Modelo*. Verificamos que os professores elencam as hipóteses, variáveis e fazem referência à validação do modelo, acerca da quantidade de chocolate necessária para a fabricação dos ovos.

Com referência ao item *Possíveis dificuldades*, indicado como importante para Nunomura, Pierobon e Silva (2018), relacionamos ao item do planejamento dos professores: *Possíveis dificuldades e estratégias para lidar com elas*. Os professores preveem dificuldades referentes ao uso da cozinha, higiene do ambiente e uso dos utensílios de cozinha.

Após detalhamento de como se deu o planejamento dessa atividade de modelagem matemática pelos professores que a desenvolveram, fizemos a análise, estabelecendo algumas relações entre os procedimentos dos professores do

grupo G2 durante o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática e os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, como mostra o Quadro 43.

**Quadro 31** – Procedimentos dos professores do grupo G2 no desenvolvimento da atividade *Ovos de Chocolate* com os princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática
Princípio da realidade	<p>Nós pensamos na obesidade infantil, 'fake news', violência contra a mulher, mas, no fim nós pensamos que violência é muito forte; e ovos de chocolate. Então nosso tema ficou 'ovos de chocolate'.</p> <p>1. Qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26 ovos número 15 (de 170g à 240g) cada? 2. Qual valor será gasto?</p> <p>Nós vamos tentar descobrir a quantidade de chocolate que vai ser gasta para confeccionar 26 ovos de 150g cada ovo, que a gente já pesquisou que um ovo de 150g não vai ficar muito caro e vai dar um ovinho bacana para cada um.</p> <p>O bacana seria também a gente usar aquela balancinha, daí a gente já estava também ensinando a criança a utilizar, neh.</p>
Princípio da construção do modelo	<p>1kg, R\$ 30,00, da marca Harald. Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g, quer dizer que não tem jeito de ser exato mesmo. Então acho que a gente faz a base por baixo, neh, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.</p> <p>Hipóteses: - Com 1 barra de 1 kg confeccionaremos 4 ovos; - 1 kg = 30 reais da marca Harald.</p> <p>Variáveis: - Quantidade de barras; - Peso do ovo (unidade); - Quantidade de pessoas.</p> <p>Registro escrito dos professores do grupo G2.</p> <p>Eu penso que a gente tem que calcular em cima dos 150 e assim, vai ter possibilidade de variar. Calcular todos em cima do 150, mesmo a gente sabendo que não vai ficar padronizado, porque não é uma fábrica, mas a gente tenta padronizar, mesmo sabendo que vai ser um mais fino outro mais grosso.</p>
Princípio do protótipo simples	<p>Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g [...]. Então acho que a gente faz a base por baixo, neh, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.</p>
Princípio da documentação do modelo	<p><b>6 – Obter e validar o modelo:</b></p> <p>1 barra = 4 ovos 6 barras = 24 ovos, ou seja, <math>6 \times 4 = 24</math> (aproximadamente) <math>6 \times 30 = 180</math> reais</p> <p><b>Resposta:</b> Serão necessárias 6 barras de chocolate, aproximadamente, 180 reais.</p>
Princípio da autoavaliação	<p>Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente, aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.</p>

**Fonte:** Lesh, Amit e Shorr (1997); Registro dos professores do grupo G2.

No quadro 31, a respeito do que indicam Lesh Amit e Shorr (1997) referente ao *princípio da realidade*, relacionamos à incorporação de elementos que fazem referência à problematização e os articulamos a procedimentos como:

- *Nós pensamos na obesidade infantil, 'fake news', violência contra a mulher, mas, no fim nós pensamos que violência é muito forte; e ovos de chocolate;*
- *Então nosso tema ficou 'ovos de chocolate';*
- *1. Qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26 ovos número 15 (de 170g à 240g) cada?  
2. Qual valor será gasto?*
- *Nós vamos tentar descobrir a quantidade de chocolate que vai ser gasta para confeccionar 26 ovos de 150g cada ovo, que a gente já pesquisou que um ovo de 150g não vai ficar muito caro e vai dar um ovinho bacana para cada um;*
- *O bacana seria também a gente usar aquela balancinha, daí a gente já estava também ensinando a criança a utilizar, neh.*

Nessa atividade, os professores tiveram a autonomia de escolher o tema que investigaram, bem como de reunir o conjunto de dados e todas as informações necessárias que compõem a situação-inicial. Eles pesquisaram em sites da internet, preços de barras de chocolate, vídeos sobre a história do chocolate, receitas que usam chocolate como ingrediente e instrumentos de medida, cujo uso explicitaram no planejamento que elaboraram. O grupo propôs descobrir o quanto de chocolate seria gasto na fabricação dos ovos para seus alunos.

Com relação ao *princípio da construção do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Hipóteses:*
  - *Com 1 barra de 1 kg confeccionaremos 4 ovos;*
  - *1 kg = 30 reais da marca Harald.*
- *Variáveis:*
  - *Quantidade de barras;*
  - *Peso do ovo (unidade);*
  - *Quantidade de pessoas.*
- *Eu penso que a gente tem que calcular em cima dos 150 e assim, vai ter possibilidade de variar. Calcular todos em cima do 150, mesmo a gente sabendo que não vai ficar padronizado, porque não é uma fábrica, mas a gente tenta padronizar, mesmo sabendo que vai ser um mais fino outro mais grosso.*

Esse princípio indica os procedimentos realizados pelos professores durante a estruturação da resolução da atividade e apresentam como eles fizeram uso da matemática de forma contextualizada. Eles perceberam que precisavam

estabelecer uma relação entre o rendimento de uma barra de chocolate de 1kg e a quantidade de pessoas, o que se refere também, à quantidade de ovos que precisam fabricar para atender a demanda. Os professores tiveram o cuidado de não pensar em um ovo com tamanho pequeno para seus alunos.

Com relação ao *princípio do protótipo simples*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g [...]. Então acho que a gente faz a base por baixo, neh, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.*

Essa simplificação auxiliou os professores na realização dos procedimentos de cálculos matemáticos que resultaram na resposta para o problema.

Com relação ao *princípio da documentação do modelo*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele o procedimento:

- *Obter e validar o modelo:  
1 barra = 4 ovos  
6 barras = 24 ovos, ou seja,  
 $6 \times 4 = 24$  (aproximadamente)  
 $6 \times 30 = 180$  reais  
Resposta: Serão necessárias 6 barras de chocolate, aproximadamente, 180 reais.*

Esse princípio faz referência aos registros dos cálculos matemáticos dos professores durante o desenvolvimento dessa atividade.

Sobre o *princípio da autoavaliação*, adaptamos o que Lesh, Amit e Shorr (1997) indicam e relacionamos a ele procedimentos como:

- *Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente, aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.*

Por meio dos procedimentos realizados na comunicação dos resultados, observamos que os professores analisaram suas respostas e as consideraram adequadas para responder o problema inicial: encontrar a quantidade de barras necessárias e o custo dessas barras para a fabricação dos ovos de chocolate para seus alunos.

A identificação dos procedimentos dos professores na atividade *Ovos de Chocolate*, indica a mobilização, por parte dos professores, da habilidade de fazer

modelagem matemática, devido ao fato de que, do segundo para o terceiro momento de familiarização, eles apresentaram autonomia no processo de solução da situação-problema. Os procedimentos dos professores referem-se às especificidades de procedimentos suscitados em atividades resolvidas por meio do processo de modelagem matemática.

Após termos finalizado o processo analítico das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos professores dos grupos G1 e G2, nos dirigimos à discussão dos resultados.

## 6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesse item, discutiremos os resultados da análise dos dados, por meio das expressões em **negrito** dos procedimentos dos professores no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática e no seu planejamento docente para o uso das atividades nos anos iniciais.

Destacamos, no Quadro 32, os procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura, que se enquadram nos três momentos de familiarização descritos por Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005) conforme elencados no capítulo 2, página 29.

**Quadro 32** – Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática nos três momentos de familiarização

<b>Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura</b>	<b>Primeiro Momento</b>	<b>Segundo Momento</b>	<b>Terceiro Momento</b>
<b>Formulação de problemas e levantamento de informações</b>	- Simplificações	- Formulação do problema - Coleta de dados - Simplificações	- Escolha do tema - Coleta de dados - Formulação do problema - Simplificações
<b>Transição do problema real para a estruturação do problema matemático</b>	- Formulação de hipóteses - Seleção de variáveis - Transição de linguagens (da linguagem natural para a linguagem matemática)	- Formulação de hipóteses - Seleção de variáveis - Transição de linguagens (da linguagem natural para a linguagem matemática)	- Formulação de hipóteses - Seleção de variáveis - Transição de linguagens (da linguagem natural para a linguagem matemática)
<b>Solução do problema matemático</b>	- Simplificações - Construção ou uso de uma representação matemática - Uso de regras e técnicas internas à matemática	- Simplificações - Construção ou uso de uma representação matemática - Uso de regras e técnicas internas à matemática	- Simplificações - Construção ou uso de uma representação matemática - Uso de regras e técnicas internas à matemática
<b>Validação e Interpretação de resultados:</b>	- Validação da representação matemática - Resposta ao problema inicial - Interpretação da resposta face ao problema investigado.	- Validação da representação matemática - Resposta ao problema inicial - Interpretação da resposta face ao problema investigado.	- Validação da representação matemática - Resposta ao problema inicial - Interpretação da resposta face ao problema investigado.

**Fonte:** Almeida, Silva e Vertuan (2016); Sousa e Almeida (2021).



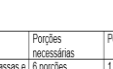
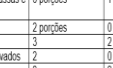


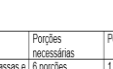
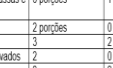


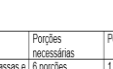
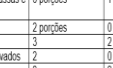
No Quadro 32, trazemos os procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura.

No Quadro 33, apresentamos os procedimentos negritados, realizados pelos professores do grupo G1, durante o desenvolvimento das atividades AT1, AT2 e AT3, conforme os três momentos de familiarização, na concepção de Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

**Quadro 33** – Procedimentos negritados dos professores do grupo G1 durante o desenvolvimento das atividades *Hambúrguer Artesanal, Saúde na Pandemia e Futebol*

<b>Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura</b>	<b>Procedimentos dos professores na AT1</b>	<b>Procedimentos dos professores na AT2</b>	<b>Procedimentos dos professores na AT3</b>
<b>Escolha do tema</b>	Professora-pesquisadora	Professora-pesquisadora	- Então, aqueles temas que a gente pesquisou, eu acho que a gente devia ir para o lado do futebol. - A gente então vai pelo futebol. - Então, a gente coloca: definir o tema: é o futebol.
<b>Coleta e apresentação dos dados</b>	Professora pesquisadora.	Professora pesquisadora.	- Eu estou abrindo aqui no google uma tabela de pontos, sabe, [...] o time que vence a partida, ele marca 3 pontos, o time que empata a partida, ele marca 1 ponto e o time que perde ele não marca ponto nenhum. - Lá no nosso grupo de WhatsApp, eu coloquei uma introdução sobre o futebol, como a professora-pesquisadora sempre faz, fez do Hambúrguer, fez do Morango e fez da Pandemia. Então eu creio que a gente tem que colocar aquela introdução sobre o futebol.
<b>Formulação do problema</b>	Professora-pesquisadora	- Uma alimentação balanceada e saudável, contribui para melhor resistência do corpo a infecções. 1- Seguindo a orientação da nutricionista do vídeo	- Daí, a gente tem mais dois questionamentos: 'E se a tabela apresentasse apenas três finalistas, quais times seriam?'

		<p>que afirma que para um prato saudável é necessário no mínimo cinco cores nos alimentos.</p> <p>a) Monte o seu prato seguindo essa dica.</p> <p>b) Agora descubra quantas porções você conseguiu inserir no seu prato das que são necessárias diariamente.</p> <p>c) Faça uma relação de quantas porções faltam para serem consumidas durante as refeições diárias.</p>	<p>- 'E se o Santos vencesse mais três partidas, ele seria o campeão?'</p> <p>- 4. Se mudarmos a quantidade de pontos por vitória, por derrota e pelo empate, haveria mudança no placar final?</p>
<b>Simplificações</b>	<p>- Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g.</p> <p>- Opa. Se fica mais fácil....</p>	<p>- Coloque 1º e 2º anos, pra gente diferenciar o trabalho.</p> <p>- Realizar o trabalho utilizando figuras dos alimentos presentes na pirâmide.</p>	- Não contemplado.
<b>Formulação de hipóteses</b>	<p>- Vamos pensar em hambúrguer de 100g então...e uma classe com 14 alunos mais a professora, 15 pessoas.</p> <p>- Então, fizemos algumas suposições: cada hambúrguer tem 100g</p>	<p>- Hipóteses:</p> <p>- Consideramos 4 refeições diárias, por estarmos em atendimento remoto. Se estivéssemos em ensino presencial, aumentaríamos ao menos uma refeição referente ao intervalo.</p> <p>- Também temos realidades em que alguns alunos não têm as quatro refeições diárias.</p> <p>- Prato com 5 cores de alimentos.</p>	<p>- Então, eles precisam primeiro fazer atribuição de valor depois calcular para descobrir o campeão.</p> <p>- Hipótese 1: A cada vitória, cada time soma 3 pontos</p> <p>Hipótese 2: A cada empate, cada time soma 2 pontos</p> <p>Hipótese 3: Cada derrota não altera o placar</p>
<b>Definição de variáveis</b>	<p>- Uma turma de 14 alunos + prof = 15.</p> <p>- Ou: 1 sala com 18 alunos + prof = 19 pessoas.</p>	<p>- Variáveis: quantidade de porções utilizadas de cada classe alimentar.</p> <p>- Nós vamos ter a variável, de diferentes pratos, com diferentes alimentos.</p>	<p>Variáveis:</p> <p>- Pontos por vitória</p> <p>- Pontos por empate</p> <p>- Resultado final.</p>
<b>Transição entre linguagens real e matemática</b>	<p>- Temos que aumentar a quantidade de cada carne proporcionalmente... pra suprir nossa demanda...pra não perder o sabor da receita.</p> <p>- Teremos que partir para porcentagem então.</p> <p>- Na aproximação, seriam: 578 g de acém 578 g de patinho e 413</p>	<p>- A gente pode pedir pra uma criança elaborar um prato, com cinco cores, assim como a nutricionista sugeriu no vídeo e depois, definir qual é a quantidade de porções que a criança está ingerindo.</p> <p>- Nós estamos com três atividades: tem variação, porque vai depender do prato que a criança desenhar e da quantidade</p>	<p>- Pra responder essa questão usando a modelagem matemática, eles terão que atribuir um valor para cada vitória, para cada empate e para a derrota.</p>

	<p>g de gordura. 65% de acréscimo proporcional.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Com hambúrgueres de 100g essa receita faz 9 e sobra 50g.</li> <li>- A gente pensou...ou uma sala teria 18 alunos, mais a professora, 19 pessoas, a gente só dobraria a quantidade da receita, ...a gente ia precisar de 1kg e 900g de carne.</li> <li>- Se aumentarmos 175 gramas em cada tipo, acrescido do sal, chegaremos ao 1,5 kg desejado. Será que dá certo? Teremos que partir para porcentagem então.</li> </ul>	<p>que ela resolver inserir nesse prato.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A proposta, é que ele descubra, comparando o prato depois de pronto, quantas porções ele conseguiu inserir no prato, das que são necessárias diariamente e posteriormente, descobrir, quantas ainda faltam ser consumidas, para completar aquela porção diária necessária.</li> <li>- A partir daí, essa soma das porções e a quantidade que falta, vai exigir uma reflexão grande dela, vai levar um tempinho pra ela entender.</li> </ul>																																									
<p><b>Simplificações</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- A gente foi fazendo outras tentativas.</li> <li>- Dobramos os valores da receita</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Essa questão 'a' é a mais, fácil, digamos.</li> <li>- A criança vai montar de acordo com o que ela pensa, ou de acordo com o que ela se alimenta.</li> <li>- Então, a atividade é que cada aluno monte o seu prato com no mínimo cinco cores de alimentos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pra resolver a questão, a gente pode colocar assim, cada time e fazer as multiplicações. No final a gente vê o que deu mais pontos.</li> </ul>																																								
<p><b>Registros: uso de conceitos matemáticos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aumentando 65% na quantidade de cada carne, teremos o seguinte resultado: 578(g de acém) + 578(g de patinho) + 413(g de gordura) = 1569g.</li> <li>- Aumentando 60%: 560(g de acém) + 560(g de patinho) + 400(g de gordura) = 1520g.</li> <li>- 700(g de acém) + 700(g de patinho) + 500(g de gordura) = 1900g de carne; 1,9kg</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Insere uma tabela, com uma coluna para café da manhã, uma coluna para almoço, uma coluna para café da tarde e uma para jantar.</li> <li>- Os alimentos que a gente considerou? Arroz, feijão, tomate, alface e carne vermelha.</li> </ul> <table border="1" data-bbox="774 1612 1045 1758"> <thead> <tr> <th>café da manhã</th> <th>Almoço</th> <th>café da tarde</th> <th>Jantar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="774 1780 1045 1948"> <thead> <tr> <th>Alimentos</th> <th>Porções necessárias</th> <th>Porções utilizadas</th> <th>Porções que faltam</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cereais, massas e vegetais</td> <td>6 porções</td> <td>1 porção</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Frutas</td> <td>2 porções</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Verduras</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Leite e derivados</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Carnes</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Açúcares e gorduras</td> <td>moderação</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>15</td> <td>5</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> <p>Nós fizemos um exemplo do que poderia acontecer com o prato do nosso aluno.</p>	café da manhã	Almoço	café da tarde	Jantar					Alimentos	Porções necessárias	Porções utilizadas	Porções que faltam	Cereais, massas e vegetais	6 porções	1 porção	5	Frutas	2 porções	0	2	Verduras	3	2	1	Leite e derivados	2	0	2	Carnes	2	2	0	Açúcares e gorduras	moderação	0	0	Total	15	5	10	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Você está resolvendo, é isso?</li> </ul> <p><b>Corinthians: Palmeiras:</b></p> <p>21 x 3 = 63      21 x 3 = 63  8 x 2 = 16      10 x 2 = 20  63 + 16 = 79      63 + 20 = 83</p> <p><b>Santos: Flamengo:</b></p> <p>20 x 3 = 60      18 x 3 = 54  8 x 2 = 16      12 x 2 = 24  60 + 16 = 76      54 + 24 = 78</p> <p><b>São Paulo</b></p> <p>18 x 3 = 54  10 x 2 = 20  54 + 20 = 74</p>
café da manhã	Almoço	café da tarde	Jantar																																								
																																											
Alimentos	Porções necessárias	Porções utilizadas	Porções que faltam																																								
Cereais, massas e vegetais	6 porções	1 porção	5																																								
Frutas	2 porções	0	2																																								
Verduras	3	2	1																																								
Leite e derivados	2	0	2																																								
Carnes	2	2	0																																								
Açúcares e gorduras	moderação	0	0																																								
Total	15	5	10																																								

<p><b>Possibilidade de construir modelos genéricos</b></p>	<p>- 1,9kg... dobramos os valores da receita.</p>	<p>- Um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele. - Porque vai abrir possibilidades. Não tem uma resposta certa, tem várias possibilidades. Diferentes possibilidades de se obter as vitaminas necessárias.</p>	<p>- Hoje no campeonato, quem vence soma 3 pontos, quem empata soma 1 ponto. - Mas, eles podem atribuir o valor que quiserem à derrota... se quiserem atribuir 4 pontos à vitória e 2 ao empate, eles vão atribuir.</p>								
<p><b>Resposta para o problema</b></p>	<p>- Aumentando 58%: 553(g de acém) + 553(g de patinho) + 395(g de gordura)=1501g de carne (mais aproximado do total de carne que precisamos) Resposta Final. - A gente aumentou 58% daquela receita na quantidade de cada tipo de carne e a gente teve um resultado de 1501g de carne.</p>	<p>- 10 porções.</p> <table border="1" data-bbox="826 696 1026 1032"> <thead> <tr> <th>Porções que faltam</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td></tr> <tr><td>2</td></tr> <tr><td>1</td></tr> <tr><td>2</td></tr> <tr><td>0</td></tr> <tr><td>0</td></tr> <tr><td>10</td></tr> </tbody> </table>	Porções que faltam	5	2	1	2	0	0	10	<p>- Então o resultado é: o campeão é o Palmeiras, com 83 pontos.</p>
Porções que faltam											
5											
2											
1											
2											
0											
0											
10											
<p><b>Interpretação da resposta para o problema</b></p>	<p>- Então, professora-pesquisadora, no texto não apresenta qual turma que é, a quantidade de alunos e nem o tamanho desse hambúrguer, quantos gramas tem. - Então a gente fez que cada hambúrguer teria 100 gramas e pensamos numa turma inicialmente de 14 alunos, mais a professora, seriam 15 pessoas. - Para saber a proporção de cada quantidade de cada tipo de carne, a gente aumentou 65% na quantidade de cada carne e daí a gente teve um total de 1kg e 568g de carne. - ... só que a gente foi fazendo outras tentativas e a que mais se aproximou foi de 58%.</p>	<p>- E a gente deixa assim, meninas e na hora da explicação a gente detalha qual é a intenção. - Nós temos lá, um exemplo do prato a ser montado pelos nossos alunos, que ele pode se pautar até na realidade dele. - Então, o aluno vai comparando seu prato com a pirâmide alimentar e verificando quantas porções ele utilizou nesta refeição, e também constatando, quantas porções ainda faltam, considerando que ele irá realizar outras refeições e deverá complementar a sua necessidade diária com essas porções que faltam.</p>	<p>- Analisando o resultado de cada time, a gente observou que o campeão foi o Palmeiras, porque ele obteve 83 pontos. - Então, pra isso, o aluno teria que observar a pontuação de todos os times, o resultado de cada um e ver quais os três que tiveram mais pontos. - Então, a gente teria que vir aqui no Santos (na tabela), na quantidade de vitórias e acrescentar mais três, pra multiplicar por 3, depois somar de novo, pra gente saber qual seria o resultado, e comparar com o resultado do atual campeão, que no caso é o Palmeiras, pra gente saber se ele ultrapassaria a pontuação do Palmeiras, ou não.</p>								

Fonte: registro dos professores do grupo G1.

Com base no Quadro 33, bem como na identificação dos procedimentos negritados dos professores, já observados e descritos em Figura 5 (p. 66), Figura 9 (p. 81) e Figura 12 (p. 98), observamos que os professores puderam desenvolver um trabalho investigativo com as duas temáticas propostas pela professora-pesquisadora, *Hambúrguer Artesanal e Saúde na Pandemia*, bem como trabalharam com a temática *Futebol* proposta por eles, ambas temáticas inseridas em um contexto real.

Na AT1, a professora pesquisadora colocou os professores em contato com a situação-problema, conforme o primeiro momento de familiarização descrito por Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005). Os procedimentos dos professores envolvem registro de algumas informações, discussão sobre o problema e organização dos dados. Na AT2, as informações também foram fornecidas pela professora-pesquisadora, no entanto, os professores formularam problemas para serem investigados e fizeram simplificações. Ainda sobre a AT2, além dos procedimentos já identificados na AT1, identificamos a mobilização do procedimento *Formulação do problema*. Já, na AT3, identificamos, por parte dos professores, a mobilização dos procedimentos presentes na AT1 e na AT2 e também a mobilização dos procedimentos: *Escolha do tema; Coleta e apresentação dos dados*.

No Quadro 34, evidenciamos quais itens foram explicitados pelos professores do grupo G1 no planejamento da AT1, AT2 e AT3 para uso em sala de aula, relacionados aos itens do nosso quadro teórico.

**Quadro 34** – Itens do planejamento explicitado pelos professores do grupo G1 para o uso das atividades AT1, AT2 e AT3 em sala de aula

Itens do Planejamento Docente	Itens explicitados pelos professores no planejamento das atividades de modelagem matemática para uso em sala de aula		
	AT1	AT2	AT3
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	Não explicitado pelos professores	Não explicitado pelos professores	Não explicitado pelos professores
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento</b>	Atividade de modelagem matemática do	Atividade de modelagem matemática do primeiro	Atividade de modelagem matemática do

de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade	primeiro momento de familiarização	momento de familiarização	primeiro momento de familiarização
<b>Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida</b>	Definido pelos professores e conduzido com os alunos.	Definido pelos professores e conduzido com os alunos.	Explicitado pelos professores
<b>Item 5 Formulação de problemas</b>	Explicitado pelos professores (Formulado pelos professores e encaminhado aos alunos para a investigação)	Explicitado pelos professores Formulado pelos professores e encaminhado aos alunos para a investigação)	Explicitado pelos professores
<b>Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo</b>	Não explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	Realizada pelos professores e encaminhada em sala de aula.	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	Não explicitado pelos professores.	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 10 Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	Não explicitado pelos professores	Não explicitado pelos professores	Não explicitado pelos professores
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores

Fonte: a autora (2021).

No Quadro 34, bem como no Quadro 13 (p. 67), Quadro 16 (p. 83) e Quadro 21 (p. 99), onde identificamos itens do planejamento dos professores para o uso das atividades, relacionados ao nosso quadro teórico, verificamos que: na AT1, os professores explicitaram cinco itens; na AT2, oito itens e na AT3, os professores explicitaram nove itens.

Percebemos que os itens 6 e 9, que não haviam sido contemplados na AT1, se fazem presentes na AT2 e AT3, referentes a: *Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo*, indicado na BNCC (BRASIL, 2017); *Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades*

de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade, conforme descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Sousa e Almeida (2021).

No Quadro 35, evidenciamos que os procedimentos dos professores do grupo G1 no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática na AT1, AT2 e AT3, contemplam os princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados.

**Quadro 35** – Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática contemplados na AT1, AT2 e AT3, pelos procedimentos dos professores do grupo G1

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos dos professores do grupo G1 que contemplam os princípios		
	AT1	AT2	AT3
Princípio da realidade	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio do protótipo simples	contemplam	contemplam	não contemplam
Princípio da construção do modelo	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da documentação do modelo	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da generalização do modelo	não contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da autoavaliação	contemplam	contemplam	contemplam

**Fonte:** a autora (2021).

No Quadro 35 observamos que os procedimentos dos professores do grupo G1 contemplam todos os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, exceto na AT1, em que não identificamos a contemplação do *princípio da generalização do modelo* e na AT3, em que não identificamos a contemplação do *princípio do protótipo simples*. Diante da observação do Quadro 14 (p. 70), Quadro 18 (p. 86) e Quadro 22 (p. 101), verificamos: a identificação de procedimentos que contemplam o *princípio da realidade* nas três atividades; a identificação de mais procedimentos que contemplam os *princípios da construção e da documentação do modelo* na AT2, aos identificados na AT1 e AT3; a identificação de procedimentos que contemplam o *princípio da generalização do modelo* na AT2 e na AT3, não sendo contemplado na AT1; a identificação de mais procedimentos que contemplam o *princípio da autoavaliação* na AT1 e na AT2, considerando que na AT3 os professores também apresentaram respostas para os problemas propostos. Percebemos uma mobilização maior de procedimentos dos professores na AT2, em que eles tiveram que formular o problema a partir de uma situação da realidade proposta pela

professora-pesquisadora, do que na atividade de terceiro momento, em que eles escolheram o tema que queriam investigar.

Na sequência, evidenciamos, no Quadro 36, os procedimentos negritados dos professores do grupo G2, durante o desenvolvimento das atividades *Hambúrguer Artesanal*, *Saúde na Pandemia* e *Ovos de Chocolate*, nos três momentos de familiarização descritos por Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

**Quadro 36** – Procedimentos negritados dos professores do grupo G2 no desenvolvimento das atividades *Hambúrguer Artesanal*, *Saúde na Pandemia* e *Ovos de Chocolate*

<b>Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura</b>	<b>AT1</b>	<b>AT2</b>	<b>AT4</b>
Escolha do tema	- Professora-pesquisadora	- Professora-pesquisadora	- Nós pensamos na obesidade infantil, 'fake news', violência contra a mulher, mas, no fim nós pensamos que violência é muito forte; e ovos de chocolate. - Então nosso tema ficou 'ovos de chocolate'.
Coleta de dados	- Professora-pesquisadora	- De acordo com a Saúde na Pandemia, com os vídeos e com aquele pequeno texto que ela passou na introdução e se quiser, pode buscar material fora. - Eu encontrei aqui na internet, um texto, 'Qual o papel de uma alimentação adequada e saudável durante a pandemia de covid?' - E a gente poderia convidar nutricionista pra ir na escola, propor isso aí. - A gente pode pôr um vídeo. Nós já estamos descrevendo a metodologia...	- Nós vamos tentar descobrir a quantidade de chocolate que vai ser gasta para confeccionar 26 ovos de 150g cada ovo, que a gente já pesquisou que um ovo de 150g não vai ficar muito caro e vai dar um ovinho bacana para cada um. - 1kg, R\$ 30,00, da marca Harald. Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g, quer dizer que não tem jeito de ser exato mesmo.
Formulação do problema	Professora-pesquisadora	- Nós vamos pensar numa situação, elaborar um problema pra	- 1. Qual a quantidade de chocolate será gasta para confeccionar 26

		<p>resolver por meio da matemática.</p> <p>- Então, qual problema que a gente pode elaborar pra ser investigado por meio da matemática? Qual seria a nossa questão?</p> <p>- E se a gente fizer uma relação entre a alimentação e a atividade física?</p> <p>- A atividade física e o gasto de energia?</p> <p>1. O que fazer para evitar a obesidade infantil na pandemia?</p> <p>2. De que forma podemos substituir os alimentos industrializados por alimentos saudáveis?</p>	<p>ovos número 15 (de 170g à 240g) cada?</p> <p>2. Qual valor será gasto?</p>
Simplificações	<p>- Acho que a turma menor é mais fácil. O processo vai ser o mesmo, mas para turmas maiores, vamos ter que diminuir a carne pra aumentar a quantidade de hambúrguer.</p>	<p>- Eu pensei assim, pra simplificar, se a gente pesasse essas crianças... Aí a gente poderia trabalhar medida de massa, pesquisar o peso ideal pela altura.</p>	<p>- Com uma barra de 1kg, podemos produzir de 4 a 5 ovos, do tamanho nº 15, entre 170g e 240g [...]. Então acho que a gente faz a base por baixo, neh, porque, e se a gente calcula por 5 e falta chocolate? Então a gente faz por 4.</p>
Formulação de hipóteses	<p>- Supondo um hambúrguer com peso de 100g</p> <p>- 100g de carne cada hambúrguer</p>	<p>- Hipótese:</p> <p>- Diminuição do consumo de alimentos industrializados e aumento do consumo dos alimentos saudáveis, como frutas e verduras.</p>	<p>- Hipóteses:</p> <p>- Com 1 barra de 1 kg confeccionaremos 4 ovos;</p> <p>- 1 kg = 30 reais da marca Harald.</p>
Definição de variáveis	<p>- Para uma sala de 19 alunos e 1 professora = 20 pessoas.</p> <p>- 19 alunos + professora</p>	<p>Variáveis:</p> <p>- Índice de Massa Corporal das crianças (IMC);</p> <p>- Tabela nutricional dos alimentos (quantidade/porções)</p>	<p>- Variáveis:</p> <p>- Quantidade de barras;</p> <p>- Peso do ovo (unidade);</p> <p>- Quantidade de pessoas.</p>
Transição entre as linguagens real e matemática	<p>- Quem tem turma? Quem está trabalhando esse ano, que está com sala de aula? Eu estou com uma turma de 24 alunos do 1º ano.</p> <p>- Uma possibilidade seria pegar os dados do problema que o autor colocou e dividir por 20.</p>	<p>- E agora, com essas aulas remotas, o que a gente tem de mãe reclamando...nós temos uma criança do 4º ano, P2, que engordou 11kg, porque só fica em casa comendo.</p> <p>- Na escola onde eu trabalho, uma professora tem uma</p>	<p>- Eu penso que a gente tem que calcular em cima dos 150 e assim, vai ter possibilidade de variar.</p> <p>- Calcular todos em cima do 150, mesmo a gente sabendo que não vai ficar padronizado, porque não é uma fábrica, mas a gente</p>

	- A outra possibilidade seria nós decidirmos quantos gramas terá cada hambúrguer nosso e multiplicar por 20.	criança de 6 anos que engordou 9kg. Ela está desesperada. - Através de uma interdisciplinaridade, nós vamos introduzir a história 'Gabriel tem 99cm', porque essa história traz a medição e o peso. - Através do IMC, explicar pra eles o que é o índice de massa corporal e realizar o peso e a medição deles.	tenta padronizar, mesmo sabendo que vai ser um mais fino outro mais grosso.
Simplificações	- 1kg → 100g = 10 hamb	- Então, a gente vai medir as crianças e ir anotando tudo isso aí numa tabela.	- Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente [...].
Registros: uso de conceitos matemáticos	- Ingredientes 350g de acém+350g de patinho+250g de gordura (peito bovino) – total: 450g. - Receita= 950g de carne. $950g \div 100g = 9,5$ hambúrguer.	- Exemplo de como calcular o IMC: $IMC = 80 \text{ kg} \div (1,80 \text{ m} \times 1,80 \text{ m}) = 24,69 \text{ kg/m}^2$ (Peso ideal) - IMC é calculado dividindo o peso (em kg) pela altura ao quadrado (em metros).	- [...] aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. - Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.
Possibilidade de construir modelos genéricos	- Peso hamb x quant pessoas = quant carne.	- $IMC = \text{Peso} \div (\text{Altura} \times \text{Altura})$	- Não contemplado pelos professores.
Resposta para o problema	- Resposta: $100g \times 20 = 2000 \rightarrow 2\text{kg}$ de carne.	- O IMC é reconhecido como padrão internacional para avaliar o grau de sobrepeso e obesidade.	- Serão necessárias 6 barras de chocolate, aproximadamente, 180 reais.
Interpretação da resposta para o problema	- Para 19 alunos + professora precisamos de 2kg de carne.	- E aí, as crianças vão ver que, nem sempre o mais alto ou o mais magro, pesa menos. - Sim, e também, eu acho que isso vai levar eles a refletirem que ser magro não é significado de saúde. - Às vezes a pessoa é magra, mas ela é propensa a vários problemas, como o diabetes.	- Eu pensei dessa forma [...] 1 barra – 4 ovos aproximadamente, porque pode dar espessura de tamanho diferente, aí então 6 barras serão 24 ovos, 6 vezes 4, 24. Sabendo que cada barra, então custa R\$ 30,00, nós chegamos no valor que vai ser gasto.

**Fonte:** registro dos professores do grupo G2.

No Quadro 36, evidenciamos os procedimentos dos professores do grupo G2, identificados no desenvolvimento das atividades, nos três momentos de

familiarização, com base em Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005).

Ainda nesse mesmo Quadro, bem como na identificação dos procedimentos negritados dos professores, já observados na Figura 17 (p. 110), Figura 20 (p. 121) e Figura 23 (p. 129), identificamos que os professores realizaram o processo investigativo com as duas temáticas propostas pela professora-pesquisadora, *Hambúrguer Artesanal e Saúde na Pandemia*, bem como com a temática proposta por eles, sendo ambas inseridas em um contexto real. Na AT1, os procedimentos dos professores envolvem discussões e organização de informações sobre o problema. Na AT2, os professores ficaram incumbidos de elaborar o problema e solucioná-lo. Na AT4, os professores mobilizaram procedimentos que incorporam o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016), desde a escolha do tema de interesse *Ovos de Chocolate*, até a resposta final para o problema.

No Quadro 37, evidenciamos quais itens foram explicitados pelos professores do grupo G2, no planejamento da AT1, AT2 e AT4 para uso em sala de aula, relacionados aos itens do nosso quadro teórico.

**Quadro 37** – Itens do planejamento explicitado pelos professores do grupo G2 para o uso das atividades AT1, AT2 e AT4 em sala de aula

Itens do Planejamento Docente	Itens explicitados pelos professores no planejamento das atividades de modelagem matemática para uso em sala de aula		
	AT1	AT2	AT4
<b>Item 1 Tempo de duração das aulas</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 2 Delimitação dos objetivos educacionais em relação currículo</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 3 Definição de objetivos em relação à familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização abordado no desenvolvimento da atividade</b>	Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização	Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização	Atividade de modelagem matemática do primeiro momento de familiarização
<b>Item 4 Definição do tema da atividade a ser desenvolvida</b>	Definido pelos professores e conduzido com os alunos.	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores Ovos de Chocolate
<b>Item 5 Formulação de problemas</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores

	(Formulado pelos professores e encaminhado aos alunos para a investigação)		
<b>Item 6 Possíveis articulações com os conteúdos matemáticos do currículo</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 7 Estratégia para iniciar a aula com atividade de modelagem matemática</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 8 Pesquisa sobre o tema</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores.	Explicitado pelos professores
<b>Item 9 Procedimentos esperados, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, conforme o momento de familiarização com a atividade</b>	Explicitado pelos professores.	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 10 Auxílio de recursos didáticos-pedagógicos</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 11 Possíveis dificuldades</b>	Não explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores
<b>Item 12 Método Avaliativo</b>	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores	Explicitado pelos professores

Fonte: a autora (2021).

No Quadro 37, bem como no Quadro 23 (p. 111), Quadro 27 (p. 122) e Quadro 30 (p. 136), onde evidenciamos itens do planejamento dos professores, relacionados ao nosso quadro teórico, verificamos que: na AT1, os professores contemplam onze itens; na AT2 e na AT4, os professores contemplam doze itens indicados no planejamento do nosso quadro teórico. Aos procedimentos dos professores evidenciados no planejamento das atividades de modelagem matemática para uso no ensino de matemática nos anos iniciais, relacionamos a possibilidade da prática de ensinar usando a modelagem matemática, conforme sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016).

No Quadro 38, evidenciamos quais princípios indicados por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados são contemplados pelos procedimentos dos professores do grupo G2, durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática AT1, AT2 e AT4.

**Quadro 38** – Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática contemplados na AT1, AT2 e AT4, pelos procedimentos dos professores do grupo G2

Princípios para a configuração de atividades de modelagem matemática	Procedimentos dos professores do grupo G2 que contemplam os princípios		
	AT1	AT2	AT4
Princípio da realidade	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio do protótipo simples	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da construção do modelo	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da documentação do modelo	contemplam	contemplam	contemplam
Princípio da generalização do modelo	contemplam	contemplam	não contemplam
Princípio da autoavaliação	contemplam	contemplam	contemplam

**Fonte:** a autora (2021).

No Quadro 38 observamos que os procedimentos dos professores do grupo G2 contemplam cinco, dos seis princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) adaptados, não sendo contemplado, na AT4, o *princípio da generalização do modelo*.

Com base no Quadro 38, bem como diante da observação do Quadro 24 (p.114), Quadro 28 (p. 126) e Quadro 31 (p. 140), identificamos: mais procedimentos que contemplam o *princípio da realidade* nas três atividades; mais procedimentos que contemplam o *princípio da construção do modelo* na AT2 e AT4; mais procedimentos que contemplam o *princípio da documentação do modelo*, na AT1; identificamos procedimentos que contemplam o *princípio da generalização do modelo* na AT1 e na AT2; a identificação de procedimentos que contemplam o *princípio da autoavaliação* nas três atividades. Percebemos uma mobilização maior de procedimentos dos professores na AT2, acerca dos procedimentos referentes à problematização e ao levantamento de suposições, uma vez que, para essas situações-problema, eles tiveram que formular o problema a partir de uma situação da realidade proposta pela professora-pesquisadora.

Perguntamos aos professores, no questionário de autorreflexão, ‘*Como vejo a Modelagem Matemática, em relação ao início do Curso de Formação?*’. Podemos conferir suas respostas no Quadro 39.

**Quadro 39** – Respostas dos professores dos grupos G1 e G2 à questão 2 do questionário autorreflexivo

PROFESSOR	RESPOSTA
P1	A proposta de atividades foi com baixo grau de dificuldade, porém a execução da mesma por mim teve grande dificuldade de compreensão e resolução, o que foi modificado até o nosso último encontro.
P2	No início eu não estava entendendo muito bem, por que eu nunca tinha visto falar em modelagem matemática, aos poucos fui compreendendo e acho que seja uma excelente proposta de trabalho para o professor desenvolver em sala de aula com as crianças.
P3	No início do curso, não sabia do que se tratava esse termo, porém com as atividades que foram sendo propostas percebi que é uma forma de ensinar Matemática partindo de situações reais e que fazem parte do dia a dia da criança, expondo problemas que podem aparecer realmente na vida dela e leva a uma reflexão, formulação de hipóteses que vão moldando o pensamento do aluno para o uso de conceitos matemáticos. Acredito que assim a criança passa a ter um raciocínio matemático de forma espontânea e divertida.
P4	Vejo que preciso de oportunidade de participar de mais cursos como esse, pois aprendi muito. Eu não tinha noção nenhuma e sempre tive dificuldades com Matemática.
P5	No começo foi difícil para compreender.

**Fonte:** respostas dos professores do grupo G1 e G2 à questionários previamente estruturados.

No Quadro 39, as respostas descritas indicam que os professores P2, P3 e P4 não conheciam a modelagem matemática. Os professores P1, P2 e P5 apresentaram dificuldades no trabalho com a modelagem matemática, no início do curso de formação. Os professores P2, P3 e P4 não conheciam modelagem matemática e o professor P3 sabia o significado do termo ‘modelagem matemática’. Porém, a resposta do professor P1 indica que ele percebeu uma modificação dessa dificuldade, no decorrer dos encontros.

No Quadro 40, apontamos os procedimentos negritados dos professores dos grupos G1 e G2, identificados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, evidenciados no primeiro, segundo e terceiro momento de familiarização, descritos por Almeida e Dias (2004), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e Dias (2005).

**Quadro 40** – Procedimentos dos professores dos grupos G1 e G2 evidenciados no primeiro momento, segundo momento e terceiro momento

Procedimentos identificados em atividades de modelagem matemática de acordo com a literatura	Primeiro Momento	Segundo Momento	Terceiro Momento	
<b>Organização e obtenção dos dados</b>	Escolha do tema	Professora-pesquisadora	Professora-pesquisadora	<b>Sim</b>
	Coleta e apresentação de dados	Professora-pesquisadora	Professora-pesquisadora	<b>Sim</b>
<b>Elaboração de diferentes problemas</b>	Formulação do problema	Professora-pesquisadora	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>

	Simplificações	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
<b>Estruturação do problema matemático</b>	Formulação de hipóteses	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
	Definição de variáveis	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
	Transição entre as linguagens real e matemática	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
<b>Resolução da situação-problema</b>	Simplificações	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
	Registros: uso de conceitos matemáticos	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
	Possibilidade de construir modelos genéricos	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
<b>Interpretação da resposta para a situação-problema</b>	Resposta para o problema	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>
	Interpretação da resposta para o problema	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>	<b>Sim</b>

**Fonte:** a autora (2021).

No Quadro 40, identificamos no desenvolvimento da atividade de primeiro momento, a mobilização, por parte dos professores, dos procedimentos: *Simplificações (referente à problematização); Formulação de hipóteses; Definição de variáveis; Transição entre as linguagens real e matemática; Simplificações (referentes à resolução do problema); Registros: uso de conceitos e procedimentos matemáticos; Possibilidade de construir modelos genéricos; Resposta para o problema; Interpretação da resposta para o problema.*

Na atividade de segundo momento de familiarização, os professores realizaram todos os procedimentos evidenciados na atividade de primeiro momento e também o procedimento de *Formulação do problema*. Nas atividades de terceiro momento, os professores realizaram todos os procedimentos elencados na atividade de segundo momento (exceto o grupo G2, que não apresentou em seus registros, a possibilidade de construção de modelos genéricos) e ainda, os de *Escolha do tema e Coleta e apresentação dos dados*.

Entendemos que a modelagem matemática se configurou como um caminho de estímulo, que envolveu os professores e possivelmente pode envolver os alunos dos anos iniciais, oportunizando a aprendizagem de conceitos matemáticos, fator importante indicado por Vertuan (2007), além de proporcionar a ampliação do

repertório dos alunos em relação aos conhecimentos técnicos e matemáticos, como indicam Luna e Alves (2007).

Com referência ao planejamento docente com atividades de modelagem matemática para o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, perguntamos aos professores *‘Em quais aspectos do planejamento docente com modelagem matemática tive mais dificuldade?’* e *‘Em quais aspectos do planejamento docente com modelagem matemática tive mais facilidade?’* Podemos conferir suas respostas no Quadro 41.

**Quadro 41** – Respostas dos professores do grupo G1 às questões 3 e 4 do questionário autorreflexivo

PROFESSOR	RESPOSTA
P1	Em diferenciar variáveis e hipóteses. Em introduzir e apresentar a relação da matemática com o tema escolhido.
P2	Hipóteses; problema; validação; tema. Em elaborar as tarefas propostas às crianças.
P3	Tive dificuldade de compreender o que se enquadrava em hipóteses e em variáveis. Buscar um tema de relevância para a turma.
P4	No momento da elaboração de hipóteses. No final do curso foi ficando mais claro pra mim. Nos conteúdos abordados, no desenvolvimento também.
P5	Em entender alguns itens como: problemática, hipóteses e montar o exercício em geral. Após entender como a modelagem matemática se faz presente no nosso dia a dia e a maneira como podemos ensinar para nossos alunos.

**Fonte:** respostas dos professores do grupo G1.

Sobre o Quadro 41, podemos perceber que em suas respostas, todos os professores, inicialmente, mencionaram dificuldades referentes à formulação de hipóteses. Os professores P1 e P3 apresentaram dificuldades quanto ao termo variáveis. Já, os professores P1 e P3 apresentaram mais facilidade em relacionar a Matemática com um tema da realidade. O professor P2 se sentiu mais confortável em pensar nos alunos durante o desenvolvimento das atividades e o professor P5, esclarece que, após um certo entendimento acerca da presença da modelagem matemática no dia a dia teve mais facilidade com o planejamento de atividades dessa natureza.

Luna e Santiago (2007) sinalizaram acerca dessas dificuldades que professores podem apresentar acerca da organização do ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental, a partir de situações reais. Já Luna, Santiago e Andrade (2013) sinalizam a importância da potencialização de professores em espaço de formação, que podem ser, possivelmente, criados em ambiente escolar. Nesse

contexto, evidenciamos a indicação de Gomes (2018) que considera relevante a inserção de professores, em particular os polivalentes, em contextos de formação, possibilitando que os mesmos possam assumir práticas pedagógicas favoráveis ao uso da modelagem matemática em suas aulas.

Com referência aos princípios desenvolvidos por Lesh, Amit e Shorr (1997), a partir de dados coletados empiricamente, os autores apresentam orientações para a elaboração de atividades oriundas de situações reais, ditas atividades eliciadora de modelos, desenvolvidas por meio de procedimentos incorporados à modelagem matemática:

A atividade problemática descrita neste capítulo foi projetada de acordo com os seis princípios seguintes, a fim de criar a necessidade de os alunos construir, refinar e estender modelos matemáticos significativos. Esses seis princípios foram desenvolvidos por professores especialistas, juntamente com educadores e pesquisadores de matemática [...]. Embora esses princípios pareçam ser um pouco como "senso comum", descobrimos que muitos deles tendem a ser violados por praticamente todos os problemas que vimos em grandes livros didáticos e testes. Portanto, em certo sentido, são bastante radicais (LESH; AMIT; SHORR, 1997, p. 2, tradução nossa).<sup>5</sup>

Os autores sinalizam a importância de possibilitar aos alunos, a resolução de atividades que suscitam modelos, possibilitando a autoavaliação e o monitoramento do seu trabalho, podendo percorrer diversos caminhos para solucionar o problema e obter diferentes respostas para os mesmos. Esses procedimentos levam os alunos à possibilidade de construção, modificação e refinamento de modelos (LESH; AMIT; SHORR, 1997).

Nessa pesquisa, não trabalhamos com a criação de atividades eliciadoras de modelos, no entanto, nos baseamos nos princípios para avaliar se os mesmos foram contemplados pelos professores, quando desenvolveram atividades que usam problemas da vida real, no intuito de preservar características da natureza

---

<sup>5</sup> The problem activity described in this chapter was designed according to the following six principles, in order to create the need for students to construct, refine, and extend significant mathematical models. These six principles were developed by expert teachers along with mathematics educators and researchers. While these principles might appear to be rather like "common sense," we have found that many of them tend to be violated by virtually every problem that we have seen in major textbooks and tests. Therefore, in some sense, they are quite radical.

de atividades de modelagem matemática propostas no curso de formação, desenvolvidas e planejadas para o uso nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em relação à formação, acerca de como os professores desenvolvem atividades de modelagem matemática e as planejam, com vistas a atender ao objetivo dessa pesquisa, identificamos (negritando) e analisamos os procedimentos mobilizados pelos professores dos grupos G1 e G2, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, relacionando-os aos elementos teóricos das fases do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016) e aos princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997).

Evidenciamos, por meio do nosso trabalho analítico, com base nos procedimentos dos professores relacionados aos princípios, a viabilidade das atividades desenvolvidas pelos professores e planejadas para serem usadas no ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois se configuram como atividades da natureza de atividades de modelagem matemática, sob a ótica de Lesh, Amit e Shorr (1997) e conforme as concepções de Almeida, Silva e Vertuan (2016) acerca da prática de “fazer modelagem”.

Cientes da importância da formação em modelagem matemática, indicamos a possibilidade do uso das atividades desenvolvidas pelos professores no ensino de matemática nos anos iniciais, evidenciando o uso da modelagem matemática no ensino, como forma de possibilitar a mobilização de conceitos e procedimentos matemáticos por parte dos alunos, por meio da interação com situações da realidade, a fim de que esses estudantes estabeleçam a relação entre a matemática com uma situação real dada, como indicam Pinto e Araújo (2021).

Nesse contexto, apresentamos como proposta o uso do Produto Educacional associado à essa dissertação, intitulado ‘Atividades de modelagem matemática nos anos iniciais: um caderno de atividades’.

Com referência ao currículo, podemos abordá-lo por meio da modelagem matemática, ao passo que, com base em Burak (2019), no decorrer do desenvolvimento das atividades dessa natureza, o conteúdo matemático trabalhado é determinado pelas questões levantadas, diferente do ocorrido no ensino usual. Destacamos que, como a abordagem dos conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve respeitar às prescrições de Brasil (2017), Base Nacional

Comum Curricular (BNCC), podemos relacionar os conceitos matemáticos suscitados no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com as indicações dos documentos oficiais.

Entendemos que o objetivo da pesquisa foi respondido, na descrição das atividades, por meio da identificação dos procedimentos negritados dos professores no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, relacionados aos elementos teóricos das fases do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016) e aos princípios adaptados de Lesh, Amit e Shorr (1997). E ainda, estabelecemos relações entre os procedimentos que compõem os itens de planejamento elaborados pelos professores e os elementos do planejamento do nosso quadro teórico (Quadro 4, p. 54).

Relacionamos esses procedimentos à manifestação do conhecimento teórico adquirido no curso de formação e à incorporação de especificidades da modelagem matemática, com base na proposta de Almeida, Silva e Vertuan (2016) de *aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando* a modelagem matemática, evidenciando, na sequência, aspectos da formação em modelagem matemática, dos professores dos anos iniciais que participaram do curso, uma vez que os professores realizaram as seguintes ações:

- *Organizaram e obtiveram dados – escolheram tema; coletaram e apresentaram dados.*
- *Elaboraram diferentes problemas – formularam problemas; fizeram simplificações.*
- *Estruturaram os problemas matemáticos – formularam hipóteses; definiram variáveis; fizeram a transição entre as linguagens real e matemática.*
- *Resolveram as situações-problema – fizeram simplificações; registraram o uso de conceitos matemáticos; apresentaram a possibilidade de construção de modelos genéricos.*
- *Interpretaram a resposta para a situação-problema – responderam os problemas; interpretaram as respostas para os problemas.*

Diante do exposto, seguimos às considerações finais, resgatamos o objetivo da pesquisa, descrevemos as reconfigurações que se fizeram necessárias, bem como apresentamos indicações que possibilitam pesquisas futuras.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do objetivo da nossa pesquisa de identificar os procedimentos de professores dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e no planejamento docente com modelagem matemática, realizamos a pesquisa teórica, que possibilitou a formação do corpus para a composição do referencial teórico que utilizamos para compilar essa dissertação.

Para tal objetivo, desenvolvemos a pesquisa empírica, um curso de formação em modelagem matemática, direcionado a professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, cujas aulas aconteceram de modo remoto, devido ao contexto de pandemia.

A pesquisa empírica nos forneceu registros escritos e gravação em vídeo e áudio, por meio dos quais pudemos realizar a descrição e a análise qualitativa dos dados, no intuito de atender aos objetivos específicos que propusemos para essa pesquisa. Dez foram os professores que participaram da pesquisa empírica e finalizaram o curso, no entanto, cinco contemplam os sujeitos investigados nessa pesquisa.

Nossa pesquisa evidencia que, mediante a introdução gradativa de atividades de modelagem matemática, seguindo a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005), após participar da formação em modelagem matemática organizada de modo a *aprender sobre e aprender por meio* da modelagem matemática, professores dos anos iniciais que, inicialmente não apresentavam familiaridade com a modelagem, desenvolveram, com êxito, atividades dessa natureza, como podemos verificar mediante identificação dos procedimentos realizados pelos professores, negritados na descrição das atividades.

Algo que nos despertou a atenção foi o fato de que quando os professores pensam sobre essas atividades de modelagem matemática eles sempre levam em consideração seus alunos, levantando discussões acerca de como esses alunos desenvolveriam a atividade, inclusive, ressaltando particularidades da realidade das crianças.

Embora os professores estivessem atuando no papel de 'aluno', identificamos a indissociabilidade com o papel de 'professor dos anos iniciais'. Nesse

sentido, os procedimentos dos professores no desenvolvimento das atividades estão relacionados à sua prática docente. Verificamos, ainda, em alguns excertos, que os professores fazem referência à formação em modelagem matemática que estavam recebendo, no tocante aos recursos utilizados pela professora-pesquisadora para introduzir a situação-problema em estudo.

Verificamos, na literatura, que essa dinâmica dos professores, em não dissociar o 'papal de aluno' do 'papal de professor', já foi observada por Luna (2012):

[...] observei que os professores sempre relacionavam as ideias aprendidas sobre modelagem, na formação, com o seu contexto escolar, com os seus alunos, demarcando o que era viável ou não em suas respectivas salas de aula (LUNA, 2012, p. 18).

Entendemos que, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, não existe dicotomia entre os professores atuarem como alunos ou como professores, pois eles sempre mobilizam o papal de professor dos anos iniciais.

Assim, os professores vivenciaram experiências em dois campos de atuação: como aluno, e como professor:

[...] a experiência de modelagem como aluno, que implica o desenvolvimento e a crítica de diversas atividades dessa natureza; e a experiência de modelagem como professor, a qual demanda a discussão sobre o papal do docente durante o desenvolvimento da modelagem com os seus alunos (LUNA, 2012, p. 23).

Nesse sentido, conforme menciona Luna (2012), evidenciamos, que os professores participantes da pesquisa empírica, relacionaram suas experiências com a modelagem matemática em espaço de formação, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática; e estabeleceram relação com sua prática na elaboração do planejamento docente para o uso dessas atividades em sala de aula, mobilizando, o *ensinar usando* modelagem matemática.

Portanto, os professores puderam vivenciar experiências teóricas, aprendo sobre modelagem matemática, experiências práticas, desenvolvendo atividades de modelagem matemática e elaborando o planejamento dessas atividades para uso em sala de aula, o que nos possibilita indicar a ocorrência da formação dos professores em modelagem matemática', a partir da perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016), Almeida e Dias (2004) e Dias (2005).

Os princípios de Lesh, Amit e Shorr (1997), nos auxiliaram na avaliação das atividades desenvolvidas pelos professores e planejadas para serem usadas em sala de aula dos anos iniciais, no sentido de que pudemos identificar o uso desses princípios nos procedimentos realizados pelos professores, que, no desenvolvimento das atividades, interpretaram e reinterpretaram dados, traçaram estratégias e diferentes caminhos de solução para as situações-problema. Evidenciamos a viabilidade das atividades desenvolvidas pelos professores em relação à natureza de atividades de modelagem matemática e podemos verificar, no desenvolvimento das atividades, maior ocorrência dos procedimentos relacionados ao *princípios da realidade*, *princípio da construção do modelo* e *princípio da documentação do modelo*, *princípio da autoavaliação*, que incorporam especificidades do planejamento com atividades de modelagem matemática, como abordamos em nosso quadro teórico, em comparação aos demais princípios.

Consideramos que essas atividades desenvolvidas pelos professores, podem ser úteis para o desenvolvimento em outros contextos educacionais, por professores dos anos iniciais que se mostrem interessados em aprimorar a sua prática docente e desenvolver atividades de modelagem articuladas ao planejamento docente com modelagem matemática, para serem desenvolvidas em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Diante da pandemia provocada pelo covid-19, foram necessárias algumas reconfigurações em nossa pesquisa: o público alvo da pesquisa empírica, que inicialmente eram alunos, foi modificado por professores; o contexto de aplicação do produto educacional integrado à essa dissertação, inicialmente era presencial e foi modificado por modo remoto, via Google Meet; a necessidade de diferentes leituras acerca do referencial teórico sobre formação de professores e planejamento de atividades de modelagem matemática. Houve ainda, a necessidade de implementarmos essas reconfigurações em nosso projeto, que foi submetido e aprovado pela Plataforma Brasil.

No que tange a pesquisas futuras, indicamos investigações acerca: dos procedimentos realizados por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e como essa prática colabora na formação de professores na ação de *ensinar usando* a modelagem

matemática, que compõe a tríade indicada por Almeida, Silva e Vertuan (2016); da relação entre planejamento e a efetivação das percepções dos docentes, na elaboração de planejamento de atividades de modelagem matemática para o uso em sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental; do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática *on-line*.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; BRITO, D. dos S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência e Educação (UNESP)**, 11, 1-16, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed., 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2016.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E. Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: a linguagem de alunos como foco de análise. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**. v. 7, n. 1, 2014.

ALVES, L. C. dos S. D. **A perspectiva da criança em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais**. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2018. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1a4zuFrL3XAcQwhyu09MGJzbsvCEtsHUN/view>. Acesso em: 20 jan. 2020.

ANDRADE, M. G.; FERNANDEZ, C. **Planejamento e Plano de Ensino de Química para o Ensino Médio: concepções e práticas de professores em formação contínua**. XIV Encontro Nacional de Ensino de Química – ENEQ. In: Anais do XIV Encontro Nacional de Ensino de Química. Curitiba-PR: 2008. Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=eneq&cod=planejamentoeplanodeensj>. Acesso em: jan. 2021.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-11.

BASSANEZI, R. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3ª. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BÍBLIA. Português. **Bíblia Sagrada**. Tradução por João Ferreira de Almeida. Barueri-SP: Sociedade Bíblica do Brasil, 2008. 1664p.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n. 2, Julho 2009. 7-32.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5ª reimpressão. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia

dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994. Tradução de: Qualitative Research for Education: an introduction to theory and methods.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm). Acesso em: 04 mai. 2020.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: mar. 2019.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

\_\_\_\_\_. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 96-111, 24 abr. 2019.

BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de C&T**, v.8, n. 1, jan./abr.2015.

BUTCKE, D. A. P. CARVALHO, M. E. R. F. TORTOLA, E. Descobrimo o Número do Calçado a Luz da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2014, Curitiba. **Anais...** Paraná: UTFPR, 2014. p. 1-15.

CASTRO, P. A. P. P. de., TUCUNDUVA, C. C., ARNS, E. M. A importância do planejamento das aulas para organização do trabalho do professor em sua prática docente. **Athena** - Revista Científica de Educação, v. 10, n. 10, jan./jun. 2008.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica. **Educação Matemática em Revista**, 2015.

DIAS, M. R. **Uma Experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores**. 2005. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

FERREIRA, P. E. A.; SILVA, K. A. P. da. Modelagem Matemática e uma Proposta de Trajetória Hipotética de Aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1233-

1254, Dec. 2019. Disponível em:

[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2019000301233&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2019000301233&lng=en&nrm=iso). Acesso em: out. 2020.

FERRUZZI, E. C.; VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Possibilidades de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática em diferentes níveis de escolaridade. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM**, 10, 2010, Salvador. Anais... Salvador - BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. v. 1. p. 1-11.

GOMES, J. C. S. P. **Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 205 p. Dissertação – Exame de qualificação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018. Disponível em: [https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3901/1/LD\\_PPGMAT\\_M\\_Gomes%2C%20Joice%20Caroline%20Sander%20Pierobon\\_2018.pdf](https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3901/1/LD_PPGMAT_M_Gomes%2C%20Joice%20Caroline%20Sander%20Pierobon_2018.pdf). Acesso em: mar. 2020.

GOULART, E.; NEUMANN, S.; QUARTIERI, M. Formação continuada e modelagem matemática: contribuições para a melhoria no ensino de matemática / Continued Training and Mathematical Modeling: Contributions to Improve the Teaching of Mathematics. Revista Areté | **Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, [S.l.], v. 9, n. 18, p. 72-85, maio 2017. Disponível em: <http://periodicos.uea.edu.br/index.php/arete/article/view/198>. Acesso em: 31 out. 2020.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. A Aprendizagem dos Números Racionais com Compreensão Envolvendo um Processo de Modelação Emergente. **Bolema [online]**. 2017, vol.31, n.57, p.181-201.

It Burger. Disponível em: <https://itburger.com.br/blog/historia-do-hamburguer/>. Acesso em: jun. 2020.

JOCOSKI, J.; KOWALEK, R. M.; VELEDA, G. G. Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino Fundamental: um estudo sobre as pesquisas em sala de Aula. **VII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática**, Cascavel, p. 1-14, 2018. Disponível em: [http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII\\_EPMEM/paper/view/File/748/382](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/view/File/748/382). Acesso em: 6 out. 2021.

KAMINSKI, M. BOSCARIOLI, C. (2018). Criação de jogos digitais na perspectiva de introdução à Modelagem Matemática nos anos iniciais. **Revista Thema**. 15. 1538-1545. 10.15536/thema.15.2018.1538-1548.1060.

KAVIATKOVSKI, M. A. de C. **A modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012. Disponível em: <http://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1333>. Acesso em: 20 jan. 2020.

LESH, R.; AMIT, M.; SHORR, R. Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In: GAL, I.; GARFIELD, J. (Ed.). **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdam: The International Statistical Institute, 1997. p. 65-83.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LUNA, A. V. A. **A modelagem matemática na formação continuada e a recontextualização pedagógica desse ambiente em salas de aula**. 2012. 184f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física/Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

LUNA, A.V.A. Modelagem Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso no 1º ciclo. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACION MATEMATICA, 12, Santiago de Querétaro. **Anais...** Santiago de Querétaro: Comitê Interamericano de Educación Matemática, 2007. 1 CDROM.

LUNA, A.V.A.; ALVES, J. Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In.:CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Ouro preto, 2007. 1 CDROM.

LUNA, A. V. D. A.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os textos produzidos em um programa de formação continuada. **Zetetiké – fe/unicamp & feuff**, v. 23, n. 44, jul/dez 2015.

LUNA, A.V.A.; SANTIAGO, A.R.C.M. Modelagem Matemática: um estudo sobre a mudança dos planos de telefonia. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CD-ROM.

LUNA, A.V. A.; SANTIAGO, A. R. C. M.; ANDRADE, M. C. A organização e o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por professores polivalentes In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 8., 2013, Rio Grande do Sul. **Anais...** Santa Maria, 2013. 1 CD-ROM.

LUNA, A.V.A.; SANTIAGO, A.R.C.M. Modelagem Matemática: um estudo sobre a mudança dos planos de telefonia. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CD-ROM.

LUNA, A.V.A; SOUZA, E.G; LIMA, L.B.S; Textos sobre Matemática em uma Prática Pedagógica no Ambiente de Modelagem nos Anos Iniciais. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais...** Rio de Janeiro: UFPE, 2012. p. 1-21.

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. Alexandria. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

LUCKESI, C. C. **Planejamento e Avaliação na Escola**: articulação e necessária determinação ideológica. Artigo da Série Ideias, n. 15. São Paulo: FDE, 1992. p.115-125.

MACHADO, S. R. C. **Percepções da modelagem matemática nos anos iniciais**. 2010. 150 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/93484>. Acesso em: jan. 2020.

MADRUGA, Z.; BREDA, A. Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 3, n. 1, p. 67-81, 22 jul. 2017.

MAGNUS, M. C. M.; CALDEIRA, A. D.; DUARTE, C. G. Problematizando Enunciados no Discurso da Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1052- 1069, dez 2016. ISSN 1980-4415.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem**. 2008. 187 f. Tese (Doutorado)– Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MALHEIROS, A. P. D. S. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Revista do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)**, v. 9, n. 21, 2016. ISSN 2359-2842.

MAVUNGO, F. A. **Estratégias metodológicas utilizadas pelos professores de biologia no âmbito do trabalho independente**. Um estudo na Escola do I Ciclo de Cabassango (Universidade Federal de Minas Gerais). 2014. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

MENDONÇA, A. F.; BORGES NETO, Hermínio. **Uso de recursos didáticos em atividades de Modelagem Matemática: uma análise de relatos de experiência**. Educação Matemática Debate, Montes Claros (MG), Brasil. v. 4, e202026, p. 1-24, 2020. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/342826679\\_Uso\\_de\\_recursos\\_didaticos\\_e\\_m\\_atividades\\_de\\_Modelagem\\_Matematica\\_uma\\_analise\\_de\\_relatos\\_de\\_experiencia](https://www.researchgate.net/publication/342826679_Uso_de_recursos_didaticos_e_m_atividades_de_Modelagem_Matematica_uma_analise_de_relatos_de_experiencia). Acesso em: out. 2020.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. **Planejamento de atividades de Modelagem Matemática: um caminho possível**. Em Teia, Recife, v. 6, n. 1, p. 1-24, 2015.

Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2262>. Acesso em: out. 2020.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Reflexões sobre a ação pedagógica no desenvolvimento da modelagem matemática. **Zetetike**, v. 25, n. 2, p. 305-323, 31 ago. 2017.

MENEGOLLA, M.; SANT'ANNA, I. M. **Por que planejar? Como planejar?: currículo, área, aula**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

MEYER, J. F. **Modelagem Matemática: O desafio de se 'fazer' a Matemática da necessidade.... Com a Palavra, o Professor**, v. 5, n. 11, p. 140-149, 29 abr. 2020.

NUNOMURA, A. R. T.; PIEROBON; J. C. S., SILVA, K. A. P da. Vivenciando o planejamento de uma atividade de modelagem matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPMEM, 8, 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: UNIOESTE, 2018. Disponível em: [http://sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII\\_EPMEM/paper/viewFile/764/362](http://sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/764/362). Acesso em: out. 2020.

OLIVEIRA, M. A. P. de. **Análise de uma experiência de formação continuada em matemática com professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação) —Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões. **Rev. bras. Estud. pedagog**, Brasília, v. 98, n. 249, p. 503-521, maio/ago 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.2630>.

OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. Avaliação em atividades de Modelagem Matemática na Educação Matemática: o que dizem os professores? **Acta Scientiae**, Canoas, 19, n. 1, Jan-Fev 2017. 49-69.

OLIVEIRA, V. A. B. SOARES, F. L. A Modelagem na Construção dos Conceitos Matemáticos Através da Cultura do Milho na Cidade de Catingueira-Pb. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Paraíba: UEPB, 2013.p. 1-10.

PALMA, R. M. **Manifestações da criatividade em modelagem matemática nos anos iniciais**. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4700>; Acesso em: 20 jan. 2020.

PINTO, T.; ARAÚJO, J. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-25, 1 mar. 2021.

PINTO, T. F.; LIMA, F. H.; OLIVEIRA, R. R. de M.; ORTIZ, G. M. Entre planejar e executar atividades de modelagem: as contribuições em um grupo colaborativo. **XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**, Belo Horizonte, p. 1-13, 2019. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/876/987>. Acesso em: mar. 2021.

RIBEIRO, R. M.. **Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2016. 263 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/7871/TeseRMR.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: out. 2020.

RICCI, S. R. **Programa de Pró-letramento em Matemática: reflexões sobre concepções, crenças e a prática de resolução de problemas de uma professora**. 2013. 93 f. Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013. Disponível em [https://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/Versao\\_Final\\_C\\_Hiperlink.pdf](https://mestrado.prpg.ufg.br/up/97/o/Versao_Final_C_Hiperlink.pdf). Acesso em: 27 jan. 2020.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA OPORTUNIDADE PARA O EXERCÍCIO DA REFLEXIVIDADE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. **Educere et Educare Revista de Educação**, Cascavel, v. Vol. 9 Número especial, p. 589 - 603, jul/dez 2014. ISSN 1809-5208.

ROSA, F. M. C.; ZAMPIERI, M. T.; MALHEIROS, A. P. S. Uma Vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores de Matemática: Algumas Compreensões. **Educação Matemática em Revista**, v. 46, p. 72-81, 2015.

RONCHETTI, W. A. **Os registros de representação semiótica na aprendizagem das grandezas massa e comprimento por meio de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica**. 2018. 131 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Vitória, 2018. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=6406820](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6406820). Acesso em: 21 jan. 2020.

SANTOS, E. & FREIRE, L. (2017). Planejamento e aprendizagem docente durante o estágio curricular supervisionado. **ACTIO: Docência em Ciências**. 2. 263. 10.3895/actio.v2n1.6767.

SHELLER, M.; BONOTTO, D. B., MARIA. (2015). **Formação Continuada e Modelagem Matemática: Percepções de Professores**. 46. 16-24.

SILVA, A. J. da. **A Modelagem Matemática na prática docente do Ensino Fundamental**. 2014. 216 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, Centro de Ciências e Tecnologia. Campina Grande, 2014. Disponível em: <http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/dissertacoes-e-teses-teste/>. Acesso em: 22 jan. 2020.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SILVA M. V. da; MARTENS, A. S. Práticas de modelagem matemática nos anos iniciais: uma metapesquisa. **VII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática**, Cascavel, p. 1-15, 2018. Disponível em: [http://sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII\\_EPMEM/paper/viewFile/795/401](http://sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/795/401). Acesso em: jan. 2020.

SILVA, L. A. da; OLIVEIRA, A. M. P. de. **As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática**. *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1071-1101, ago. 2012. Disponível em [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2012000300014&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300014&lng=pt&nrm=iso). Acesso em: out. 2020.

SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D.. Atividades de Modelagem Matemática: diferentes abordagens para diferentes níveis de escolaridade. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPMEM, 4, 2010, Maringá. **Anais...** Maringá: UEM, 2010. v. 1. p. 1-11.

SOUSA, B.; ALMEIDA, L. Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-28, 1 mar. 2021.

SOUZA, E. G. **A aprendizagem matemática na modelagem matemática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. de A.; LIMA; L. B. de S. O papel do professor dos anos iniciais na produção dos discursos das crianças em atividades de modelagem matemática. **GEPEM**, n. 64, p. 34-45, jan./jun. 2014.

SOUSA, B.; TORTOLA, E. **Modelos Matemáticos em Atividades de Modelagem Matemática: considerações a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein**. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 12, n. 2, p. 1-25, 1 mar. 2021.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VERTUAN, R. E. **Um Olhar Sobre a Modelagem Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2007.

## APÊNDICES



## APÊNDICE 1

# Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ

08.885.100/0001-54

Campus de Cornélio Procópio.




---

### TCLE (pesquisa com maiores)

Pesquisadora Responsável: Kelly Cristina Correia Pfahl

Endereço: Rua Antônio Guimarães nº 163, Cornélio Procópio-PR - CEP: 86300-000

Fone: (43) 998440887 E-mail: [kellypfahl@uenp.edu.br](mailto:kellypfahl@uenp.edu.br)

Comitê de Ética (CEP/UENP, Rod. BR 369, Km 54 - Bandeirantes-PR, CEP 86360-000, Caixa Postal 261, Fone (43)3542-8056, e-mail: [cep@uenp.edu.br](mailto:cep@uenp.edu.br)), funcionamento de segunda a sexta-feira das 7h30min às 12h e das 13h30min às 17h.

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Este é um convite especial para você participar voluntariamente da pesquisa OFICINA FORMATIVA “**Modelagem matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente**”. Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dar seu consentimento. Qualquer dúvida sobre o estudo ou sobre este documento entre em contato diretamente com o pesquisador responsável. A via que o participante receberá estará devidamente assinada por ambas as partes.

#### OBJETIVO E BENEFÍCIOS DO ESTUDO

Pretendemos, com esta pesquisa, investigar o letramento de professores dos anos iniciais do ensino fundamental em modelagem matemática. Por meio desta pesquisa você poderá participar do desenvolvimento de um produto educacional – um Caderno de Atividades de Modelagem Matemática, compilado por meio de um curso de formação continuada denominado “**OFICINA FORMATIVA - “Modelagem matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente**” que contempla o delineamento de atividades de Modelagem Matemática com orientações para os professores dos anos iniciais desenvolverem posteriormente com seus alunos, em sala de aula. A aplicação do produto educacional será realizada com professores que atuam nos anos iniciais, cuja oficina será desenvolvida de modo remoto (via Google Meet), com carga horária de 20 horas/aula, contemplando atividades síncronas.

#### PROCEDIMENTOS/METODOLOGIA

Sua participação é muito importante e ela se daria em uma ou mais das seguintes formas: encontros remotos via Google Meet, gravados em vídeo e/ou áudio, realização e registro de notas de campo, preenchimento de formulários e/ou questionários, fotos, etc.

Na divulgação da pesquisa, poderemos usar algum texto ou atividade desenvolvida em sala de aula remota, mas, de forma alguma, iremos identificá-lo. Usaremos nomes fictícios e/ou códigos para substituir a assinatura dos participantes. No caso de usarmos suas produções escritas em nossa pesquisa, iremos digitá-las para que a sua letra não seja reconhecida. Não daremos a estranhos as informações coletadas na oficina formativa e/ou nos encontros remotos.

---

Participante

---

Pesquisadora: Kelly Cristina Correia Pfahl

## DESPESAS/ RESSARCIMENTO DE DESPESAS DO VOLUNTÁRIO

Todos os participantes envolvidos nesta pesquisa são isentos de custos.

## PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA

Sua participação é **voluntária** e você terá plena e total liberdade para desistir do estudo a qualquer momento, sem que isso acarrete qualquer prejuízo.

## GARANTIA DE SIGILO E PRIVACIDADE

A pesquisa será realizada sob as seguintes instruções: Art. 19 - §2º da Resolução 510/2016, que prevê ao participante o direito a buscar assistência e/ou indenização, caso o mesmo venha a sofrer qualquer tipo de dano decorrente de sua participação na referida pesquisa; IV3 -h) da Resolução 466/2012 (CNS), que prevê ao participante a garantia de indenização diante de eventuais danos provenientes da pesquisa; visando, também, a ponderação entre riscos e benefícios, tanto conhecidos como potenciais, individuais ou coletivos, comprometendo-se com o máximo de benefícios e o mínimo de danos e riscos;

No caso dessa pesquisa, os riscos são mínimos, pois os participantes são maiores de idade e serão orientados a não utilizarem os celulares particulares para a gravação, evitando, assim, vazamento das informações.

As informações relacionadas ao estudo são confidenciais e qualquer informação divulgada em relatório ou publicação será feita sob forma codificada (nome fictício), para que a confidencialidade seja mantida. O pesquisador garante que seu nome não será divulgado sob hipótese alguma.

## ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Este TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO foi elaborado conforme instruções da Resolução 196/96 do Conselho Nacional de Saúde (CNS), que regulamenta a pesquisa em seres humanos no país. Atendendo aos seguintes princípios:

- autonomia (respeito à dignidade da pessoa humana);
- beneficência (máximo de benefícios e mínimo de riscos e danos);
- não maleficência (danos preveníveis serão evitados);
- justiça e equidade (relevância social da pesquisa e garantias iguais aos participantes da mesma).

Você pode fazer todas as perguntas que julgar necessárias durante e após o estudo.

A oficina será realizada em ambiente virtual, portanto o TCLE será encaminhado de forma on-line a cada participante, sendo necessário que, ao receber, o participante salve uma cópia do arquivo deste Termo, no caso do aceite da participação. Será encaminhada, também, a cada participante uma via assinada e rubricada desse documento, que deverá ser devidamente assinada por ambas as partes.

Caso o participante tenha dúvidas ou denúncias cunho ético a respeito desse estudo, pode procurar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) UENP- Universidade Estadual do Norte do Paraná - Campus Luiz Meneghel de Bandeirantes, Rod. BR 369, Km 54 – Vila Maria, Bandeirantes-PR, CEP 86360-000, Caixa Postal 261, Fone (43)3542-8056, e-mail: cep@uenp.edu.br, funcionamento de segunda a sexta-feira das 7h30min às 12h e das 13h30min às 17h.

Diante do exposto eu, \_\_\_\_\_, portador (a) do RG nº: \_\_\_\_\_ declaro que recebi uma via do termo, li e concordo em participar da pesquisa em questão.

Cornélio Procópio, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

\_\_\_\_\_  
Participante

\_\_\_\_\_  
Pesquisadora: Kelly Cristina Correia Pfahl



## APÊNDICE 2

**Universidade Estadual  
do Norte do Paraná – UENP**

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ

08.885.100/0001-54

*Campus de Cornélio Procópio*



---

### **CURSO DE FORMAÇÃO**

**"Modelagem matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente"**

### **QUESTIONÁRIO: REFLEXÃO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA**

1. Nome:
2. Na sua concepção, o que é modelagem matemática?  
Você já usou como professora ou participou de uma prática de sala de aula com modelagem matemática? Se sim, explique como foi e o contexto de uso.
3. Problemas contextualizados são corriqueiros no ensino de matemática, em particular baseados em situações reais. Como isso faz parte do seu dia a dia enquanto docente?
4. Quais os elementos do seu planejamento docente para o ensino de matemática?



APÊNDICE 3

**Universidade Estadual  
do Norte do Paraná – UENP**



Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ  
08.885.100/0001-54  
Campus de Cornélio Procopio.

---

**CURSO DE FORMAÇÃO**

**“Modelagem matemática nos anos iniciais: planejamento da prática docente”**

**AUTORREFLEXÃO SOBRE MODELAGEM E PLANEJAMENTO DOCENTE COM  
ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

1. Nome.
2. Qual a importância da abordagem de problemas reais em minhas aulas?
3. Como vejo a modelagem matemática, em relação ao início do Curso?
4. Em quais aspectos do planejamento docente com modelagem matemática tive mais dificuldade?
5. Em quais aspectos do planejamento docente com modelagem matemática tive mais facilidade?
6. Como posso implementar o Planejamento docente com atividades de modelagem matemática em minhas aulas de Matemática?



## APÊNDICE 4



# Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ 08.885.100/0001-54  
Campus de Cornélio Procópio.

 <h3>ATIVIDADE DOS ALUNOS 'HAMBÚRGUER ARTESANAL'</h3> 		 Fonte: <a href="http://www.freepik.com">www.freepik.com</a>
<h4>A HISTÓRIA DO HAMBÚRGUER</h4>		
<p>Muita gente pensa que o hambúrguer é originário dos Estados Unidos, mas foi no século 13 que os tártaros, uma das principais tribos dos mongóis, teriam dado origem ao consumo de um tipo de carne amassada e modelada em formato de uma bola achatada, que era consumida dentro do pão. Para o exército, é um alimento muito prático.</p> <p>No século 17, os viajantes alemães trouxeram essa ideia para um açougue em Hamburgo, onde algumas técnicas de moagem de carne foram desenvolvidas. Esse tipo de carne moída era temperada e modelada em bifês, que além de deliciosos, têm baixo custo, o que tornou o hambúrguer rapidamente popular em toda a cidade.</p> <p>No mesmo século, os primeiros imigrantes da Alemanha, principalmente os da região de Hamburgo, chegaram aos Estados Unidos com a famosa receita de carne moída. Os primeiros americanos a comer este prato foram os marinheiros e o chamaram de hamburg steak. Com o tempo, essa comida se popularizou e foi chamada por seu nome conhecido hoje: hambúrguer.</p> <p>Em 1937, os irmãos Maurice e Dick Donald abriram seu primeiro Drive-in na Califórnia e deram início a uma grande revolução no mundo dos fast food. A partir daí, o hambúrguer conquistou os americanos e se espalhou pelo mundo. Além das tradicionais redes de fast food, versões caseiras e artesanais também conquistaram o coração dos apreciadores deste prato.</p> <p>Fonte: adaptado de: &lt;<a href="https://itburger.com.br/blog/historia-do-hamburguer/">https://itburger.com.br/blog/historia-do-hamburguer/</a>&gt;. Acesso em: jun. 2020.</p>		
<h4>Dia mundial do hambúrguer</h4> <p>O sanduíche de hambúrguer se tornou tão popular em todo o mundo que até ganhou um dia só para ele. Assim, o dia 28 de maio foi escolhido como o Dia Mundial do Hambúrguer. Para comemorar a data, três chefs e professores da Una receberam a missão de preparar uma receita totalmente artesanal que você pode reproduzir em casa. O professor de frios, Marcus Monteiro, da escola UNA, fazia os hambúrgueres de carne. Este saboroso hambúrguer foi batizado de Collab Burger. Inspire-se e faça sua própria versão da receita para celebrar o Dia Mundial do Hambúrguer.</p> <p><b>Para o hambúrguer – ingredientes:</b></p> <p>350 g acém limpo moído; 350 g patinho limpo moído          250 g gordura de peito bovino moída (pode ser substituída por gordura de costela bovina ou toucinho fresco sem pele)          15 g de sal; Pimenta do reino preta moída a gosto (opcional)          *Observação: carnes podem ser moídas junto no açougue.</p>	<h4>Modo de preparo:</h4> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Caso a carne tenha vinho separada do açougue, colocar todas num vasilhame, misturar o sal e os demais temperos.</li> <li>2) Com as mãos protegidas por luvas, amassar bem essa mistura até ficar bastante homogênea.</li> <li>3) Para testar o sabor, fazer um pequeno hambúrguer e grelhar. Caso necessite, adicionar mais sal.</li> <li>4) Separar toda mistura em porções iguais, em formato de almôndegas. Compactar bem cada bola.</li> <li>5) Com a mão, achatar a bola de carne, deixando-a em formato arredondado, no diâmetro próximo do pão que será usado para o sanduíche.</li> </ol>	
	<div style="background-color: #90EE90; padding: 5px; border: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"> <b>Vamos investigar...</b> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>Qual a quantidade de carne necessária para preparar 1 hambúrguer artesanal para todos de uma turma, incluindo a professora?</p> </div>	

Fonte: a autora (2021).



## APÊNDICE 5



# Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ 08.885.100/0001-54  
Campus de Cornélio Procópio.

## ATIVIDADE DOS ALUNOS ‘SAÚDE NA PANDEMIA’



Fonte: <https://repositorio.ufpe.br/>

### O PAPEL DE VITAMINAS E MINERAIS NA IMUNIDADE DIANTE DO CORONAVÍRUS

O sistema imunológico é um conjunto de células que protegem nosso corpo das doenças. Esse sistema é mantido pelos nutrientes encontrados na alimentação. Os minerais e as vitaminas fazem parte desse grupo de nutrientes. Dentre os que atuam no sistema imunológico, estão: o zinco, o selênio e as vitaminas a; c; d. Uma alimentação balanceada e saudável contribui para a melhor resistência do corpo a infecções.

Fonte: <https://saude.abril.com.br/blog/com-a-palavra/o-papel-de-vitaminas-e-minerais-na-imunidade-diante-do-coronavirus/>. Acesso em: mar. 2021.

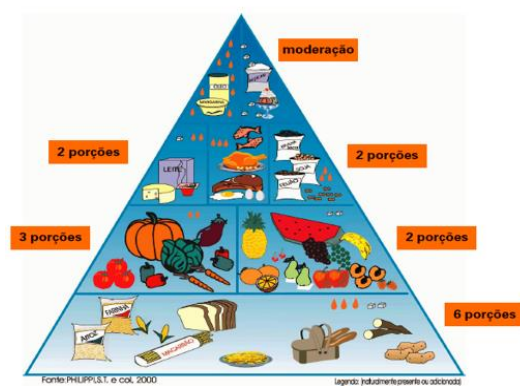
### RECOMENDAÇÃO ALIMENTAR DIÁRIA PARA CRIANÇAS DE 2 A 10 ANOS

Recomendações para as crianças:

- Cereais, massas e vegetais C: 6 porções.
- Frutas: 2 porções.
- Verduras: 3 porções.
- Leite e derivados: 2 porções.
- Carnes, ovos, feijões e nozes: 2 porções.
- Açúcares e gorduras: moderação!

Fonte: [https://bvsm.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao\\_saudavel.pdf](https://bvsm.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel.pdf)  
Acesso em: mar. 2021.

### PIRÂMIDE ALIMENTAR PARA CRIANÇAS DE 2 A 10 ANOS



Fonte: [https://bvsm.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao\\_saudavel.pdf](https://bvsm.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel.pdf)  
Acesso em: mar. 2021.



Fonte: a autora (2021).



## APÊNDICE 6



# Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ 08.885.100/0001-54  
Campus de Cornélio Procopio.

### ATIVIDADE DOS ALUNOS 'FUTEBOL'



Fonte: [www.freepik.com](http://www.freepik.com)

## FUTEBOL

O futebol já foi um ritual de guerra, mas o modelo que conhecemos hoje foi organizado na Inglaterra em 26 de outubro de 1863. Essa é a data da fundação da *Football Association*, em Londres e o início da profissionalização do esporte no mundo.

A prática, contudo, é muito antiga, com registros na China, Japão, América pré-hispânica, Grécia, Roma e Itália.

No Brasil, Charles Miller introduziu oficialmente o esporte em 1894, no Rio de Janeiro (Fonte: <https://www.todamateria.com.br/historia-do-futebol/>. Acesso em: mar. 2021).

De lá para cá, o futebol só foi evoluindo, criando campeonatos estaduais e até mesmo o brasileiro, que envolve os times de toda a nação.

No ano de 2019, foram 5 os finalistas e estes estão na tabela abaixo:

TIMES:	VITÓRIA	EMPATE	DERROTA
Corinthians	21	8	9
Palmeiras	21	10	7
Santos	20	8	10
Flamengo	18	12	8
São Paulo	18	10	10

Fonte: registro dos alunos-professores



Vamos investigar...

Qual time será o campeão do brasileiro?



Fonte: [www.freepik.com](http://www.freepik.com)

Fonte: elaborado a partir dos registros dos professores do grupo G1.



## APÊNDICE 7



# Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP

Lei nº 15.300 – D.O.E. nº 7.320, de 28 de setembro de 2006. CNPJ 08.885.100/0001-54  
Campus de Cornélio Procopio.

### ATIVIDADE DOS ALUNOS 'OVOS DE CHOCOLATE'



Fonte: [www.freepik.com](http://www.freepik.com)

### OVOS DE CHOCOLATE

Exibição do vídeo: 'História do Chocolate'



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=A1KI3grr3lc>. Acesso em: mar. 2021.

#### LISTA DE RECEITAS QUE USAM O CHOCOLATE COMO INGREDIENTE:

- Bolo de chocolate
- Brigadeiro
- Bolo de cenoura com cobertura de chocolate
- Recheios de bolo feitos com chocolate
- Pirulito de chocolate
- Cocada com cobertura de chocolate
- Trufas
- Fondue de chocolate
- Sorvete de chocolate
- Pudim de chocolate
- Tortas de chocolate
- Bolachas de chocolate.

→ Pesquisa em sites das Casas Bahia.

Fonte: <https://www.casasbahia.com.br>. Acesso em: mar. 2021.



#### Problemas

1. Quantas barras de chocolate serão necessárias para confeccionarmos 1 ovo de chocolate para cada aluno da turma e uma professora?
2. Qual será o custo da confecção desses ovos de chocolate?



Fonte: elaborado a partir dos registros dos professores do grupo G2.