

2021

Sequência didática para o ensino de matemática financeira com auxílio das calculadoras científica e hp 120.

LUDITK, Willian Aparecido de Jesus

Universidade Estadual do Norte do Paraná

<https://repositorio.uenp.edu.br/handle/123456789/603>

Baixado de Repositório Institucional UENP



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE
DO PARANÁ**

Campus Cornélio Procópio

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO**

WILLIAN APARECIDO DE JESUS LUDITK

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA COM AUXÍLIO DAS
CALCULADORAS CIENTÍFICA E HP 12C®**

WILLIAN APARECIDO DE JESUS LUDITK

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COM AUXÍLIO DAS CALCULADORAS CIENTÍFICA E HP 12C®

DIDACTIC SEQUENCE FOR TEACHING FINANCIAL MATHEMATICS WITH SCIENTIFIC AND HP 12C® CALCULATOR

Produção Técnica Educacional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Simone Luccas
Coorientador: Prof. Dr. João Coelho Neto

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

LL944s Luditk, Willian Aparecido de Jesus
Sequência Didática para o ensino de matemática financeira com auxílio das calculadoras científica e HP 12C® / Willian Aparecido de Jesus Luditk; orientadora Simone Luccas; co-orientador João Coelho Neto - Cornélio Procópio, 2021.
134 p. :il.

Produção Técnica Educacional (Mestrado Profissional em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2021.

1. . I. Luccas, Simone , orient. II. Coelho Neto, João, co-orient. III. Título.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PPGEN	Programa de Pós-graduação em Ensino
SD	Sequência Didática
UENP	Universidade Estadual do Norte do Paraná

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	05
1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA	06
1.1	Matemática Financeira	06
1.2	Sequência Didática	08
1.3	Abordagem Metodológica para uma Integração Conciliadora	10
2	PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL	15
	REFERÊNCIAS	131

INTRODUÇÃO

A presente Produção Técnica Educacional contempla parte de uma dissertação de mestrado intitulada “Ensino de Matemática Financeira por meio das calculadoras científica e HP 12C®: proposta de uma sequência didática a licenciandos em Matemática”, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino (PPGEN), da Universidade Estadual do Norte do Paraná. Trata-se de uma Sequência Didática (SD) voltada à formação inicial de professores de Matemática, enquadrando-se na categoria 1 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que contempla o desenvolvimento de material didático e instrucional.

Como mencionado, este trabalho trata-se da Produção Técnica Educacional, na qual desenvolveu-se uma Sequência Didática baseada em Zabala (2010), para o ensino de Matemática Financeira com a utilização da calculadora científica e da calculadora Financeira HP 12C®, por meio da abordagem metodológica de ensino de Integração Conciliadora, de Luccas (2011).

Esta Produção Técnica Educacional foi validada por meio de um instrumento de coleta de dados com professores de Matemática que atuam (ou já atuaram) no Ensino Superior em cursos de Licenciatura em Matemática, ou que ministram a disciplina de Matemática Financeira em cursos diversos de nível superior.

Assim, no item seguinte, será apresentada a fundamentação teórico-metodológica que norteou esta Produção Técnica Educacional.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

1.1 Matemática Financeira

Na sociedade atual temos que a Matemática Financeira encontra-se presente na vida das pessoas, tendo em vista a utilização de parcelamentos, empréstimos, financiamentos, entre outras atividades relacionadas às finanças. No tocante ao vasto campo de aplicação que a Matemática Financeira apresenta, Puccini (2007), afirma que

[...] suas técnicas são necessárias em operações de financiamento de quaisquer naturezas: crédito a pessoas físicas e empresas, financiamentos habitacionais, crédito direto ao consumidor e outras. Também são necessárias em operações de investimentos mobiliários nos mercados de capitais. Em ambas as situações, é o uso dessas técnicas que permite conhecer o custo e o retorno dessas operações, permitindo tomadas de decisão mais racionais; são elas também que permitem determinar o valor das prestações devidas pelas transações efetuadas em parcelas. No mundo dos negócios, seu conhecimento é absolutamente imprescindível, uma vez que os custos dos financiamentos dados e recebidos são peças centrais do sucesso empresarial (PUCCINI, 2007, p. 8).

Porém, os conhecimentos tangentes à área são desconhecidos para a maioria das pessoas. Isso deve-se em função do desinteresse que a maioria das pessoas tem com relação a como dá-se o ensino de Matemática na Educação Básica, em especial o ensino de Matemática Financeira (SANTOS, 2014).

Logo, tendo em vista a presença da Matemática Financeira no cotidiano populacional, emerge a necessidade de um ensino mais crítico e completo destes conteúdos, objetivando contribuir para a formação de um indivíduo responsável e consciente, sobretudo em relação aos aspectos financeiros, pois “[...] uma pessoa completamente formada possui a responsabilidade de administrar a sua vida financeira e, muitas das vezes, a de toda família” (FARIAS, 2013, p. 13).

Assim, torna-se fundamental que o cidadão consiga gerir e planejar seus gastos de forma responsável e consciente, desta forma, o mesmo deve compreender os conceitos referentes à Matemática Financeira, de modo que consiga ter uma visão clara acerca das oportunidades e riscos envolvidos em operações financeiras (CAVALCANTE, 2013). Outro fator de destaque que vai de encontro a este pensamento, dá-se ao fato de que atualmente a “a Matemática Financeira está presente em todos os níveis da educação,

com grande importância para a compreensão das relações econômicas e financeiras [...]” (SANTOS, 2014, p. 8).

Portanto, o ensino de Matemática Financeira deve oferecer ao discente conhecimentos científicos que estejam em conformidade com a resolução de problemas cotidianos, que abordem situações financeiras utilizadas por eles, ocorrendo também de modo interdisciplinar, ou seja, abrangendo diversas áreas do conhecimento (SOARES, 2016).

Em conformidade a este pensamento, Farias (2013) argumenta que um

[...] ramo da Matemática de fácil contextualização é a Matemática Financeira, afinal qualquer exemplo que tomemos dela é de adaptação imediata para a realidade do aluno. A interdisciplinaridade na Matemática Financeira também ocorre de maneira natural dentro da própria Matemática ou mesmo com outras áreas do conhecimento, como a História e as Ciências Sociais (FARIAS, 2013, p. 13).

Além de um ensino interdisciplinar, a Matemática Financeira, aliada à utilização das tecnologias, possui um caráter facilitador durante o ensino deste conteúdo, otimizando os cálculos realizados, mas muitas vezes a instituição de ensino negligencia sua utilização e acaba por superficializar o ensino deste conteúdo, desconsiderando a importância da sua utilização (FARIAS, 2013).

Além da otimização e agilidade nas resoluções dos cálculos propostos, tem-se que o uso das tecnologias, como as calculadoras ou computadores (Excel e GeoGebra, por exemplo), se utilizadas de modo adequado, ampliam a compreensão dos discentes com relação à temática estudada, fazendo-os sentirem-se desafiados durante a resolução das atividades (CONTRI; RETZLAFF, 2009).

O auxílio da informática no atual sistema educacional pode ser encarado como uma grande inovação no processo de aprendizagem, desde que seus recursos sirvam para desenvolver uma melhor compreensão e obtenção do conhecimento, pois, caso contrário, essa ferramenta refletirá apenas o uso de uma tecnologia com a finalidade de facilitar tarefas, e não alcançará o objetivo de ser contribuinte ao processo de transformação da realidade (NETTO, 2005, p. 14).

Diante dos diversos recursos tecnológicos disponíveis, dar-se-á ênfase às calculadoras, pois de acordo com D’Ambrosio (2001), com

[...] a disponibilidade das calculadoras e dos computadores, o ensino de ciências e de matemática deve mudar radicalmente de orientação. Uma vez aceita a calculadora sem restrições, estaria desfeito o nó górdio da

educação de hoje. Isto porque a calculadora sintetiza as grandes transformações de nossa era e a entrada de uma nova tecnologia em todos os setores da sociedade. A incorporação de toda a tecnologia disponível no mundo de hoje é essencial para tornar a Matemática uma ciência de hoje (D'AMBROSIO, 2001, p. 6).

E no âmbito específico da Matemática Financeira, Gimenes (2013, p. 31) enfatiza a importância da utilização das calculadoras com vista a auxiliar “[...] no orçamento doméstico, nas decisões de compras (principalmente no que diz respeito à forma de pagamento) e nas suas aplicações financeiras”.

Uma das ferramentas mais utilizadas no ensino de Matemática Financeira são as calculadoras financeiras, haja vista que, segundo Schimiguel e Silva (2015, p. 57), o “auxílio de calculadoras na resolução de cálculos matemáticos, em geral, proporciona facilidade e eficiência na solução, principalmente naqueles casos mais complexos ou que envolvem números de grandeza considerável”.

E dentre as calculadoras financeiras disponíveis dar-se-á destaque à calculadora HP 12C®, conforme argumentam Bruni e Famá (2004, p. 72), “[...] sua robustez (bem cuidada, a máquina dura indeterminadamente) e simplicidade (é fácil de operar, possuindo as principais funções necessárias em Matemática Financeira)”.

Uma outra calculadora, pouco utilizada no ensino de Matemática Financeira (principalmente em cursos de graduação), é a calculadora científica, porém esta pode assumir grande importância em sala de aula, haja vista que “[...] é caracterizada como um apoio tecnológico, com o intuito de auxiliar na didática da aula e ser reconhecida como uma ferramenta de suporte, tão importante quanto o uso dos computadores, auxiliando nos cálculos mais sofisticados” (SOUZA NETO; SILVA; TEIXEIRA FILHA, 2013, p. 1).

Porém, cabe aqui destacar que atualmente ambas as calculadoras podem ser encontradas de forma *on-line*, em aplicativos para *Smartphones* (Android e IOS), em *Softwares* e até mesmo em extensões de navegadores, todos estes de forma totalmente gratuita.

1.2 Sequência Didática

Segundo Zabala (2010, p. 18), Sequência Didática (SD) é compreendida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas

para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos”.

De acordo com Lucas e Batista (2011), embasados em Zabala (2010), uma Sequência Didática tem por características:

- I. Cada sequência é voltada para objetivos específicos;
- II. Elas esquematizam as variáveis da complexa prática educativa;
- III. Os tipos de atividade, sobretudo a maneira de articulá-las, são traços diferenciais e determinantes à especificidade da proposta didática;
- IV. Indicam-nos a função desempenhada por cada uma das atividades no processo de construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos;
- V. Avaliam a funcionalidade das atividades, sua ausência ou a ênfase que se lhes deve atribuir (LUCAS; BATISTA, 2011, p. 251)

Tendo como embasamento teórico as etapas de Zabala (2010), foi construída uma Sequência Didática de atividades para o ensino de Matemática Financeira com a utilização de calculadoras, tanto a calculadora HP 12C® quanto a calculadora científica. Tais atividades foram organizadas e elaboradas em conformidade com a Abordagem Metodológica para uma Integração Conciliadora, de Luccas (2011), a qual será apresentada com mais ênfase na seção seguinte.

Cada questão elaborada teve por fundamentação as características de aprendizagem definidas por Zabala (2010), e são estas:

- Factuais: “por conteúdos factuais, se entende o conhecimento de fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos concretos e singulares” (ZABALA, 2010, p. 41). Tais conteúdos são aqueles memorizáveis, como datas, algoritmos de resolução, as capitais dos países, entre outros;
- Conceituais: conteúdo no qual o aluno “sabe utilizá-lo para interpretação, compreensão ou exposição de um fenômeno ou situação; quando ele é capaz de situar os fatos, objetos ou situações concretas naquele conceito que os inclui” (ZABALA, 2010, p. 43). Neste conteúdo é necessária uma compreensão acerca do conceito estudado;
- Procedimentais: compreendido como “um conjunto de ações ordenadas com um fim, ou seja, dirigidas para a realização de um objetivo. São conteúdos procedimentais: ler, desenhar, calcular, observar, classificar, recortar, saltar, inferir, espetar etc.” (ZABALA, 2010, p. 44). Ainda de acordo com o autor, para realização de cada um destes são necessárias habilidades específicas;

- Atitudinais: são os conteúdos, cujas características “englobam uma série de conteúdos, que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas” (ZABALA, 2010, p. 46), as quais podem ser descritas como:
 - Valores: princípios éticos os quais permitem elaborar suas concepções acerca de condutas e sentidos, como: “solidariedade, o respeito aos outros, a responsabilidade, a liberdade etc.” (ZABALA, 2010, p. 46);
 - Atitudes: é o modo como cada indivíduo reage, segundo seus juízos de qualidade. E temos como exemplos: “cooperar com o grupo, ajudar os colegas, respeitar o meio ambiente, participar das tarefas escolares etc.” (ZABALA, 2010, p. 46);
 - Normas: compreendidas como as regras e padrões a serem seguidos e respeitados pelos membros de uma sociedade.

Embasando-se por estas características para o desenvolvimento de atividades acima explicitadas, foram elaboradas as questões para um curso de formação inicial de professores de Matemática.

1.3 Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora

A Sequência Didática, aqui apresentada, foi desenvolvida sob o prisma Abordagem Metodológica de Ensino para uma Integração Conciliadora, de Luccas (2011), que de acordo com a autora

[...] promove uma integração dinâmica entre os componentes do circuito retrorrecursivo constituído pelo conhecimento matemático, professor, aluno, interdisciplinaridade e contexturas da redução e complexidade, articulando diferentes aspectos inerentes a cada componente de modo conciliador [...] (LUCCAS, 2011, p. 165).

Tem-se que, com a utilização desta abordagem metodológica, é possível que haja uma mudança qualitativa no trabalho dos docentes, tendo em vista que estes poderão atuar com mediadores interdisciplinares na relação com o conhecimento matemático, ou mesmo o conhecimento de outras áreas, e o aluno. Cabe destacar que esta mediação encontra-se diretamente relacionada com a apropriação por parte do docente de conhecimentos básicos de outras áreas do conhecimento, que não sejam propriamente matemáticas, para que desta forma o professor consiga transitar entre os conhecimentos,

gerando significados pertinentes aos conhecimentos abordados em aula (LUCCAS, 2011).

Outro fator de destaque a esta abordagem metodológica de ensino dá-se pelo fato de que na segunda fase de implementação, o professor passa de um mediador para um observador de modo gradual, ou seja, ele passa a observar a interação do discente com o conhecimento científico e o mundo físico, agindo, portanto, com o mínimo de interferência possível (LUCCAS, 2011).

Ainda de acordo com a autora, o objetivo principal desta abordagem metodológica está em

[...] preparar o aluno do ensino superior para atuar como profissional inserido numa sociedade hodierna, capaz de lidar com a complexidade que permeia o mundo físico, organizando e compreendendo esse mundo por intermédio de sua matematização, numa ação interdisciplinar (LUCCAS, 2011, p. 167).

Tem-se que esta Abordagem Metodológica encontra-se subdividida em três fases: Confrontação, Teorização e Atuação Investigativa, descritas a seguir.

1.3.1 Confrontação

A primeira fase desta abordagem metodológica é denominada Confrontação, a qual consiste no momento de sensibilização dos alunos, pois é nesta etapa que eles são confrontados, por meio de um problema contextualizado ou uma situação que envolva o conteúdo a ser estudado (LUCCAS, 2011).

Ainda de acordo com Luccas (2011, p. 168), tem-se como objetivo principal para esta etapa “[...] estimular o aluno a envolver-se com a problemática e explicitar seu conhecimento matemático por escrito”. Logo, tal problema ou situação não deve ser complexo a ponto de desmotivar o aluno, mas também não pode ser simplificado em demasia, de modo a não instigar o aluno a buscar uma solução (LUCCAS, 2011).

Nesta primeira etapa, a resolução do problema proposto fica integralmente por conta do aluno, o qual utilizará dos seus conhecimentos prévios para tentar uma solução, sem quaisquer interferências por parte do professor.

Em um segundo momento, cabe ao professor a função de intermediador entre o conhecimento apresentado pelo aluno na resolução e o conhecimento teórico a ser sistematizado. Neste período, o professor faz a resolução do mesmo problema da etapa

anterior juntamente com o aluno, utilizando as fórmulas e métodos pertinentes àquela situação. Porém, não é uma etapa que consista em assimilação de conhecimentos, mas sim, de análise e reflexão acerca dos métodos e técnicas pertinentes e adequados à solução do problema, haja vista que, para alguns discentes, este momento pode ser um “resgate” de conceitos outrora estudados e para outros poderá ser um momento de aprendizagem de conceitos nunca vistos.

1.3.2 Teorização

Nesta fase, dá-se início ao processo de matematização por parte dos discentes, a qual Luccas (2011, p. 170) infere que nesse “[...] momento, são propostas novas contextualizações, em forma de problemas, envolvendo o mesmo objeto matemático, com interação interdisciplinar entre as áreas de conhecimento em estudo [...]”.

Tem-se que agora, ao contrário do segundo momento da primeira fase, em que se tinha o professor como o protagonista do processo, neste momento passa-se esta função ao aluno, o qual, utilizando das fórmulas e métodos vistos anteriormente, deverá buscar a solução aos problemas propostos.

Além do desenvolvimento de aspectos relacionados à matematização, esta etapa possibilita,

[...] o acesso aos conceitos científicos das áreas imbricadas interdisciplinarmente. A teorização permite a realização de reflexões a respeito dos significados dos conceitos buscados na investigação extraclasses, realizada na fase de confrontação. Essa reflexão pode propiciar, inclusive, o entendimento da necessidade ou possibilidade que outras áreas do conhecimento científico têm de serem analisadas matematicamente (LUCCAS, 2011, p. 171).

O modo como são organizadas e sistematizadas as resoluções por parte dos alunos é extremamente relevante para nortear a ação docente, assim, torna-se necessário que ocorram avaliações durante todo o processo de ensino (LUCCAS, 2011).

1.3.3 Atuação Investigativa

A Atuação Investigativa é definida por Luccas (2011) como,

[...] o enfrentamento com a complexidade que permeia o mundo físico. O universo de atividades realizadas no âmbito educacional não abrange essa complexidade, apresentando-se numa contextura reduzida, na qual os objetos de estudo são bem delimitados, tanto em forma de problemas quanto na análise de fenômenos. Dessa maneira, é possibilitado o acesso ao conhecimento de partes da contextura física, seja específico ou numa interação interdisciplinar que abranja o estudo de algumas áreas simultaneamente (LUCCAS, 2011, p. 176).

Nesta fase, os alunos deverão investigar situações reais, que estejam presentes em seus contextos sociais, seja em seus respectivos empregos (em empresas, fábricas, lojas, ou qualquer que seja sua área de atuação), ou qualquer situação cotidiana vivenciada por eles, e que apresentem características e contextos similares com os vistos em sala, nas fases anteriores desta abordagem metodológica de ensino (LUCCAS, 2011). Logo, propõe-se que nesta etapa os alunos “[...] extrapolem os muros das instituições de ensino e saiam a campo com o intuito de investigar contexturas presentes em situações e fenômenos do mundo físico complexo” (LUCCAS, 2011, p. 176).

Na Atuação Investigativa, o professor assume o papel de observador, haja vista que nesta fase espera-se que os discentes adquiram uma Autonomia Procedimental-Metodológica, ou seja, diante de todas as possibilidades que o mundo físico dispõe, o aluno selecionará uma única situação com um potencial a ser investigado. Cabe ainda destacar que esta escolha não se dá ao acaso, pois ela encontra-se fundamentada teoricamente em conceitos apreendidos no âmbito acadêmico (LUCCAS, 2011).

Após a escolha da situação a ser investigada, o próximo passo é a seleção de variáveis relevantes ao problema elaborado. Em seguida, o discente deverá elaborar um modelo matemático contextualizado por meio da matematização, ou então realizar uma recontextualização de um modelo matemático já estudado. Por fim, na última etapa desta fase o discente deverá analisar a solução encontrada para o problema, verificando-se se esta satisfaz, tanto o contexto do mundo físico complexo quanto a do problema elaborado. Caso este resultado não seja satisfatório, deverá ser retomada da etapa de análise, seleção de variáveis, reiniciando o processo (LUCCAS, 2011).

Um último aspecto a se destacar é que ao final desta fase é de fundamental importância que o aluno reflita acerca deste procedimento, refletindo a respeito da importância dos estudos acadêmicos voltados à compreensão de situações do mundo físico complexo (LUCCAS, 2011), objetivando-se “[...] mostrar a relevância do

conhecimento matemático sistematizado teoricamente para a formação do aluno” (LUCCAS, 2011, p. 178).

Assim, diante da fundamentação teórico-metodológica à qual demos ênfase neste item, a seguir será apresentada a Produção Técnica Educacional desenvolvida para o ensino de Matemática Financeira, com a utilização da calculadora HP 12C® e da calculadora científica à luz da abordagem metodológica para uma Integração Conciliadora (LUCCAS, 2011).

2 PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

A Produção Técnica Educacional apresentada a seguir, é parte integrante da dissertação de mestrado intitulada “Ensino de Matemática Financeira por meio das calculadoras científica e HP 12C®: proposta de uma sequência didática a licenciandos em Matemática”, disponível no *site* do Programa de Pós-graduação em Ensino – PPGEN/ UENP, através do *link*: <https://uenp.edu.br/ppgen-produtos-educacionais/958-producoes-tecnicas-educacionais-da-3-turma-2019-2021>.

Para mais informações, entrar em contato com o autor através do *E-mail*: willianludtk@gmail.com.

M

ATEMÁTICA FINANCEIRA E CALCULADORAS



UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA VOLTADA À
FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA



Willian Aparecido de Jesus Luditk
Simone Luccas
João Coelho Neto



Sumário

APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	2
UNIDADE 1 – JUROS SIMPLES E MONTANTE	3
Resoluções utilizando os Recursos Tecnológicos Digitais	11
Calculadora HP 12C®	11
Instruções para <i>Download</i> da calculadora HP 12C® (<i>Smartphone</i> e Computador)	11
Calculadora científica	15
UNIDADE 2 – JUROS COMPOSTOS	21
UNIDADE 3 – DESCONTO SIMPLES	28
UNIDADE 4 – DESCONTO COMPOSTO	39
UNIDADE 5 – EQUIVALÊNCIA DE TAXAS	50
UNIDADE 6 – SÉRIES DE PAGAMENTOS	57
UNIDADE 7 – SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	68
APÊNDICES	79
Apêndice A – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 1	80
Apêndice B – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 2	86
Apêndice C – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 3	89
Apêndice D – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 4.....	94
Apêndice E – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 5.....	99
Apêndice F – Demonstrações e Resoluções dos Problemas da Unidade 6.....	101
Apêndice G – Resoluções dos Problemas da Unidade 7	106

Apresentação da Sequência Didática

Caríssimos professores, a seguir apresentamos uma Sequência Didática (SD) para o ensino de Matemática Financeira, que é parte de uma dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP).

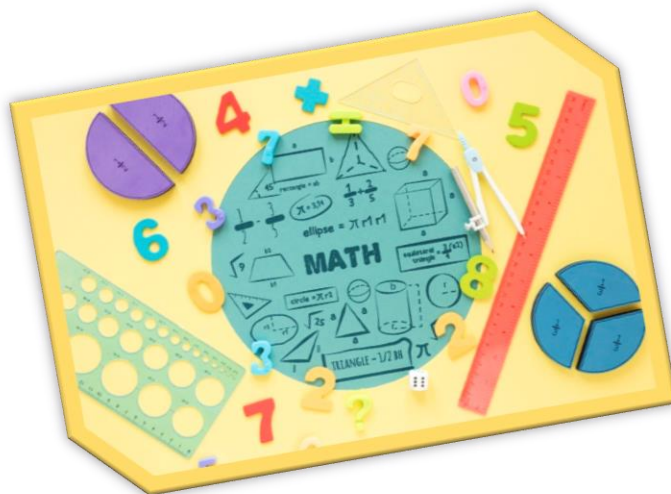
Esta SD é voltada à formação inicial de professores de Matemática (podendo, é claro, ser adaptada a outros cursos), e contempla os principais conteúdos abordados na disciplina de Matemática Financeira em um curso de Licenciatura em Matemática, sendo estes: Juros Simples e Montante, Juros Compostos, Desconto Simples (Comercial e Racional), Desconto Composto (Comercial e Racional), Equivalência de Taxas, Séries Uniformes de Pagamentos (Antecipada e Postecipada), Sistemas de Amortização (SAC e PRICE).

As atividades presentes neste material foram desenvolvidas tendo como perspectiva a Abordagem Metodológica para uma Integração Conciliadora de Luccas (2011), trazendo ainda a utilização das calculadoras (científica e HP 12C®) como ferramentas facilitadoras para resolução destas atividades.

Assim, esperamos que esta SD possa ser útil a todos os professores, que vocês possam integrar em suas aulas uma nova Abordagem Metodológica de ensino, bem como, novos recursos, que são tão necessários na sociedade em que vivemos.

UNIDADE 1

<u>Apresentação da Unidade 1</u>	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ¹ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdos Abordados	Juros Simples e Montante.
Objetivos da Unidade	<ul style="list-style-type: none">✓ Compreender os conceitos de Juros Simples e Montante.✓ Calcular Juros Simples e Montante utilizando a fórmula apropriada.✓ Demonstrar as fórmulas de Juros Simples e Montante.✓ Conhecer a calculadora científica e calculadora HP 12C®, seus botões, funcionalidades e linguagem utilizada.✓ Calcular o montante utilizando a calculadora científica e a calculadora HP 12C®.
Tempo de Execução	4 horas/ aula.



“O começo de todas as ciências é o espanto de as coisas serem o que são.”
(Aristóteles)

¹ Todas as resoluções das questões propostas neste item, estão contidas no apêndice deste trabalho.

1. CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P1

- I. Para resolução desta questão P1, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 30 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P1) Pedro pretende aplicar uma quantia de R\$ 18.000,00 a uma taxa de 3,6% a.m. Sabe-se que este irá deixar seu dinheiro aplicado durante 3 meses. Determine a quantia a ser resgatada por Pedro ao final do período, sabendo que ele realizou esta aplicação sob o regime de Juros Simples.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P1.1) Pedro pretende aplicar uma quantia de R\$ 18.000,00 a uma taxa de 3,6% a.m. Sabe-se que este irá deixar seu dinheiro aplicado durante 3 meses. Determine os juros obtidos ao final do período, sabendo que ele realizou esta aplicação sob o Regime de Juros Simples.

Importante

Na fórmula dos juros (assim como em **TODAS** da Matemática Financeira), é necessário que a Taxa (i) e o Tempo (n) sejam expressos na mesma unidade de medida de tempo (por exemplo, se a taxa i for anual, n deve ser dado em anos).

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação do Conceito utilizado:

Nota Histórica

Tem-se que a sistematização da Matemática Financeira ocorreu atrelada ao desenvolvimento do comércio, haja vista que diversos autores denominaram suas obras de “Matemática Comercial e Financeira” (GRANDO; SCHNEIDER, 2010).

Além disso, de acordo com Ifrah (1997, p. 145)

O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto, sem a intervenção de uma ‘moeda’ no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias-primas ou a objetos de grande necessidade.

Demonstração da fórmula para o cálculo de Juros Simples

Agora que já conhecemos a fórmula do Juros Simples:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Na qual:

J = Juro gerado no período

C = Capital do início da operação

i = Taxa de juros por cada período

n = Período de tempo

Cabe destacar que esta fórmula pode ser manipulada algebricamente para obtenção do *Capital* ($C = \frac{J}{i \cdot n}$), da *taxa* ($i = \frac{J}{C \cdot n}$) ou do *período* ($n = \frac{J}{C \cdot i}$). Porém, aqui utilizaremos esta única fórmula para obtenção das variáveis, realizando as substituições e as manipulações, conforme cada atividade.

Após a dedução da fórmula de Juros Simples, já sabemos calcular os juros, o que é um capital, uma taxa, um período. Mas qual o conceito de Juros Simples?

Juros Simples é “[...] aquele calculado unicamente sobre o capital inicial” (CRESPO, 2009, p. 110).

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P2) Marisa aplicou uma quantia de R\$ 7.200,00, sob o regime de Juros Simples. Sabendo que esta quantia ficou aplicada por 2 anos e produziu um rendimento de R\$ 1.530,00, calcule a taxa de juros mensal oferecida por esta aplicação.

Resolução do grupo

P3) Elton aplicou um determinado capital a Juros Simples, durante 2 anos, a uma taxa de 4,5% a.m. Sabendo que o juro gerado ao final deste período foi de R\$ 3.564,00. Determine o valor do capital aplicado.

Resolução do grupo

P4) Ayumi decidiu aplicar o seu 13º salário, no valor de R\$ 1.024,00, em um fundo de investimento que opera sob o Regime de Capitalização Simples. Sabendo que este fundo opera a uma taxa de 3,8% a.m., por quanto tempo Ayumi teria que deixar seu 13º aplicado para que lhe rendesse um juro no valor de R\$ 520,00?

Resolução do grupo

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P5

- I. Para resolução desta questão P5, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de, no máximo, 20 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P5) Walderley irá realizar uma aplicação no valor de R\$ 35.500,00 a uma taxa de 3,8% ao mês. Sabendo que este valor ficará aplicado durante 4 bimestres, determine o valor que será resgatado ao final do período, sabendo que esta quantia será aplicada sob o regime de Juros Simples.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P5.1) Walderley irá realizar uma aplicação no valor de R\$ 35.500,00 a uma taxa de 3,8% ao mês. Sabendo que este valor ficará aplicado durante 4 bimestres. Determine o valor que será resgatado ao final do período, sabendo que esta quantia será aplicada sob o regime de Juros Simples.

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação do conceito utilizado:

Nota Histórica

Existem alguns registros em tábuas que evidenciam que os Sumérios (~3500 a.C.) já tinham o escambo inserido no seu sistema econômico. Sabe-se ainda que estes povos habitualmente usavam ferramentas comerciais que são utilizadas até os dias atuais, como: “faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos” (GONÇALVES, 2005, p. 1).

Assim, podemos definir o Montante (M) como:

“[...] a soma do capital (C) e do juro (J) que foi acordado na operação financeira e que é devido ao seu final” (PUCCINI, 2011, p. 17).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Montante

Tem-se, portanto, que a fórmula para se obter o Montante de forma direta é dada por:

$$M = C(1 + i.n)$$

Em que:

M = Montante obtido no final da operação

C = Capital do início da operação

i = Taxa de juros por cada período

n = Período de tempo

Bom, agora que já conhecemos as fórmulas do Montante e Juros Simples, vamos aprender como resolver problemas como estes utilizando calculadoras!!!!

✓ **Resoluções utilizando os recursos tecnológicos digitais**

Antes de resolvermos problemas envolvendo contextos financeiros com o auxílio de recursos tecnológicos digitais, vamos conhecer um pouco mais a respeito das calculadoras HP 12C® e científica. A seguir apresentaremos seus botões, funcionalidades e procedimentos operacionais utilizados em cada uma.

❖ **Calculadora HP 12C®:**

A calculadora HP 12C® utiliza uma linguagem conhecida como RPN (*Reverse Polish Notation*, ou Notação Polonesa Reversa), tendo sido criada pelo matemático polonês Jan Lukaszewicz (1878-1956) e lançada somente no ano de 1981, em substituição às calculadoras modelo HP 38E e HP 38C.

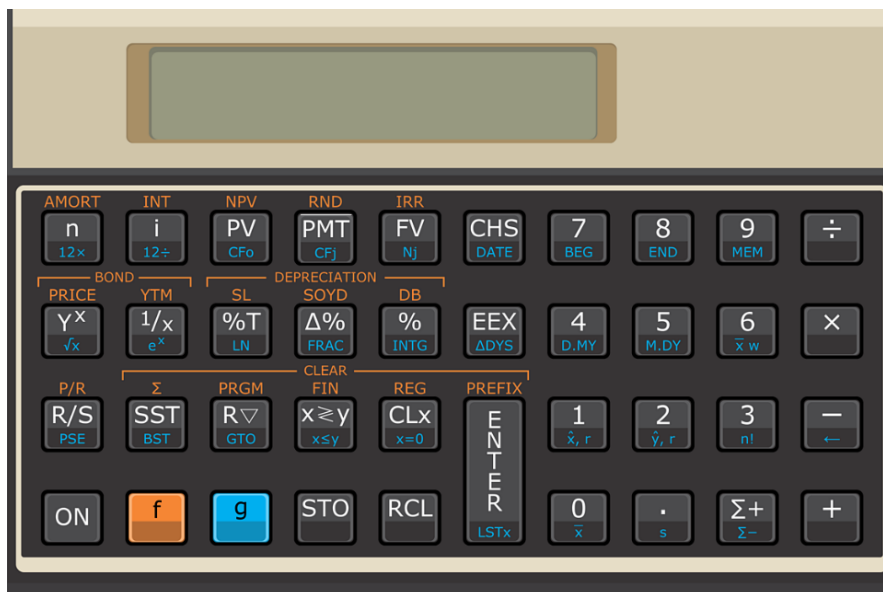
Por tratar-se de uma calculadora com uma linguagem diferente das utilizadas tradicionalmente, a seguir iremos apresentar seus botões e algumas funcionalidades.

❖ **Instruções para Download da calculadora HP 12C® (Smartphone e Computador)**

■ **Smartphone**

- 1 – Entre na loja de aplicativos do seu *Smartphone* (para sistema Android “*PlayStore*” e, para sistema IOS “*AppStore*”) e pesquise por “Touch RPN calculadora”;
- 2 – Em seguida clique em “Instalar” (*Smartphone* com sistema Android), ou “Obter” (*Smartphone* com sistema IOS);
- 3 – Por fim, basta abrir a calculadora normalmente em seu *Smartphone*, conforme mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Aplicativo Touch RPN calculadora (emulador calculadora HP 12C®)

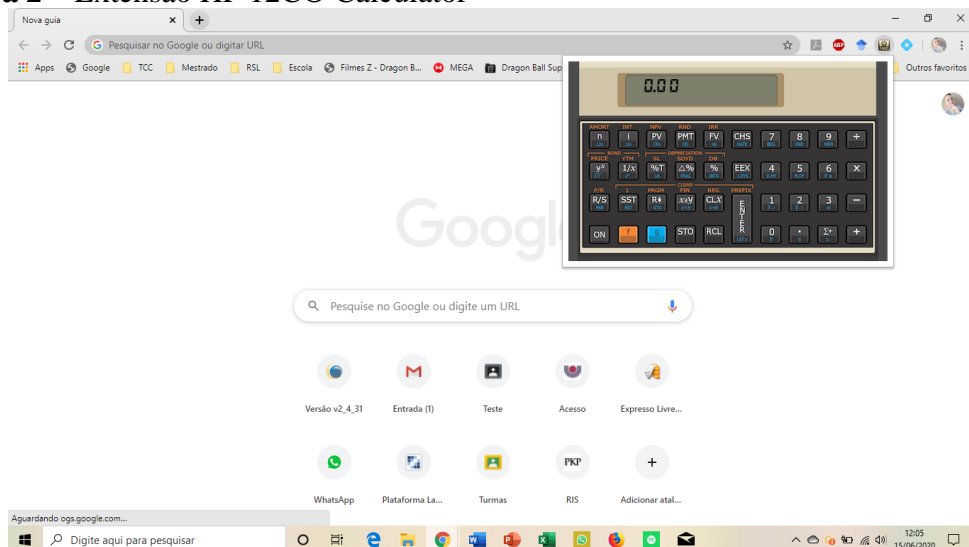


Fonte: aplicativo *Touch Fin Free*

■ Computador

- 1 – Abra o navegador *Google Chrome*, e acesse o link <https://chrome.google.com/webstore/category/extensions?hl=pt-PT&gl=US&authuser=1>;
- 2 – Em seguida, pesquise por “HP 12C® Calculator” e clique em “instalar”.
- 3 – Após a instalação, a extensão será adicionada automaticamente, então basta reabrir o navegador do *Google Chrome* (caso seja fechado) e clicar sobre o ícone da extensão, localizado no canto superior direito, conforme apresentado na imagem abaixo.

Figura 2 – Extensão HP 12C® Calculator



Fonte: autores (2021)

❖ **Reconhecimento das principais teclas:**

Agora veremos as principais teclas e funções da calculadora HP 12C®. Em seguida, resolveremos alguns exemplos de funcionalidades básicas da calculadora para melhor compreensão.

Quadro 1 – Teclas e funções calculadora HP 12C®

Teclas	Função
[ON]	Liga ou desliga e sai do programa, porém mantém a memória permanente.
[F]	Essa tecla possibilita acessar as funções escritas em dourado no mostrador.
[g]	Pressione essa tecla quando for preciso acessar as funções escritas em azul.
[ENTER]	Introduz números. É usada na separação de números.
[CHS]	CHange Signal: muda o sinal do número ou expoente atual.
[STO]	STOre: armazena dados na memória.
[RCL]	ReCaL: recupera dados da memória. Para recuperar a primeira memória digitar RCL 1, da segunda RCL 2, e assim por diante.
[i]	Armazena ou calcula os juros.
[n]	Armazena ou calcula a quantidade de períodos.
[PV]	<i>Present Value</i> : armazena ou calcula o valor presente.
[FV]	<i>Future Value</i> : armazena ou calcula o valor futuro.
[PMT]	<i>PayMenT</i> : armazena ou calcula pagamentos de mesmo valor (parcelas).
[y ^x]	Eleva o número.
[1/x]	Divide 1 pelo número mostrado no visor.
Δ%	Variação Percentual: calcula a variação percentual entre dois valores.

%T	Calcula a porcentagem de um valor em relação a um total.
[AMORT]	Amortiza “x” número de períodos.
[END]	Convenção de Pagamentos no final dos períodos para cálculo de juros compostos (1º pagamento vence no final).
[BEG]	Convenção ou modalidade de pagamento no início (BEGIN) dos períodos (1º pagamento vence no início).

Fonte: autores (2021)

- **Fixação de casas decimais**

Para fixar o número de casas decimais que se deseja após a vírgula, basta digitar [F] mais o número de casas após a vírgula.

Exemplo: Suponhamos que você deseja trabalhar com 6 casas decimais. Pressione [F] e em seguida [6] e todos os números aparecerão no formato 0,000000. [F] [3] fixará 3 casas decimais, e assim sucessivamente.

- **Operações com a linguagem RPN**

Conforme já mencionado, a HP-12C® usa a Notação Polonesa Invertida para efetuar as operações. Mas, na prática, o que isto significa?

Significa que na linguagem RPN, ao contrário das calculadoras convencionais que realizam a operação $2 + 5 = 7$, devendo ser digitadas todas estas teclas exatamente nesta ordem, na calculadora HP 12C® você terá que digitar [2][ENTER] [5] [+] e aparecerá o resultado [7]. Logo, não há necessidade da tecla [=].

Agora, para realizarmos operações envolvendo expressões numéricas, como $(1 + 8) \cdot (9 - 3) - (4 + 1)$, deve-se digitar:

[1] [ENTER] [8] [+] [9] [ENTER] [3] [-] [×] [4] [ENTER] [1] [+] [-]

Visor = 49

Exemplos: Realizar as operações abaixo na calculadora HP 12C®.

Operação	Digitação calculadora HP 12C®
a) 238 + 43	<i>Visor =</i>
b) 961 - 324	<i>Visor =</i>

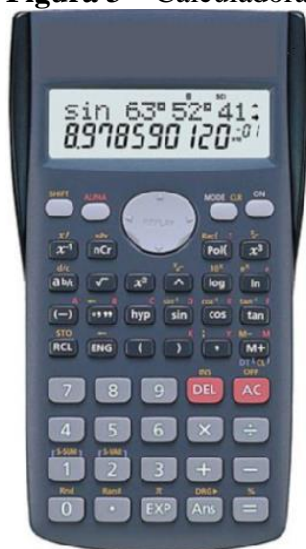
c) $265,75 \div 2,5$	<i>Visor</i> =
d) $46,7 \times 19$	<i>Visor</i> =
e) $(2 + 6) \times (9 - 4)$	<i>Visor</i> =
f) $(7 \times 6) - (8 - 4) \div (3 + 2)$	<i>Visor</i> =

Fonte: autores (2021)

❖ Calculadora científica

Tem-se que as calculadoras científicas são um tipo especial de calculadoras eletrônicas convencionais. De acordo com Dalakov (2016 *apud* PEREIRA, 2016), este tipo de calculadora revolucionou o modo como estudantes (sejam estes de nível médio ou superior) e pesquisadores do âmbito da ciência compreendiam a Matemática, haja vista que essas calculadoras apresentam funções que substituem dezenas de algoritmos repetitivos, como os cálculos de potências de enésima ordem, raízes também de enésima ordem ou ainda os logaritmos.

Figura 3 – Calculadora científica



2

Tanto a calculadora científica quanto a HP 12C® utilizam a chamada Notação Americana, que consiste em utilizar o “.” para separar a parte inteira da parte decimal. E utilizam a “,” para o agrupador de milhar.

Fonte: Andrade (2016, p. 40)

² Sabe-se que é possível a alteração deste padrão americano, porém neste trabalho adotou-se o padrão americano para realização das operações, pois objetivamos padronizar a digitação nas duas calculadoras utilizadas.

Como as calculadoras científicas são de fácil acesso e possuem diversas marcas a um preço acessível, sugerimos a utilização de sua versão física desta calculadora. Além disso, as versões *on-line* e para *download* possuem muitas divergências entre elas.

Quadro 2 – Teclas e funções da calculadora científica³

Teclas	Função
(Inicia um novo nível de parênteses.
)	Fecha o nível atual de parênteses.
×	Multiplica.
+	Soma.
-	Subtrai.
÷	Divide.
.	Insere um ponto decimal.
Log	Calcula o logaritmo comum (base 10).
X^2	Eleva o número exibido ao quadrado.
X^3	Eleva o número exibido ao cubo.
^	Eleva o número à potência desejada.
$\sqrt{\quad}$	Calcula a raiz quadrada do número.
$\sqrt[\quad]{\quad}$	Calcula a raiz de qualquer índice desejado.
ANS	Ativa o resultado do último cálculo efetuado.
%	Faz cálculos de porcentagem.
ab/c	Utiliza um número na forma fracionária.
Del	Apaga os números/operadores digitados.
Shift	Utilizada para selecionar um segundo comando para a mesma tecla. Por exemplo, ao pressionar a Shift seguida da tecla AC, desligamos a calculadora.
◀▶	Move o cursor para uma posição desejada, mostra os últimos cálculos feitos ou seleciona outras funções.
AC	Limpa o cálculo atual.

Fonte: autores (2021)

Agora que já conhecemos as duas calculadoras que utilizaremos em nosso curso, a seguir iremos colocar o que aprendemos em prática!!

³ Pode haver algumas divergências quanto ao *layout* das teclas, dependendo da marca da calculadora.

✓ **Resolução do problema P5.1 com a utilização das calculadoras científica e HP 12C®.**

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Agora que já conhecemos como funciona a linguagem RPN da calculadora HP 12C® e a calculadora científica, vamos resolver o problema P5.1 utilizando estas duas ferramentas. Faça o registro dos comandos no quadro abaixo.

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica

II. Atividades de Complementação:

✓ **Resolva os problemas P6, P7 e P8 utilizando as calculadoras científica e HP 12C®, conforme as fórmulas apresentadas nesta unidade. Lembre de registrar por escrito os comandos que foram utilizados para a resolução.**

P6) Willian pretende comprar um carro no valor de R\$ 53.000,00. Sabe-se que ele irá comprar o carro somente à vista, e que já tem aplicado a quantia de R\$ 29.000,00 a uma taxa de 4,6% a.m. sob o regime de Juros Simples. É possível afirmar que ele conseguirá realizar sua compra após quantos meses?

Resolução do grupo

P7) Ingrid deseja realizar uma viagem, e para isso precisa de uma quantia de R\$ 6.000,00. Sabendo que ela investirá no regime de Juros Simples a uma taxa de 1,9% a.m., quanto ela deverá investir para que consiga a quantia em 2 anos?

Resolução do grupo

P8) Anna Júlia decidiu investir uma quantia de R\$ 1.000,00 em um fundo de investimentos que opera sob o Regime de Capitalização Simples. Após 6 meses, ela percebeu que o montante era de R\$ 1.120,00. Tendo como base essas informações, determine a taxa de juros que foi adotada por esse fundo de investimentos.

Resolução do grupo

3.

ATUAÇÃO INVESTIGATIVA

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo e que envolva Juros Simples e/ou Montante. Resolva-a passo a passo, utilizando as fórmulas aprendidas nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e a calculadora científica. Registre o passo a passo dos comandos adotados em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro, juntamente com a situação-problema.

❖ **Atividades Conceituais-Reflexivas**

Nome: _____ **Data:** ____/____/____

Professor: _____ **Turma:** _____

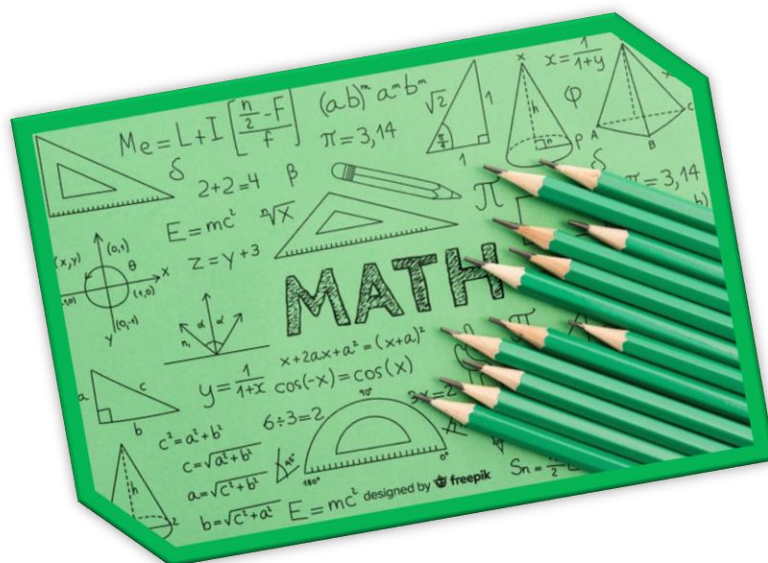
1) Sabe-se que a matemática financeira origina-se de forma interligada e simultânea ao desenvolvimento do comércio, e que a primeira manifestação dessa atividade foi o escambo. Cite pelo menos 3 situações comerciais que você utiliza ou já utilizou em seu cotidiano e que envolvam também os conceitos de matemática financeira. Em seguida, comente a respeito dessas situações.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem do Juros Simples e Montante? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 2

Apresentação da Unidade	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ⁴ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdos Abordados	Juros Compostos.
Objetivos da Unidade	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreender o conceito de Juros Compostos. ✓ Calcular Juros Compostos utilizando a fórmula apropriada. ✓ Demonstrar a fórmula de Juros Compostos. ✓ Calcular Juros Compostos utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	4 horas/aula.



“O homem que está isento de erros, é aquele que não arrisca acertar.”
(Albert Einstein)

⁴ Todas as resoluções das questões propostas neste item, estão contidas no apêndice deste trabalho.

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P9

- I. Para resolução desta questão P9, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 30 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou procedimento utilizado na resolução deverá ser registrado no quadro;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P9) Helena, uma senhora aposentada, pretende realizar um empréstimo consignado para a reforma de sua casa. Com esse propósito, ela consultou uma determinada instituição financeira, a qual cobra uma taxa de juros mensal de 1,74%. Sabendo que dona Helena fará um empréstimo no valor de R\$ 15.000,00, qual será, em reais, a quantia de juros a ser paga ao final dos 3 anos?

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P9.1) Helena, uma senhora aposentada, pretende realizar um empréstimo consignado para a reforma de sua casa. Com esse propósito, ela consultou uma determinada instituição financeira, a qual cobra uma taxa de juros mensal de 1,74%. Sabendo que dona Helena fará um empréstimo no valor de R\$ 15.000,00, qual será, em reais, a quantia de juros a ser paga ao final dos 3 anos?

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Segundo Gonçalves (2005), o escambo

Por vezes, quando se tratava de grupos que entretinham relações pouco amistosas, essas trocas eram feitas sob a forma de um escambo silencioso. Uma das duas partes depositava, num lugar previamente estabelecido, as diversas mercadorias com as quais desejava fazer a troca e, no dia seguinte, encontrava em seu lugar (ou ao lado delas) os produtos propostos pelo outro parceiro. Se a troca fosse considerada conveniente levavam-se os produtos, senão retornava-se no dia seguinte para encontrar uma quantidade maior (GONÇALVES, 2005, p. 2).

Porém, com o passar do tempo tornaram-se complexas as possibilidades de trocas entre os povos, por não haver uma base entre os produtos a serem permutados, tornando-se impossível saber a quantidade exata de mercadoria que deveria ser trocada, pelo simples fato de não conseguirem obter a equivalência entre estes produtos.

Demonstração da fórmula para o cálculo de Juros Composto

Desta forma, o Montante após n períodos será dado por:

$$M = C(1 + i)^n$$

Em que:

$M =$ Montante

$C =$ Capital do início da operação

$i =$ Taxa de juros por cada período

$n =$ Período de tempo

Ao contrário do regime de capitalização simples, o regime de capitalização composta ou regime de Juros Compostos, o cálculo dos juros dá-se sempre sobre o montante acumulado no período anterior, ou seja, de modo cumulativo (PACÍFICO, 2015). Assim, Crespo (2009, p. 153) define juros compostos como sendo “[...] aquele que em cada período financeiro, a partir do segundo, é calculado sobre o montante relativo ao período anterior”.

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ Os problemas P10 e P11 você deverá resolvê-los utilizando as fórmulas apresentadas nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P10) Geraldo realizou uma aplicação no valor de R\$ 42.000,00, a qual produziu um montante de R\$ 48.284,26 ao final de 1 semestre. Tendo como base estas informações, qual é a taxa de juros mensal utilizada nesta aplicação?

Resolução do grupo

P11) Elaine aplicou em uma determinada data o seu 13º salário no valor de R\$ 7.737,00, a qual produziu, a uma taxa composta de juros de 2,4% a.m., um valor de R\$ 2.547,23 em certa data futura. Qual foi o período desta aplicação?

Resolução do grupo

3. **ATUAÇÃO INVESTIGATIVA**

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo e que seja possível a resolução por meio da utilização dos Juros Compostos. Resolva-a passo a passo, utilizando a fórmula aprendida nesta unidade, bem como com os simuladores das calculadoras HP 12C® e científica. Registre o passo a passo dos comandos usados nas resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.



❖ Atividades Conceituais-Reflexivas

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

1) A primeira forma de comercialização de que se tem conhecimento é o escambo, porém com o passar do tempo a realização desta ação tornou-se difícil por conta da falta de um padrão ou critério para efetivação das trocas. Nos dias atuais, existe um critério ou padrão adotado para as transações comerciais? Comente.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem dos Juros Compostos? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 3

Apresentação da Unidade	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ⁵ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdo Abordado	Desconto Simples: ✓ Desconto Simples Comercial; ✓ Desconto Simples Racional.
Objetivos da Unidade	✓ Compreender os conceitos de Desconto Simples Comercial e Racional. ✓ Calcular Desconto Simples Comercial e Racional utilizando a sua respectiva fórmula. ✓ Demonstrar a fórmula de Desconto Simples Comercial e Racional. ✓ Calcular o Desconto Simples Comercial e Racional utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	4 horas/ aula.



“[...] somos eternos aprendizes, o professor principalmente, que jamais deve achar que sabe tudo e não precisa mudar [...]”
(Fiorentini e Miorim).

⁵ Todas as resoluções das questões propostas neste item, estão contidas no apêndice deste trabalho.

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P12

- I. Para resolução desta questão P12, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 30 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P12) A empresa Sayajin S/A, de artigos da cultura *geek*, emitiu um título no dia 10 de março de 2020 no valor de R\$ 10.500,00, o qual tinha seu vencimento para o dia 29 de julho do mesmo ano, sabendo-se que este título foi descontado comercialmente a uma taxa de desconto simples de 7,8% a.m. no dia 20 de maio de 2020. Determine o valor do desconto e a quantia líquida recebida nesta operação.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P12.1) A empresa Sayajin S/A, de artigos da cultura *geek*, emitiu um título no dia 10 de março de 2020 no valor de R\$ 10.500,00, o qual tinha seu vencimento para o dia 29 de julho do mesmo ano, sabendo-se que este título foi descontado comercialmente a uma taxa de desconto simples de 7,8% a.m. no dia 20 de maio de 2020. Determine o valor do desconto e a quantia líquida recebida nesta operação.

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Na antiguidade, os babilônios e egípcios, e posteriormente os gregos e romanos, costumavam confiar a custódia de seu dinheiro aos sacerdotes. Portanto, os primeiros bancos teriam sido criados pelos sacerdotes de cada civilização, haja vista que estes, em suas organizações, ou seja, seus respectivos templos, emprestavam determinadas quantias e após determinado tempo deveria ser devolvido com uma quantia adicional, o juro (GRANDO; SCHNEIDER, 2010).

Podemos definir o Desconto Simples Comercial (ou “*por fora*”) (D_c) como:

Neste método de desconto a taxa incide sobre o valor nominal (N) do título, assim o valor do desconto é maior neste tipo de operação. O valor do desconto pode ser calculado multiplicando a taxa desconto pelo valor nominal do título e pelo prazo de antecipação (PACÍFICO, 2015, p. 44).

Temos pela definição de Desconto Comercial Simples, que este é dado por:

$$D_c = N \cdot i \cdot n$$

Demonstração da fórmula para o cálculo do Valor Líquido Futuro no Desconto Simples Comercial

Após a demonstração obtemos, portanto, a seguinte equação para determinar o Valor Líquido Futuro a ser recebido após o desconto (V_f):

$$V_f = N (1 - i_c \cdot n)$$

Em que:

D_c = Desconto Simples Comercial

N = valor nominal

i_c = taxa de desconto comercial

n = período de tempo

V_f = valor líquido recebido após o desconto

Cabe destacar que a diferença entre o desconto e o juros é que o desconto corresponde a uma descapitalização, ou seja, com a antecipação tem-se o desconto sobre um certo capital ou montante.

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

- ✓ **O problema P13 você deverá resolvê-lo utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.**

P13) Pedro pretende negociar um título, cujo valor na data de vencimento (15 de setembro de 2020) é de R\$ 36.000,00. Sabe-se que se Pedro pagar no dia 17 de junho do mesmo ano o valor na data do desconto será é R\$ 34.436,10. Calcule a taxa mensal de desconto comercial simples que será aplicada sob este título.

Resolução do grupo

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P14

- I. Para resolução desta questão P14, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico.
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P14) Dalila resgatou uma nota promissória no dia 16 de abril de 2020. Sabe-se que o valor desta era de R\$ 5.000,00 e seu vencimento estava marcado para o dia 10 de julho do mesmo ano. Determine o desconto e o valor líquido desta promissória, sabendo-se que foi adotada uma taxa racional de 5% a.m.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____

Data: ____/____/____

Professor: _____

Turma: _____

P14.1) Dalila resgatou uma nota promissória no dia 16 de abril de 2020. Sabe-se que o valor desta era de R\$ 5.000,00 e seu vencimento estava marcado para o dia 10 de julho do mesmo ano. Determine o desconto e o valor líquido desta promissória, sabendo-se que foi adotada uma taxa racional de 5% a.m.

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

A respeito da origem dos bancos e as cobranças de juros, Gonçalves (2005) infere que

A história também revela que a ideia se tinha tornado tão bem estabelecida que já existia uma firma de banqueiros internacionais em 575 a.C., com os escritórios centrais na Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobradas pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comércio internacional. O juro não é apenas uma das nossas mais antigas aplicações da Matemática Financeira e Economia, mas também seus usos sofreram poucas mudanças através dos tempos (GONÇALVES, 2005, p. 2).

Diferentemente do Desconto Simples Comercial, visto anteriormente, no Desconto Simples Racional (ou “*por dentro*”) (D_r) o desconto incide sobre o valor inicial e não sobre o montante. Assim, pode-se definir este desconto como:

[...] equivalente ao juro produzido pelo valor atual do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente (CRESPO, 2009, p. 147).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Desconto Simples Racional e do Valor Líquido após o Desconto Simples Racional

Desta forma, a equação para o cálculo do Desconto Simples Racional (D_r) é dada por:

$$D_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

Obtemos, por conseguinte, o Valor Líquido a ser recebido após o Desconto Racional:

$$V_r = \frac{N}{1 + i \cdot n}$$

Em que:

D_r = Desconto Simples Racional

N = valor nominal

i = taxa

n = período de tempo

V_r = valor líquido recebido após o desconto

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

- ✓ O problema P15 você deverá resolvê-lo utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P15) Renan pretende negociar uma nota promissória, cujo vencimento estava marcado para o dia 05 de agosto de 2020. Se Renan pagar esta promissória até o dia 07 de maio de 2020, o valor líquido na data do desconto é de R\$ 24.107,14. Tendo em vista que o seu valor nominal é de R\$ 27.000,00, determine a taxa mensal de Desconto Racional Simples aplicada sobre esta promissória.

Resolução do grupo

3. ATUAÇÃO INVESTIGATIVA

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo, na qual seja possível a resolução por meio da utilização do Desconto Simples (Comercial ou Racional). Resolva-a passo a passo, utilizando a fórmula aprendida nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e com a calculadora científica. Registre o passo a passo dos comandos adotados em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.

❖ **Atividades Conceituais-Reflexivas**

Nome: _____ **Data:** ____/____/____

Professor: _____ **Turma:** _____

1) Como visto, os conceitos de banco e banqueiro, bem como, a cobrança de juros, já estavam instaurados com os Babilônios há cerca de 575 anos a.C., porém de forma rudimentar, evoluindo de forma gradual, até chegar aos modelos bancários como conhecemos hoje. Na sua opinião, qual era a importância dos bancos na antiguidade e qual a importância deles nos dias atuais? Comente.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem do Desconto Simples (Comercial e Racional)? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 4

Apresentação da Unidade	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ⁶ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdo Abordado	Desconto Composto: ✓ Desconto Composto Comercial; ✓ Desconto Composto Racional.
Objetivos da Unidade	✓ Compreender os conceitos de Desconto Composto Comercial e Racional. ✓ Calcular Desconto Composto Comercial e Racional utilizando a sua respectiva fórmula. ✓ Demonstrar as fórmulas para o cálculo do Desconto Composto Comercial e do Desconto Composto Racional. ✓ Calcular Desconto Composto Comercial e Racional utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	5 horas/aula.



“Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda.”

(Paulo Freire)

⁶ Todas as resoluções das questões propostas neste item estão contidas no apêndice deste trabalho.

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P16

- I. Para resolução desta questão P16, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou procedimento utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P16) O proprietário de uma lanchonete, com o objetivo de aumentar seu estoque para as festas de final de ano, adquiriu no mês de maio um título financeiro no valor de R\$ 24.500,00, cujo vencimento fora marcado para o dia 15 de outubro de 2020. Porém, no dia 02 de agosto do mesmo ano este título já foi descontado pelo método do Desconto Composto Comercial a uma taxa de 1,2% a.m. Determine o valor líquido que foi creditado na conta do cliente, bem como o valor que foi descontado.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P16.1) O proprietário de uma lanchonete, com o objetivo de aumentar seu estoque para as festas de final de ano, adquiriu no mês de maio um título financeiro no valor de R\$ 24.500,00, cujo vencimento fora marcado para o dia 15 de outubro de 2020. Porém, no dia 02 de agosto do mesmo ano este título já foi descontado pelo método do Desconto Composto Comercial a uma taxa de 1,2% a.m. Determine o valor líquido que foi creditado na conta do cliente, bem como o valor que foi descontado.

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos⁷:

Nota Histórica

Já na era cristã, a Igreja Católica criou, então, o Banco do Espírito Santo, tendo como intuito a facilitação de cobranças, como: dízimo, impostos e outras indulgências. Mas também começou a fazer empréstimo aos seus fiéis, desempenhando um papel de monopólio absoluto desta prática, pois proibia e condenava quaisquer pessoas que emprestassem dinheiro a juros (GRANDO; SCHNEIDER, 2010).

Ao mesmo tempo lançou um anátema e condenou às masmorras da inquisição os cidadãos que emprestavam dinheiro a juros, mesmo que este juro fosse menor do que aquele que ela exigia por seu dinheiro. A Igreja proibia a seus fiéis que cobrassem juros por seu dinheiro, invocando como autoridade a Sagrada Escritura, onde se lê: “Amai, pois, vossos inimigos e fazei o bem, e emprestei, nada esperando disso” (São Lucas, 6,35). Na realidade, esta proibição era motivada por um interesse econômico muito “mundano”: a Igreja ambicionava assegurar para si o monopólio absoluto na exação de juros (GONÇALVES, 2005, p. 4).

⁷ Neste trabalho, o sentido das notas históricas é informar ao aluno acerca dos fatos históricos que ocorreram ligados a aspectos financeiros, sem qualquer intenção de incitar julgamentos religiosos. Cabendo destacar ainda que a Igreja Católica não realiza mais este tipo de operação.

Demonstração da fórmula para o cálculo de Desconto Composto Comercial e do Valor Líquido após o desconto

E assim como no Desconto Simples Comercial (ou “*por fora*”), no regime de capitalização composta, o Desconto Composto Comercial (D_c) é calculado sobre o montante. Desta forma, este desconto:

“consiste em sucessivos descontos sobre o valor nominal (desconto sobre desconto)” (PACÍFICO, 2015, p. 51).

Após a generalização, podemos considerar que o Valor Líquido, após o desconto, será de:

$$V_f = N(1 - d)^n$$

Tendo que o Desconto Composto Comercial é expresso como:

$$D_c = N[1 - (1 - d)^n]$$

Na qual:

D_c = Desconto Composto Comercial

N = Valor Nominal

d = Taxa de Juros

n = Período de tempo

V_f = Valor Líquido

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ **O problema P17 você deverá resolvê-lo utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.**

P17) A empresa de insumos agrícolas LUDITK S/A, deve a um banco a quantia de R\$ 50.000,00, cujo vencimento se dará em 1 ano. No entanto, 3 meses antes do vencimento da dívida, a empresa decide quitar o empréstimo e solicita ao banco um desconto.

O banco informa que trabalha de acordo com a modalidade de Desconto Composto Comercial, atuando com uma taxa de desconto de 2,9% a.m. Assim, determine o Valor Líquido que a empresa deverá pagar ao banco quando realizar a antecipação. E qual será o valor descontado?

Resolução do grupo

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P18

- I. Para a resolução desta questão P18, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P18) Joana pretende iniciar uma pequena confeitaria para confecção de panetones em dezembro, e para conseguir estoque de materiais e produtos para prepará-los ela adquiriu uma duplicata no valor de R\$ 15.000,00 com vencimento para 08 de novembro de 2020. Porém, no dia 05 de setembro do mesmo ano uma loja de artigos para confeitaria entrou em promoção e, para não perder estes descontos, Joana descontou sua duplicata pelo método do Desconto Composto Racional em um banco a uma taxa de 0,1466% a.d. Determine o valor líquido a ser depositado na conta de Joana, bem como o valor a ser descontado desta duplicata.

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P18.1) Joana pretende iniciar uma pequena confeitaria para confecção de panetones em dezembro, e para conseguir estoque de materiais e produtos para prepará-los ela adquiriu uma duplicata no valor de R\$ 15.000,00 com vencimento para 08 de novembro de 2020. Porém, no dia 05 de setembro do mesmo ano, uma loja de artigos para confeitaria entrou em promoção e, para não perder estes descontos, Joana descontou sua duplicata pelo método do Desconto Composto Racional em um banco a uma taxa de 0,1466% a.d. Determine o valor líquido a ser depositado na conta de Joana, bem como o valor a ser descontado desta duplicata.

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Apesar das tentativas da Igreja Católica de conter a realização dos empréstimos, estas foram em vão. Com a expansão do comércio em grande escala, esta já exigia uma rede bancária que fosse bem mais ampla. Cabe destacar que foi na Itália onde surgiram os primeiros bancos, os quais atuavam em grande escala, atendendo todos os territórios conhecidos da época. Ainda de acordo com Grandó e Schneider (2010)

[...] o primeiro banco privado foi fundado em Veneza, pelo duque Vitali, no ano de 1157. Nos séculos XIII, XIV e XV, houve a criação de toda uma rede bancária, e a Igreja teve de aceitar a nova realidade, de que não estava mais sozinha nesse ramo de negócio (GRANDÓ; SCHNEIDER, 2010, p. 48-49).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Desconto Composto Racional e Valor Líquido após o desconto

Assim, temos que o Desconto Composto Racional (D_r) (ou “*por dentro*”) é aquele calculado sobre o capital do título financeiro, sendo então:

“[...] estabelecido segundo as conhecidas relações do regime de juros compostos” (ASSAF NETO, 2012, p. 55).

Portanto, o Valor Líquido Atual após o Desconto Racional (V_r) é dado por:

$$V_r = \frac{N}{(1+i)^n}$$

Tendo assim, que Desconto Composto Racional possui a seguinte expressão de cálculo:

$$D_r = N \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Em que:

D_r = Desconto Composto Racional

V_r = valor atual

N = valor nominal

i = taxa

n = período de tempo

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ O problema P19 você deverá resolvê-lo utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P19) Matheus deseja descontar uma nota promissória 6 meses antes do vencimento desta, pois irá utilizar a quantia na reforma do seu apartamento. Sabendo-se que o valor nominal deste título é de R\$ 30.000,00 e que o banco em que irá descontar a nota promissória atua sob a modalidade de Desconto Composto Racional, com uma taxa de 1,8% a.m. Com base nestas informações, qual será o valor líquido recebido por Matheus?

Resolução do grupo

3. ATUAÇÃO INVESTIGATIVA

Nome: _____ Data: ____/____/____

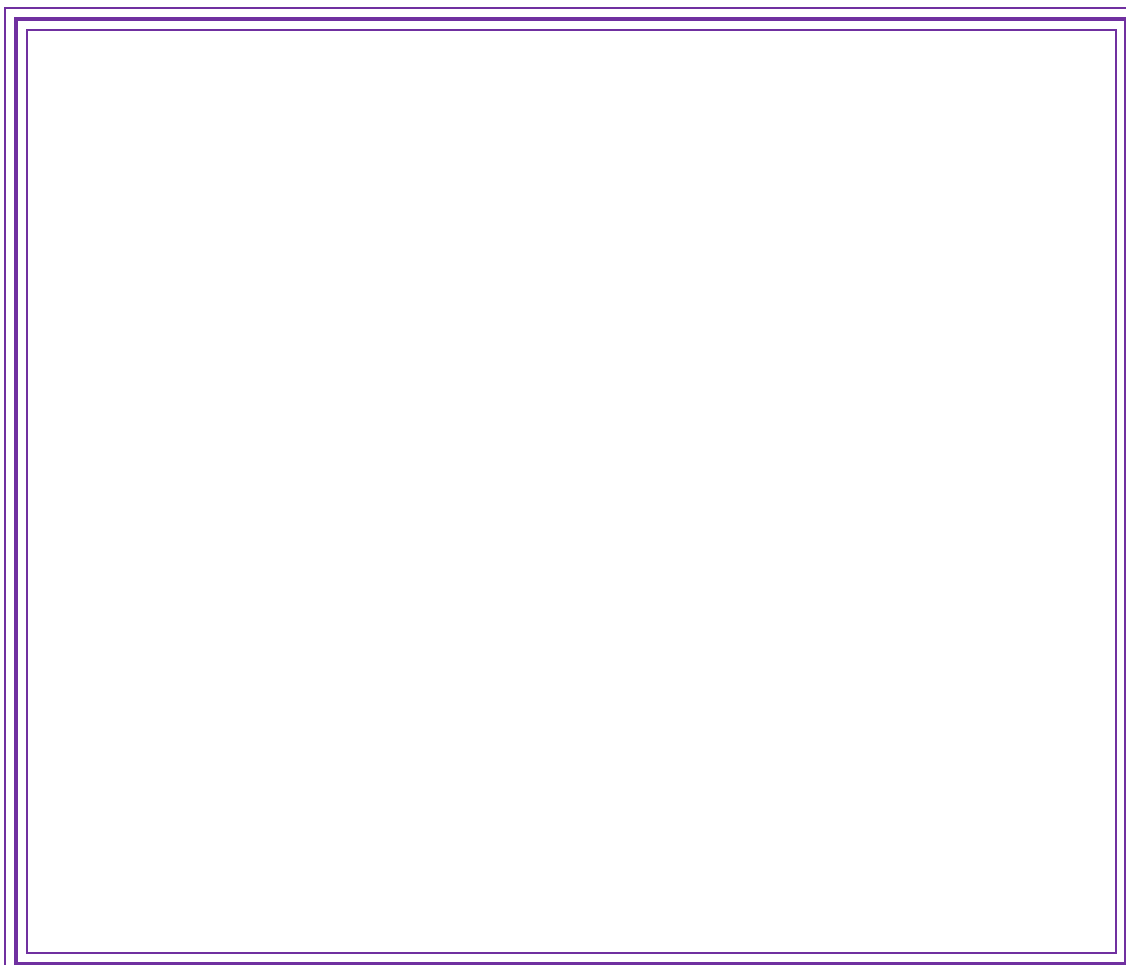
Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo e que seja possível a resolução por meio da utilização do Desconto Composto (Comercial ou Racional). Resolva-a passo a passo, utilizando a fórmula aprendida nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e a calculadora científica. Registre o passo a passo adotado em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.



❖ Atividades Conceituais-Reflexivas

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

1) A igreja Católica criou o chamado “Banco do Espírito Santo”, com o intuito de facilitar a cobrança de dízimo e outros indutos. Porém, com o tempo, a igreja começou a realizar empréstimos, tentando assim monopolizar o mercado bancário, algo que não perdurou por muito tempo, haja vista que, com a expansão do comércio, houve também a necessidade de ampliação da rede bancária. Nos dias atuais, a ampliação dos comércios também influencia nas ofertas de novos bancos e/ou modalidades de empréstimos? Comente.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem do Desconto Composto (Comercial e Racional)? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 5

Apresentação da Unidade	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ⁸ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdo Abordado	Equivalência de Taxas.
Objetivos da Unidade	<ul style="list-style-type: none">✓ Compreender o conceito de Equivalência de Taxas.✓ Calcular Equivalência de Taxas utilizando a sua respectiva fórmula.✓ Demonstrar a fórmula de Equivalência de Taxas.✓ Calcular a Equivalência de Taxas utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	2 horas/aula.



*“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo.
Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós
ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos
sempre.”*

(Paulo Freire)

⁸ Todas as resoluções das questões propostas neste item estão contidas no apêndice deste trabalho.

1. CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P20

- I. Para resolução desta questão P20, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 30 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P20) Lilian pretende realizar uma aplicação financeira sob o regime de Juros Compostos, a qual possui uma taxa de 9,6% a.a. Caso esta fosse uma operação mensal, de quanto seria a taxa de juros para este mesmo investimento?

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P20.1) Lilian pretende realizar uma aplicação financeira sob o regime de Juros Compostos, a qual possui uma taxa de 9,6% a.a. Caso esta fosse uma operação mensal, de quanto seria a taxa de juros para este mesmo investimento?

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Tem-se que, com a intensificação do comércio houve a necessidade de criar-se uma unidade padrão para estas transações comerciais. A respeito disso, Ifrah (1997) infere que

[...] a primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C., na *Ilíada* de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, vêem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro (p. 146).

A utilização do boi, como unidade de troca, decorreu de algumas vantagens apresentadas pelo animal, como sua utilização no arado, reprodução, produção de carne, couro e leite, entre outros. Tem-se daí o surgimento dos termos pecúlio, pecúnia e pecuniário (SOUSA, 2014). Mas o boi não foi a única unidade de troca utilizada na época, pois devido à utilização na conservação dos alimentos, o sal passou a ser utilizado como padrão de avaliação para as permutas durante o Império Romano. Tem-se que desta utilização do sal como padrão de equivalência comercial é que surgiu a palavra “salário” (GRANDO; SCHNEIDER, 2010).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Equivalência de Taxas

Podemos, portanto, considerar que as Taxas Equivalentes

[...] são aquelas que, referindo-se a períodos de tempo diferentes, fazem com que um capital produza o mesmo montante num mesmo tempo (CRESPO, 2009, p. 167).

Assim, generalizando que a equação para obtermos Taxas Equivalentes é dada por:

$$i_q = \left[(1 + i_t)^{\frac{nt}{nq}} - 1 \right] \cdot 100$$

Em que:

i_q = Taxa no período de tempo desejado

i_t = Taxa no período de tempo dado

nq = Período de tempo desejado

nt = Período de tempo dado

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ O problema P21 você deverá resolvê-lo utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P21) Goku pretende realizar uma aplicação a Juros Compostos, a qual oferece uma taxa anual de 29%. Supondo-se que esta operasse de forma trimestral, qual seria a taxa equivalente para a mesma operação?

Resolução do grupo

3. ATUAÇÃO INVESTIGATIVA

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo que seja possível a resolução por meio da utilização de Equivalência de Taxas. Resolva-a passo a passo, utilizando a fórmula aprendida nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e com a calculadora científica. Registre o passo a passo adotado em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.

❖ **Atividades Conceituais-Reflexivas**

Nome: _____ **Data:** ____/____/____

Professor: _____ **Turma:** _____

1) Como visto, a necessidade da criação de um padrão para a realização de transações, não é algo recente, pois já tinha-se o boi como primeira unidade-padrão, desde o século VIII a.C. na Grécia. Comente a respeito da adoção dessas unidades-padrão para a realização das transações comerciais.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem de Equivalência de Taxas? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 6

<u>Apresentação da Unidade</u>	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ⁹ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdo Abordado	Séries Uniformes de Pagamento: ✓ Série Uniforme de Pagamento Antecipada; ✓ Série Uniforme de Pagamento Postecipada.
Objetivos da Unidade	✓ Compreender os conceitos de Séries Uniformes de Pagamento Antecipada e Postecipada. ✓ Calcular Séries Uniformes de Pagamento Antecipada e Postecipada utilizando a sua respectiva fórmula. ✓ Demonstrar as fórmulas para o cálculo da Série de Uniformes de Pagamento Antecipada e Postecipada. ✓ Calcular Séries Uniformes de Pagamento Antecipada e Postecipada utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	6 horas/aula.



“Sonhos determinam o que você quer. Ação determina o que você conquista.”

(Aldo Novak)

⁹ Todas as resoluções das questões propostas neste item, estão contidas no apêndice deste trabalho.

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P22

- I. Para resolução desta questão P22, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P22) Camila deseja comprar um carro e, ao visitar uma concessionária depara-se com a seguinte oferta para o carro desejado:

**R\$ 46.000,00 à vista, ou em 36 meses
com uma taxa de 1,99% a.m.**

Caso faça opção pelo financiamento, qual será o valor da primeira prestação a ser paga, sabendo esta será paga 1 mês após a compra?

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P22.1) Camila deseja comprar um carro e, ao visitar uma concessionária depara-se com a seguinte oferta para o carro desejado:

**R\$ 46.000,00 à vista, ou em 36 meses
com uma taxa de 1,99% a.m.**

Caso faça opção pelo financiamento, qual será o valor da primeira prestação a ser paga, sabendo esta será paga 1 mês após a compra?

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Outras mercadorias utilizadas como “moeda-mercadoria” eram os colares de pérolas e conchas utilizados nas ilhas do Pacífico. O algodão, cacau e cerâmica utilizados pelos Maias. Os tecidos, o cacau, pequenos machados em formato de T e tubos de plumas preenchidos com ouro eram utilizados pelos Asteca. Segundo Ifrah (1997, p. 146-147), este povo utilizava “a verdadeira pequena moeda com seu múltiplo, o xiquipilli, saco contendo ou supondo-se conter 8.000 grãos”. Já na China, durante os séculos XVI a XI a.C., a equivalência de troca era feita por chifres e dentes de animais, carapaças de tartarugas, conchas, couros e peles de animais e, posteriormente, adotou-se as armas e/ou ferramentas para o escambo. No Egito, as formas de pagamento adotadas eram por meio de metais como ouro, prata, cobre e bronze, cujo valor era determinado a partir de seu peso (GRANDO; SCHNEIDER, 2010).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Série Uniforme de Pagamento Postecipada

Temos, portanto, que na Série Uniforme de Pagamento Postecipada

[...] os pagamentos começam a ocorrer no final do primeiro período, ou seja, a prestação inicial do financiamento é paga no final do primeiro período do prazo contratado (ASSAF NETO, 2008 *apud* PACÍFICO, 2015, p. 64).

Desta forma, podemos considerar, após a generalização, que a fórmula para o cálculo de uma Série Uniforme de Pagamento Postecipada é dada por:

$$P_v = PMT \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n \cdot i} \right]$$

Em que:

P_v = Valor Financiado

PMT = Valor das parcelas ou prestações a serem pagas

i = Taxa de juros

n = Período de tempo

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ O problema P23 você deverá resolver utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P23) Uma loja de carros anuncia um carro usado, com a seguinte oferta:

R\$ 2.500,00 de entrada e mais 18 parcelas de R\$ 850,00 por mês

Sabendo-se que a taxa de juros de mercado é de 3,7% a.m. Qual seria o valor do preço à vista deste mesmo carro?

Resolução do grupo

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P24

- I. Para resolução desta questão P24, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P24) Mayara começou um novo emprego numa cidade vizinha à sua, desta forma precisará adquirir um veículo para ir ao seu trabalho. Então, procurou uma revenda de motos e encontrou uma de seu interesse, a qual é vendida sob as seguintes condições:

**Valor à vista R\$ 11.000,00 ou
financiada em 36 meses a uma taxa de
2,03% a.m.**

Sabendo que Mayara optou pelo financiamento e que a primeira prestação foi paga no ato da compra, quanto será o valor a ser pago por cada prestação?

Resolução do grupo

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P24.1) Mayara começou um novo emprego numa cidade vizinha à sua, desta forma precisará adquirir um veículo para ir ao seu trabalho. Então, procurou uma revenda de motos e encontrou uma de seu interesse, a qual é vendida sob as seguintes condições:

**Valor à vista R\$ 11.000,00 ou
financiada em 36 meses a uma taxa de
2,03% a.m.**

Sabendo que Mayara optou pelo financiamento e que a primeira prestação foi paga no ato da compra, quanto será o valor a ser pago por cada prestação?

Resolução individual juntamente com o professor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Grando e Schneider (2010) discorrem que a

[...] moeda de troca, no sentido moderno do termo, começou a ser utilizada quando o metal passou a ser fundido em pequenos lingotes ou peças, que eram facilmente manejáveis, de peso igual e selados com a marca oficial de uma autoridade pública, a única que podia certificar o bom preço e o bom quilate (GRANDO, SCHNEIDER, 2010, p. 46).

Tem-se que a criação deste modelo “ideal” de troca comercial, segundo a opinião de diversos especialistas, deu-se na Grécia (ou Ásia Menor) e na Lídia, no século VII a.C. E, tendo em vista as inúmeras vantagens que a utilização das moedas apresentava, sua utilização espalhou-se de forma célere pela Grécia, Fenícia, Roma entre outros povos diversos (IFRAH, 1997).

Demonstração da fórmula para o cálculo de Série Uniforme de Pagamento Antecipada

Temos, portanto, que na Série Uniforme de Pagamento Antecipada

[...] o primeiro pagamento ocorre na data 0 (zero), ou seja, o primeiro pagamento ocorre no ato da contratação do empréstimo ou financiamento, mas vale ressaltar que o valor desta primeira prestação é igual aos demais pagamentos (PACÍFICO, 2015, p. 69).

Desta forma, podemos considerar, após a generalização, que a fórmula para o cálculo de uma Série Uniforme de Pagamento Antecipada é dada por:

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right] (1+i)$$

Em que:

P_v = Valor Financiado

PMT = Valor das parcelas ou prestações a serem pagas

i = Taxa de juros

n = Período de tempo

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ O problema P25 você deverá resolver utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras utilizadas para a resolução.

P25) Uma loja de eletrônicos anuncia um *Smartphone* em parcelas iguais de R\$ 187,50, sendo que a primeira parcela deverá ser paga no ato da compra (1+12). Sabendo que esta loja cobra uma taxa de juros de 2,8% a.m., qual é o valor deste *Smartphone* se fosse comprado à vista?

Resolução do grupo

3. ATUAÇÃO INVESTIGATIVA

Nome: _____ Data: ____/____/____


Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo e que seja possível a resolução por meio da utilização de Séries Uniformes de Pagamento (Postecipada ou Antecipada). Resolva-a passo a passo, utilizando a fórmula aprendida nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e a calculadora científica. Registre o passo a passo adotado em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.



❖ Atividades Conceituais-Reflexivas

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

1) Na antiguidade, algumas mercadorias foram utilizadas como padrão de troca, como o boi, o sal, o cacau, peças de cerâmica, entre diversas outras, até chegarmos nas moedas de metal como conhecemos hoje. Comente acerca desta evolução dos padrões de troca com o passar dos anos, dando destaque às vantagens e/ou desvantagens das moedas utilizadas atualmente.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem de Séries Uniformes de Pagamentos Antecipada e Postecipada? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

UNIDADE 7

<u>Apresentação da Unidade</u>	
Organização da Unidade	Esta Unidade encontra-se dividida em três momentos: 1) Confrontação; 2) Teorização ¹⁰ ; 3) Atuação Investigativa.
Conteúdo Abordado	Sistemas de Amortização: ✓ Sistema de Amortização Constante (SAC); ✓ Sistema de Amortização Francês (PRICE).
Objetivos da Unidade	✓ Compreender os conceitos dos Sistemas de Amortização SAC e PRICE. ✓ Construir as tabelas de amortização nos sistemas SAC e PRICE. ✓ Realizar os cálculos das tabelas de amortização SAC e PRICE, utilizando a calculadora HP 12C® e a calculadora científica.
Tempo de Execução	6 horas/aula.



“Os limites só existem se você os deixar existir.”
(Son Goku)

¹⁰ Todas as resoluções das questões propostas neste item, estão contidas no apêndice deste trabalho.

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P26

- I. Para resolução desta questão P26, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P26) Gabriela possui um restaurante de comida oriental, porém devido à crise causada pela Covid-19, para manter o seu estoque ela necessitou realizar um empréstimo no valor de R\$ 10.000,00 a ser pago em 5 prestações, sabendo-se que o banco em que realizou o empréstimo opera sob o Sistema de Amortização Constante (SAC), e que este cobra uma taxa de 3,9% a.m. Construa a planilha de amortização deste empréstimo.

Resolução do grupo

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P26.1) Gabriela possui um restaurante de comida oriental, porém devido à crise causada pela Covid-19, para manter o seu estoque ela necessitou realizar um empréstimo no valor de R\$ 10.000,00 a ser pago em 5 prestações, sabendo-se que o banco em que realizou o empréstimo opera sob o Sistema de Amortização Constante (SAC), e que este cobra uma taxa de 3,9% a.m. Construa a planilha de amortização deste empréstimo.

Resolução individual juntamente com o professor

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

A criação dos bancos encontra-se diretamente relacionada à origem da Matemática Financeira, conforme afirma Gonçalves (2005), o

[...] surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros compostos e ao uso da Matemática Comercial e Financeira, de modo geral. Na época em que o comércio começava a chegar ao auge, uma das atividades do mercador foi também a do comércio de dinheiro: com o ouro e a prata. Nos diversos países eram cunhadas moedas de ouro e prata. [...] assim os bancos foram um dos grandes propulsores práticos para o avanço da Matemática Comercial e Financeira e da Economia durante os séculos X até XV. Pois, sem essa motivação para o aprimoramento dos cálculos, talvez essa área de Matemática não estivesse tão avançada nos dias atuais (GONÇALVES, 2005, p. 4-6).

No Sistema de Amortização Constante (SAC),

[...] o mutuário¹¹ paga a dívida em prestações periódicas e imediatas, que englobam juros e amortizações. A diferença é que, neste sistema, a amortização é constante em todos os períodos. Como os juros são cobrados sobre o saldo devedor e a amortização é constante, as prestações são decrescentes (CRESPO, 2009, p. 227).

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
Número de períodos	$ASD = \frac{PV}{n}$	$J = SD \cdot i$	$PMT = ASD + J$	$SD = SD_{n-1} - ASD$

Em que:

$ASD =$ amortização

$J =$ juros

$PV =$ capital emprestado

$i =$ taxa de juros

$n =$ período

$SD =$ saldo devedor

$PMT =$ valor de cada prestação $SD_{t-1} =$ saldo devedor do período anterior

¹¹ De acordo com o dicionário Houaiss (2009), Mutuário é “pessoa que recebe o empréstimo no contrato de mútuo; Recebedor”.

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

- ✓ O problema P27 você deverá resolver utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P27) Kawane necessita de um empréstimo para criação de sua nova loja *on-line* de roupas “KD MEU LOOK”, para tal procurou um banco e realizou um empréstimo no valor de R\$ 15.000,00 para adquirir estoque inicial para sua loja. Sabe-se que no banco onde realizou o empréstimo é cobrada uma taxa mensal de 5,6% e, que este é feito em 12 prestações utilizando o Sistema de Amortização Constante (SAC). Tendo como base as informações supracitadas, construa a tabela de amortização deste empréstimo.

Resolução do grupo

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

1.

CONFRONTAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

Instruções para resolução da questão P28

- I. Para resolução desta questão P28, organize-se em grupos de 3 a 4 alunos;
- II. Leia atentamente a questão antes de respondê-la;
- III. O tempo para resolução da questão é de no máximo 40 minutos;
- IV. Todo e qualquer raciocínio e/ou método utilizado para resolução deverá ser registrado no quadro abaixo da questão;
- V. Não é permitida a consulta a qualquer tipo de material, seja ele impresso ou eletrônico;
- VI. Não é permitida a troca de informações entre os grupos.

P28) Ronaldo planeja trocar sua moto por um modelo mais novo, para tal procurou uma financiadora para realizar um empréstimo para completar a quantia de R\$ 4.000,00 que faltava para finalizar a comprar. A financiadora fez a proposta a Ronaldo de um financiamento para ser pago em 6 meses no Sistema de Amortização Francês (PRICE), sendo cobrada uma taxa de 3,8% a.m. Com base nestas informações, construa a planilha de amortização deste financiamento.

Resolução do grupo

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

2.

TEORIZAÇÃO

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

P28.1) Ronaldo planeja trocar sua moto por um modelo mais novo, para tal procurou uma financiadora para realizar um empréstimo para completar a quantia de R\$ 4.000,00 que faltava para finalizar a comprar. A financiadora fez a proposta a Ronaldo de um financiamento para ser pago em 6 meses no Sistema de Amortização Francês (PRICE), sendo cobrada uma taxa de 3,8% a.m. Com base nestas informações, construa a planilha de amortização deste financiamento.

Resolução individual juntamente com o professor

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

I. Apresentação dos Conceitos:

Nota Histórica

Segundo Medeiros (2003, p. 19), “[...] foram os dedos das mãos e dos pés os primeiros instrumentos que o homem primitivo utilizou para atender a diferentes necessidades, como a de controlar a quantidade de animais dos rebanhos utilizados em seu sustento”.

Conforme o decorrer dos anos, e a intensificação das transações comerciais, os instrumentos utilizados para o cálculo também foram sofisticando-se. E no que tange aos instrumentos utilizados para a contagem, podem-se citar as tábuas matemáticas, o ábaco, as tabelas e régua de cálculo. É sabido que diversos povos da antiguidade utilizavam-se da aritmética para resolução de problemas matemáticos presentes em seu cotidiano, no entanto, na medida em que as contagens passaram a ser mais extensas, estes processos de contar necessitaram ser escritos e sistematizados (GRANDO; SCHNEIDER 2010).

Ao contrário do Sistema de Amortização Constante (SAC) visto anteriormente, em que as amortizações são constantes, temos que no Sistema de Amortização Francês (PRICE),

[...] as prestações é que devem ser iguais, periódicas e sucessivas – por isso, também é chamado de Sistema de Prestação Constante (SPC) (PACÍFICO, 2015, p. 82).

Períodos	Amortização	Juros
Número de períodos	$ASD_n = PMT - J_n$	$J_n = SD_{n-1} \cdot i$
Prestação		Saldo Devedor
$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$		$SD_n = SD_{n-1} - ASD_n$

Em que:

ASD_n = amortização no período n J_n = juros no período n

PV = capital emprestado i = taxa de juros

n = período SD_n = saldo devedor no período n

PMT = valor de cada prestação SD_{t-1} = saldo devedor do período anterior

SD_{n-1} = Saldo devedor do período anterior

II. Atividades de Complementação:

Nome: _____ Data: ____/____/____

Professor: _____ Turma: _____

✓ O problema P29 você deverá resolver utilizando a fórmula apresentada nesta unidade, bem como, deixar os registros dos comandos das calculadoras que foram utilizadas para a resolução.

P29) Com vista a quitar dívidas hospitalares devido a uma cirurgia de emergência que teve que se submeter, Lorena teve que realizar um empréstimo pessoal no valor de R\$ 5.000,00, que será pago em 8 meses a uma taxa 6% a.m., a ser calculado pelo Sistema PRICE. Construa a planilha deste financiamento.

Resolução individual juntamente com o professor

Parcelas	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor

3. **ATUAÇÃO INVESTIGATIVA**

Nome: _____ Data: ____/____/____


Professor: _____ Turma: _____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

I. Com base nos conceitos de Matemática Financeira vistos até o momento, elabore uma situação-problema, tendo como perspectiva alguma situação já vivenciada por algum integrante do grupo e que seja possível a resolução por meio da utilização dos Sistemas de Amortização (SAC ou PRICE). Resolva-a passo a passo, utilizando as fórmulas aprendidas nesta unidade, bem como com o simulador da calculadora HP 12C® e a calculadora científica. Registre o passo a passo adotado em cada uma das resoluções;

II. A atividade deverá ser entregue até a data do próximo encontro;

III. Todo e qualquer raciocínio ou método utilizado para resolução deverá estar contido no quadro abaixo, juntamente com a situação-problema.



❖ **Atividades Conceituais-Reflexivas**

Nome: _____ **Data:** ____/____/____

Professor: _____ **Turma:** _____

1) Com o passar dos anos, as ferramentas e métodos para solucionar problemas e, em específico, os problemas relacionados à matemática financeira, foram sendo aprimorados em função das necessidades vivenciadas na época. Comente a respeito de alguma situação que você acredita que possa ter motivado a criação de tais métodos e ferramentas que otimizassem a solução de tais problemas.

2) Em sua opinião, as atividades que desenvolvemos nos três momentos desta Unidade oportunizaram a você a aprendizagem dos Sistemas de Amortização SAC e PRICE? Comente.

3) Você considera que as calculadoras HP 12C® e científica facilitaram as resoluções de problemas envolvendo os conceitos abordados nesta unidade? Comente.

APÊNDICES

**APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA
UNIDADE 1**

❖ **Resolução do problema P1.1 e Demonstração da Fórmula de Juros Simples**

Período	Cálculo detalhado	Registro sintético
1	$J_1 = 18000.0,036$	$J_1 = 18000.0,036.1$
2	$J_2 = 18000.0,036 + 180000.0,036$	$J_2 = 18000.0,036.2$
3	$J_3 = 18000.0,036 + 180000.0,036 + 18000.0,036$	$J_3 = 18000.0,036.3$
	$J = 1944$	$J = 1944$
:	:	:

Agora, vamos deduzir a fórmula dos juros simples: consideremos um capital “C” qualquer, aplicado a uma taxa “i” por período durante “n” períodos de tempo.

1	$J_1 = C.i$	$J_1 = C.i.1$
2	$J_2 = C.i + C.i$	$J_2 = C.i.2$
3	$J_3 = C.i + C.i + C.i$	$J_3 = C.i.3$
	· · ·	
	· · ·	
	· · ·	
n	$J_3 = \underbrace{C.i + C.i + C.i + \dots + C.i}_n$	$J = C.i.n$ (1)

❖ **Resolução de Atividades de Complementação – Juros Simples**

Resolução do problema P2

Fórmula
$J = R\$ 1.530,00$ $C = R\$ 7.200,00$ $i = ?$ $n = 24 \text{ meses}$
$J = C.i.n$ $1530 = 7200.i.24$ $1530 = 172800.i$ $i = \frac{1530}{172800}$ $i = 0,008854 \text{ ou } 0,8854\%$

Resolução problema P3

Fórmula
$J = R\$ 3564,00$ $C = ?$ $i = 4,5\% \text{ a.m ou } 0,045$ $n = 2 \text{ ano} = 24 \text{ meses}$
$J = C \cdot i \cdot n$ $3564 = C \cdot 0,045 \cdot 24$ $3564 = 1,08C$ $C = \frac{3564}{1,08}$ $C = R\$ 3.300,00$

Resolução problema P4

Fórmula
$J = R\$ 520,00$ $C = R\$ 1024,00$ $i = 3,8\% \text{ a.m ou } 0,038$ $n = ?$
$J = C \cdot i \cdot n$ $520 = 1024 \cdot 0,038 \cdot n$ $520 = 38,912n$ $n = \frac{520}{38,912}$ $n = 13,36 \cong 14 \text{ meses}$

❖ Resolução do problema P5.1 e Demonstração da Fórmula do Montante

1º Forma de Resolução:
$J = ?$ $M = ?$ $C = R\$ 35.500,00$ $i = 3,8\% \text{ ou } 0,038$ $n = 8 \text{ meses}$
LEMBRE-SE 4 bimestres equivalem a 8 meses.
$J = C \cdot i \cdot n$ $J = 35500 \cdot 0,038 \cdot 8$ $J = 10792$
Os Juros obtidos ao final do período serão igual a R\$ 10.792,00.

$$M = C + J$$

$$M = 35500 + 10792$$

$$M = 46292$$

A partir da definição de montante podemos evidenciar a seguinte relação:

$$M = C + J \quad (2)$$

Substituindo a fórmula do Juro Simples (1) em (2), tem-se:

$$M = C + C.i.n$$

Evidenciando o fator comum que é o capital, obtemos que o montante pode ser obtido da seguinte forma:

$$M = C(1 + i.n)$$

Observação:

1) Embora a fórmula tenha sido deduzida para n inteiro, ela é estendida para n fracionário.

2º Forma de resolução utilizando a fórmula direta do montante:

$$M = C(1 + i.n)$$

$$M = 35500(1 + 0,038.8)$$

$$M = 35500(1 + 0,304)$$

$$M = 35500.1,304$$

$$M = R\$ 46.292,00$$

❖ **Resolução das operações na calculadora HP 12C®**

Operação	Digitação calculadora HP 12C®
a) 238 + 43	[f] [Reg] (Limpar o Visor) [238][ENTER][43][+] Visor = 281
b) 961 - 324	[f] [Reg] (Limpar o Visor) [961][ENTER][324][-] Visor = 637
c) 265,75 ÷ 2,5	[f] [Reg] (Limpar o Visor) [265,75][ENTER][2,5][÷] Visor = 106,3
d) 46,7 × 19	[f] [Reg] (Limpar o Visor) [46,7][ENTER][19][×] Visor = 887,3
e) (2 + 6) × (9 - 4)	[f] [Reg] (Limpar o Visor) [2][ENTER][6][+][9][ENTER][4][-][×] Visor = 40

$f) (7 \times 6) - (8 - 4) \div (3 + 2)$	$[f] [Reg] (Limpar\ o\ Visor)$ $[7] [ENTER] [6] [\times] [8] [ENTER] [4] [-] [-]$ $[3] [ENTER] [2] [+] [\div]$ Visor = 7,6
--	--

❖ **Resolução do problema P5.1 com a utilização das calculadoras**

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
Conversão de taxa de Juros $f Reg (Limpar\ o\ Visor)$ 3,8 [Enter] 12[×] Visor = 45,6	$(35500 \times (3,8 \div 100) \times 8) =$ Visor = 10.792 + 35500 = Visor = 46.292
Conversão de tempo $f Reg (Limpar\ o\ Visor)$ 8 [Enter] 30[×] Visor = 240	<div style="border: 1px solid #0070C0; border-radius: 15px; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Na HP 12C®, para realizar os cálculos dos Juros em Juros Simples, a taxa (i) deverá SEMPRE ser anual.</p> </div> <div style="border: 1px solid #0070C0; border-radius: 15px; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Na HP 12C®, para realizar os cálculos dos Juros em Juros Simples, o tempo (n) deverá SEMPRE ser dado em dias.</p> </div>
Obtenção do Juros e do Montante $f Reg (Limpar\ o\ Visor)$ 35500 [CHS] [PV] 240 [n] 45,6 [i] [f][INT] Visor = 10.792,00 [PV] [+] Visor = 46.292,00	

❖ **Resolução Atividades de Complementação – Montante**

Resolução problema P6

Fórmula
$M = R\$ 53.000,00$ $C = R\$ 29.000,00$ $i = 4,6\% \text{ ou } 0,046$ $n = ?$
$M = C(1 + i.n)$ $53000 = 29000(1 + 0,046.n)$ $53000 = 29000 + 1334.n$ $53000 - 29000 = 1334.n$ $24000 = 1334.t$ $t = \frac{24000}{1334}$

$n = 17,99$ ou $\cong 18$ meses	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<i>f Reg (Limpar o Visor)</i> 29000 [Enter] 53000 [$\Delta\%$] 4,6 [\div] Visor = 17,99	$((53000 - 29000) \div (29000 \times (4,6 \div 100))) =$ Visor = 17,99
Assim, temos que o tempo aplicado a este capital é de aproximadamente 18 meses.	

Resolução do problema P7

Fórmula	
$J = ?$ $C = ?$ $M = R\$ 6.000,00$ $i = 1,9\%$ ou $0,019$ $n = 2$ anos ou 24 meses	
$M = C(1 + i.n)$ $6000 = C(1 + 0,019.24)$ $6000 = C.(1 + 0,456)$ $6000 = C.1,456$ $C = \frac{6000}{1,456}$ $C = R\$ 4.120,87$	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<i>f Reg (Limpar o Visor)</i> 24 [Enter] 1,9 [\times] 100[+] 6000 [%T] Visor = 4.120,87	$\left(6000 \div \left(1 + ((1,9 \div 100) \times 24)\right)\right) =$ Visor = 4.120,87
Assim, o capital que deverá ser aplicado é de R\$ 4.120,87.	

Resolução do problema P8

Fórmula
$C = R\$ 1.000,00$ $M = R\$ 1.120,00$ $i = ?$ $n = 6$ meses
$M = C(1 + i.n)$ $1120 = 1000(1 + i.6)$

$$1120 = 1000 + 6000i$$

$$1120 - 1000 = 6000i$$

$$120 = 6000i$$

$$i = \frac{120}{6000}$$

$$i = 0,02 = 2\%$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<i>f Reg (Limpar o Visor)</i> 1000 [Enter] 1120 [Δ%] 6 [÷] Visor = 2	$\left(\left((1120 - 1000) \div (1000 \times 6) \right) \times 100 \right) =$ Visor = 2
Desta forma, a taxa de juros utilizada neste fundo de investimento é de 2% a.m.	

**APÊNDICE B – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA
UNIDADE 2**

❖ **Demonstração da Fórmula de Juros Compostos e resolução do problema P9.1**

Demonstração

A partir da conceituação do regime de capitalização a ser trabalhado nesta unidade, vamos agora fazer a apresentação da fórmula para o cálculo deste tipo de Juros. Vamos considerar o mesmo problema P1.1 da unidade anterior, só que adotando o regime de capitalização composta. Assim temos que:

Período	Juros	Montante
0	-----	18000
1	$J = 18000 \cdot 0,036 = 648$	$M = 18000 + 648 = 18648$
2	$J = (18000 + 648) \cdot 0,036 = 671,32$	$M = 18648 + 671,32 = 19319,32$
3	$J = (18648 + 671,32) \cdot 0,036 = 695,49$	$M = 19319,32 + 695,49 = 20014,81$

Assim, podemos considerar que o montante sob o regime de Juros Compostos é maior que no regime de Juros Simples (a partir do segundo período). Agora, vamos considerar um capital C qualquer, uma taxa de juros i também qualquer e calcular o montante obtido a juros compostos após n períodos de tempo.

Período	Montante	Registro Sintético
1	$M_1 = C + C \cdot i$	$M_1 = C \cdot (1 + i)$
2	$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1(1 + i) = C(1 + i) \cdot (1 + i)$	$M_2 = C(1 + i)^2$
3	$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1 + i) = C(1 + i)^2(1 + i)$	$M_3 = C(1 + i)^3$
N	$M_n = M_{n-1} + M_{n-1} \cdot i = M_{n-1}(1 + i) = C(1 + i)^{n-1} \cdot (1 + i)$	$M_n = C(1 + i)^n$

Finalmente:

$$M = C(1 + i)^n$$

Resolução Problema P9.1

$M = ?$

$J = ?$

$C = R\$ 15.000,00$

$i = 1,74\% \text{ a. m ou } 0,0174$

$n = 3 \text{ anos ou } 36 \text{ meses}$

Assim como nos Juros Simples, o cálculo utilizando a fórmula dos Juros Compostos, **SEMPRE** utilizaremos a taxa de juros (i) na forma decimal, ou seja, $\frac{i}{100}$.

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 15000(1 + 0,0174)^{36}$$

$$M = 15000 \cdot 1,0174^{36}$$

$$M = 15000 \cdot 1,8608$$

$$M = 27.912,17$$

Logo, a quantia que será paga ao final do período é de R\$ 27.912,17.

$$M = C + J$$

$$J = M - C$$

$$J = 27912,17 - 15000$$

$$J = 12.912,17$$

Assim, os juros que foram acumulados ao final do período são iguais a R\$ 12.912,17.

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
[f] [Reg] (Limpar o Visor)	(35500 × (3,8 ÷ 100) × 8) =
15000 [CHS] [PV]	Visor = 10.792
36 [n]	+ 35500 =
1,74 [i]	Visor = 46.292
[FV]	
Visor = 27.912,17	
15000 [-]	
Visor = 12.912,17	

❖ Resolução das Atividades de Complementação – Juros Compostos

Resolução do Problema P10

Fórmula	
$M = R\$48.284,26$ $C = R\$ 42.000,00$ $i = ?$ $n = 1 \text{ semestre ou } 6 \text{ meses}$	
$M = c(1 + i)^n$ $48284,26 = 42000(1 + i)^6$ $\frac{48284,26}{42000} = (1 + i)^6$ $1,149625238 = (1 + i)^6$ $\sqrt[6]{1,149625238} = \sqrt[6]{(1 + i)^6}$ $1,023511472 = 1 + i$ $i = 1,023511472 - 1$ $i = 0,023511472 \text{ ou } 2,35\%$	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
[f] [Reg] (Limpar o Visor)	(48284,26 ÷ 42000) =

42000 [CHS] [PV]	$AC \left(\left((6^{\sqrt{x}} \text{Ans}) - 1 \right) \times 100 \right) =$ Visor = 2,35
48284,26 [FV]	
6 [n]	
[i]	
Visor = 2,35	
Desta forma, a taxa de juros que foi cobrada nessa operação é de 2,35%.	

Resolução do Problema P10

Fórmula	
$M = ?$ $J = R\$ 2.547,23$ $C = R\$ 7.737,00$ $i = 2,4\% \text{ ou } 0,024$ $n = ?$	
$M = C + J$ $M = 7737 + 2547,23$ $M = 10284,23$	
$M = C(1 + i)^n$ $10284,23 = 7737(1 + 0,024)^n$ $\frac{10284,23}{7737} = 1,024^n$ $1,329227091 = 1,024^n$ $\log 1,329227091 = n \log 1,024$ $n = \frac{\log 1,329227091}{\log 1,024}$ $n = \frac{0,123599183}{0,010299956}$	
$n \cong 12 \text{ meses}$	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
[f][Reg] (Limpar o Visor) 7737 [Enter] 2547,23 [+] [FV] 7737 [CHS] [PV] 2,4 [i] [n] Visor = 12 meses	$(10284,23 \div 7737) =$ $AC ((\log \text{Ans}) \div (\log(1 + (2,4 \div 100)))) =$ Visor = 11,99 \cong 12 meses
O tempo de aplicação desta será de aproximadamente 12 meses.	

APÊNDICE C – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA
UNIDADE 3

❖ Resolução do problema P12.1 e demonstração da Fórmula do Desconto Simples Comercial

Demonstração	
Tem-se que o desconto é dado por: $D_c = N \cdot i_c \cdot n \quad (1)$	
E que o valor líquido a ser recebido após o desconto é obtido por meio da expressão: $V_f = N - D_c \quad (2)$	
Substituindo (1) em (2), temos: $V_f = N - N \cdot i_c \cdot n$	
Finalmente: <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px;">$V_f = N (1 - i_c \cdot n)$</div>	
Resolução do problema P12.1	
$V_f = ?$ $D_c = ?$ $N = R\$ 10.500,00$ $i_c = 7,8\% \text{ a.m que equivale a } 0,26\% \text{ a.d} = 0,0026.$ $n = 70 \text{ dias}$ $D_c = N \cdot i_c \cdot n$ $D_c = 10500 \cdot 0,0026 \cdot 70$ $D_c = R\$ 1.911,00$ $V_f = N - D_c$ $V_f = 10500 - 1911$ $V_f = R\$ 8.589,00$ Outra forma de obter-se o Valor líquido: $V_f = N(1 - i_c \cdot n)$ $V_f = 10500(1 - 0,0026 \cdot 70)$ $V_f = 10500 \cdot 0,818$ $V_f = R\$ 8.589,00$	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>[f] [Reg] (Limpar o Visor)</td></tr> <tr><td>10500 [CHS] [PV]</td></tr> <tr><td>70 [n]</td></tr> <tr><td>93,6 [i]</td></tr> <tr><td>[f] [INT]</td></tr> <tr><td>Visor = 1.911,00</td></tr> <tr><td>[CHS] [+]</td></tr> <tr><td>Visor = 8.589,00</td></tr> </table>	[f] [Reg] (Limpar o Visor)	10500 [CHS] [PV]	70 [n]	93,6 [i]	[f] [INT]	Visor = 1.911,00	[CHS] [+]	Visor = 8.589,00	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>$(10500 \times (0,26 \div 100) \times 70) =$</td></tr> <tr><td>Visor = 1.911,00</td></tr> <tr><td>$AC (10500 - ANS) =$</td></tr> <tr><td>Visor = 8.589,00</td></tr> </table>	$(10500 \times (0,26 \div 100) \times 70) =$	Visor = 1.911,00	$AC (10500 - ANS) =$	Visor = 8.589,00
[f] [Reg] (Limpar o Visor)													
10500 [CHS] [PV]													
70 [n]													
93,6 [i]													
[f] [INT]													
Visor = 1.911,00													
[CHS] [+]													
Visor = 8.589,00													
$(10500 \times (0,26 \div 100) \times 70) =$													
Visor = 1.911,00													
$AC (10500 - ANS) =$													
Visor = 8.589,00													

Como a Taxa dada no problema foi mensal, para converter em anual temos que multiplicar por 12.
 $7,8.12 = 93,6\% a.a$

Na HP 12C, para realizar o cálculo do Valor Líquido no Desconto Simples Comercial, assim como nos Juros em Juros Simples, a taxa (i_c) deverá **SEMPRE** ser anual.

Desta forma, será descontado o valor de R\$ 1.911,00, assim, sendo recebida a quantia líquida de R\$ 8.589,00.

❖ **Resolução da Atividade de Complementação – Desconto Simples Comercial**

Resolução do problema P13

Fórmula								
$V_f = R\$ 34.436,10$ $D_c = ?$ $N = R\$ 36.000,00$ $i_c = ?$ $n = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$								
$D_c = N - V_f$ $D_c = 36000 - 34436,10 = 1563,90$								
$D_c = N \cdot i_c \cdot n$ $1563,90 = 36000 \cdot i_c \cdot 2$ $1563,90 = 72000 \cdot i_c$ $i_c = \frac{1563,90}{72000}$ $i_c = 0,02172 = 2,17\% a.m$								
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica							
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>[f] [Reg] (Limpar o Visor)</td></tr> <tr><td>36000 [Enter]</td></tr> <tr><td>1563,90 [%T]</td></tr> <tr><td>2 [÷]</td></tr> <tr><td>Visor = 2,17</td></tr> </table>	[f] [Reg] (Limpar o Visor)	36000 [Enter]	1563,90 [%T]	2 [÷]	Visor = 2,17	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>$\left(\frac{(36000 - 34436,10)}{(36000 \times 2)} \times 100 \right) =$</td></tr> <tr><td>Visor = 2,17</td></tr> </table>	$\left(\frac{(36000 - 34436,10)}{(36000 \times 2)} \times 100 \right) =$	Visor = 2,17
[f] [Reg] (Limpar o Visor)								
36000 [Enter]								
1563,90 [%T]								
2 [÷]								
Visor = 2,17								
$\left(\frac{(36000 - 34436,10)}{(36000 \times 2)} \times 100 \right) =$								
Visor = 2,17								

Assim, a taxa de juros cobrada neste desconto é de 2,17% a.m.

❖ **Resolução do problema P14.1 e Demonstração da Fórmula do Desconto Simples Racional**

Demonstração

Sendo D_r o valor do desconto racional, C o capital (ou valor atual), i a taxa periódica de juros e n o prazo do desconto (número de períodos que o título é negociado antes de seu vencimento), tem-se a conhecida expressão de juros simples:

$$D_r = C \cdot i \cdot n$$

Pela própria definição de desconto e introduzindo-se o conceito de valor descontado no lugar do capital no cálculo do desconto, tem-se:

$$D_r = N - V_r$$

Sendo N o valor nominal e V_r , o valor descontado racional na data da operação.

Como:

$$V_r = C = \frac{N}{1 + i \cdot n}$$

Tem-se:

$$D_r = N - \frac{N}{1 + i \cdot n}$$
$$D_r = \frac{N(1 + i \cdot n) - N}{1 + i \cdot n}$$
$$D_r = \frac{N + N \cdot i \cdot n - N}{1 + i \cdot n}$$

Finalmente:

$$D_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

O valor descontado V_r , conforme a definição apresentada, é obtido pela seguinte expressão de cálculo:

$$V_r = N - D_r$$
$$V_r = N - \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$
$$V_r = \frac{N(1 + i \cdot n) - N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$
$$V_r = \frac{N + N \cdot i \cdot n - N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

Finalmente:

$$V_r = \frac{N}{1 + i \cdot n}$$

Resolução do problema P14.1

$V_r = ?$

$D_r = ?$
 $N = R\$ 5.000,00$
 $i = 5\% \text{ a.m. que equivale a } 0,166\% \text{ a.d.} = 0,00166.$
 $n = 85 \text{ dias}$

$$D_r = \frac{N \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

$$D_r = \frac{5000 \cdot 0,00166 \cdot 85}{1 + 0,00166 \cdot 85}$$

$$D_r = \frac{705,50}{1,1411}$$

$$D_r = R\$ 618,26$$

$$V_r = N - D_r$$

$$V_r = 5000 - 618,26$$

$$V_r = R\$ 4.381,73$$

Outra forma de obter-se o Valor líquido e o Desconto:

$$V_r = \frac{N}{1 + i \cdot n}$$

$$V_r = \frac{5000}{1 + 0,00166 \cdot 85}$$

$$V_r = \frac{5000}{1,14166}$$

$$V_r = R\$ 4.381,73$$

$$D_r = N - V_r$$

$$D_r = 5000 - 4381,73$$

$$D_r = 618,26$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
[f] [Reg] (Limpar o Visor)	$\left(5000 \div \left(1 + \left((0,166 \div 100) \times 85 \right) \right) \right) =$
5000 [ENTER]	
0,166 [ENTER]	
100 [÷]	
85 [×]	
1 [+]	
[÷]	
Visor = 4.381,73	
5000 [-]	
Visor = -618,26	
	Visor = 4.381,73
	AC (5000 - ANS) =
	Visor = 618,26

Logo, temos que será descontada a quantia de R\$ 618,23, e com o valor líquido de R\$ 4.381,73.

❖ Resolução da Atividade de Complementação – Desconto Simples Racional

Resolução do Problema P15

Fórmula

$A = R\$ 24.107,14$
 $N = R\$ 27.000,00$
 $i = ?$
 $n = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$

$$\begin{aligned}
 N &= A \cdot (1 + i \cdot n) \\
 27000 &= 24107,14(1 + i \cdot 3) \\
 27000 &= 24107,14 + 72321,42 \cdot i \\
 27000 - 24107,14 &= 72321,42 \cdot i \\
 2892,86 &= 72321,42 \cdot i \\
 i &= \frac{2892,86}{72321,42} \\
 i &= 0,04 = 4\% \text{ a. m}
 \end{aligned}$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">[f] [Reg] (Limpar o Visor)</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">27000 [ENTER]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">24107,14 [-]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">24107,14 [ENTER]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">3 [×]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">[÷]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">100 [×]</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">Visor = 4,00</div>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> $((27000 - 24107,14) \div (24107,14 \times 3)) \times 100$ </div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">=</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 5px;">Visor = 4</div>
<p>Assim, a taxa de juros cobrada neste desconto é de 4% a.m.</p>	

APÊNDICE D – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA

UNIDADE 4

❖ Resolução do problema P16.1 e demonstração da Fórmula do Desconto Composto Comercial

Demonstração		
Período	Cálculo detalhado	Registro sintético
1º Período	Temos que: $V_f = N - D_c$ Como: $D_c = N \cdot d$ Tem-se que: $V_{f1} = N - N \cdot d$	$V_{f1} = N(1 - d)$
O valor $N(1 - d)$ é o novo valor nominal sobre o qual incidirá a taxa de desconto no período seguinte.		
2º Período	Logo: $D_{c2} = N(1 - d) \cdot d$ $V_{f2} = V_{f1} - D_{f2}$ $V_{f2} = N(1 - d) - N(1 - d) \cdot d$ $V_{f2} = N - Nd - (N - Nd) \cdot d$ $V_{f2} = N - Nd - Nd + Nd^2$ $V_{f2} = N - 2Nd + Nd^2$ Colocando N em evidência: $V_{f2} = N(1 - 2d + d^2)$	$V_{f2} = N(1 - d)^2$
3º Período	$V_{f3} = V_{f2} - D_{c3}$ $V_{f3} = N(1 - d)^2 - N(1 - d)^2 \cdot d$ $V_{f3} = N(1 - 2d + d^2) - N(1 - 2d + d^2) \cdot d$ $V_{f3} = N - 2dN + Nd^2 - Nd + 2d^2N - Nd^3$ $V_{f3} = N(1 - 2d + d^2 - d + 2d^2 - d^3)$ $V_{f3} = N(1 - 3d + 3d^2 - d^3)$	$V_{f3} = N(1 - d)^3$
E assim sucessivamente até o enésimo período. Desta forma, é possível generalizar que:		
Enésimo Período	Como: $V_f = N(1 - d)^n \quad (1)$ $D_c = N - V_f \quad (2)$ Tem-se que substituindo (1) em (2).	$D_c = N - N(1 - d)^n$
Resolução do problema P16.1		
$V_f = ?$ $D_c = ?$ $N = R\$ 24.500,00$ $d = 1,2\% \text{ a. m ou } 0,012$ $n = 75 \text{ dias ou } 2,5 \text{ meses}$ $D_c = N[1 - (1 - d)^n]$ $D_c = 24500 \cdot [1 - (1 - 0,012)^{2,5}]$		

$$D_c = 24500 \cdot [1 - (0,988)^{2,5}]$$

$$D_c = 24500 \cdot (1 - 0,970269459)$$

$$D_c = 24500 \cdot 0,02973054$$

$$D_c = \mathbf{R\$ 728,39}$$

$$V_f = N - D_c$$

$$V_f = 24500 - 728,39$$

$$V_f = \mathbf{R\$ 23.771,60}$$

Outra forma de obter-se o Valor líquido:

$$V_f = N(1 - d)^n$$

$$V_f = 24500 \cdot (1 - 0,012)^{2,5}$$

$$V_f = 24500 \cdot (0,988)^{2,5}$$

$$V_f = 24500 \cdot 0,970269459$$

$$V_f = \mathbf{R\$ 23.771,60}$$

$$D_c = N - V_f$$

$$D_c = 24500 - 23771,60$$

$$D_c = \mathbf{R\$ 728,39}$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<pre>[f] [Reg] (Limpar o Visor) 24500 [CHS] [PV] 2,5 [n] 1,2 [CHS] [i] [FV] Visor = 23.772,03 [CHS] [RCL] [PV] [CHS] [+] Visor = 727,96</pre>	<pre>(24500 × ((1 - (1,2 ÷ 100))^2,5)) = Visor = 23.771,60 AC (24500 - ANS) = Visor = 728,39</pre>
<p>Portanto, temos que foi creditado na conta do cliente R\$ 23.771,60, sendo descontada a quantia de R\$ 728,39.</p>	

❖ Resolução da Atividade de Complementação – Desconto Composto Comercial

Resolução do Problema P17

Fórmula
$V_f = ?$ $D_c = ?$ $N = \text{R\$ } 50.000,00$ $d = 2,9\% \text{ a.m ou } 0,029$

$n = 3 \text{ meses}$

$$D_c = N[1 - (1 - d)^n]$$

$$D_c = 50000 \cdot [1 - (1 - 0,029)^3]$$

$$D_c = 50000 \cdot [1 - (0,971)^3]$$

$$D_c = 50000 \cdot (1 - 0,915498611)$$

$$D_c = 50000 \cdot 0,084501389$$

$$D_c = \text{R\$ } 4.225,06$$

$$V_f = N - D_c$$

$$V_f = 50000 - 4225,06$$

$$V_f = \text{R\$ } 45.774,94$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<p>[f][Reg] (Limpar o Visor)</p> <p>50000 [CHS] [PV]</p> <p>3 [n]</p> <p>2,9 [CHS] [i]</p> <p>[FV]</p> <p>Visor = 45.774,93</p> <p>[CHS]</p> <p>[RCL]</p> <p>[PV]</p> <p>[CHS]</p> <p>[+]</p> <p>Visor = 4.225,06</p>	<p>$(50000 \times ((1 - (2,9 \div 100))^3)) =$</p> <p>Visor = 45.774,93</p> <p>AC (50000 - ANS) =</p> <p>Visor = 4.225,06</p>
<p>Deste modo, com a antecipação o valor líquido a ser pago será de R\$ 45.774,93, sendo descontada a quantia de R\$ 4.225,06.</p>	

❖ Resolução do problema P18.1 e Demonstração da Fórmula do Desconto Composto Racional

Demonstração
A fórmula para encontrar o valor atual é semelhante à utilizada no cálculo de montante em Juros Compostos: $(M = C(1 + i)^n)$
$N = V_r (1 + i)^n$
Colocando V_r em evidência, temos:
$V_r = \frac{N}{(1 + i)^n} \quad (1)$
Temos também que o Desconto Composto (D_r) é a diferença entre o valor nominal N e o valor atual V_r .
$D_r = N - V_r \quad (2)$
Substituindo (1) em (2), obtemos:
$D_r = N - \frac{N}{(1 + i)^n}$

$$D_r = N \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Resolução do problema P18.1

$$V_r = ?$$

$$D_r = ?$$

$$N = R\$ 15.000,00$$

$$i = 0,1466\% a.d = 0,001466.$$

$$n = 64 \text{ dias}$$

$$D_r = N \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$D_r = 15000 \left[1 - \frac{1}{(1 + 0,001466)^{64}} \right]$$

$$D_r = 15000 \left[1 - \frac{1}{(1,001466)^{64}} \right]$$

$$D_r = 15000 \left(1 - \frac{1}{1,098290} \right)$$

$$D_r = 15000 \cdot (1 - 0,910506)$$

$$D_r = 15000 \cdot 0,089494$$

$$\mathbf{D_r = R\$1.342,41}$$

$$V_r = N - D_r$$

$$V_r = 15000 - 1342,41$$

$$\mathbf{V_r = R\$13.657,59}$$

Outra forma de obter-se o Valor líquido:

$$V_r = \frac{N}{(1+i)^n}$$

$$V_r = \frac{15000}{(1 + 0,001466)^{64}}$$

$$V_r = \frac{15000}{(1,001466)^{64}}$$

$$V_r = \frac{15000}{1,098290}$$

$$\mathbf{V_r = R\$13.657,59}$$

$$D_r = N - V_r$$

$$D_r = 15000 - 13657,57$$

$$\mathbf{D_r = R\$1.342,41}$$

Calculadora HP 12C®

Calculadora científica

[f][Reg] (Limpar o Visor) 15000 [CHS] [FV] 64 [n] 0,1466 [i] [PV] Visor = 13.657,58 [CHS] 15000 [+] Visor = 1.342,41	$\left(15000 \times \left(1 - \left(1 \div \left((1 + (0,1466 \div 100))^64\right)\right)\right)\right)$ $=$ Visor = 1.342,41 AC (15000 - ANS) = Visor = 13.657,58
Assim, foi creditada na conta de Joana a quantia de R\$ 13.657,59, sendo descontado o valor de R\$ 1.342,41.	

❖ Resolução da Atividade de Complementação – Desconto Composto Racional

Resolução do Problema P19

Fórmula	
$V_r = ?$ $N = R\$ 30.000,00$ $i = 1,8\% a.m$ ou 0,018 $n = 6$ meses	
$V_r = \frac{N}{(1+i)^n}$ $V_r = \frac{30000}{(1+0,018)^6}$ $V_r = \frac{30000}{(1,018)^6}$ $V_r = \frac{30000}{1,112978226}$ $V_r = R\\$ 26.954,70$	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
[f][Reg] (Limpar o Visor) 30000 [CHS] [FV] 6 [n] 1,8 [i] [PV] Visor = 26.954,70	$\left(30000 \times \left(1 - \left(1 \div \left((1 + (1,8 \div 100))^6\right)\right)\right)\right) =$ Visor = 3.045,29 AC (30000 - ANS) = Visor = 26.954,71
Logo, Matheus irá receber a quantia de R\$ 26.954,71 por esta promissória.	

APÊNDICE E – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA

UNIDADE 5

❖ Resolução do problema P20.1 e demonstração da Fórmula da Equivalência de Taxas

Demonstração

Em Juros Compostos, como não é uma função linear, a obtenção de taxas equivalentes torna-se mais complexa. Haja vista, que devemos obter uma taxa em uma outra unidade de tempo, mas que o montante no mesmo intervalo de tempo seja igual, logo:

$$C(1 + i_q)^{nq} = C(1 + i_t)^{nt}$$

Assim,

$$(1 + i_q)^{nq} = (1 + i_t)^{nt}$$

A qual obtemos:

$$\sqrt[nq]{(1 + i_q)^{nq}} = \sqrt[nq]{(1 + i_t)^{nt}}$$

Ou seja,

$$(1 + i_q) = (1 + i_t)^{\frac{nt}{nq}}$$

Portanto,

$$i_q = (1 + i_t)^{\frac{nt}{nq}} - 1$$

E assim, se quisermos obter a taxa em porcentagem de forma imediata, temos que multiplicá-la por 100. Deste modo:

$$i_q = \left[(1 + i_t)^{\frac{nt}{nq}} - 1 \right] \cdot 100$$

Resolução do problema P20.1

$i_q = ?$

$i_t = 9,6\% \text{ a. a}$

$nq = 12 \text{ meses}$

$nt = 1 \text{ ano}$

$$i_q = \left[(1 + i_t)^{\frac{nt}{nq}} - 1 \right] \cdot 100$$

$$i_q = \left[(1,096)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 100$$

$$i_q = \left[(1,096)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \cdot 100$$

$$i_q = (1,0076668183 - 1) \cdot 100$$

$$i_q = 0,00766668183 \cdot 100$$

$$i_q = 0,76\% \text{ a. m}$$

Calculadora HP 12C®

Calculadora científica

<p>[f][Reg] (Limpar o Visor) 9,6 [Enter] 100 [÷] 1 [+] 12 [^{1/x}] [y^x] 1[y^x] 1 [-] 100 [×] Visor = 0,76%</p>	$\left(\left(\left(\left((9,6 \div 100) + 1 \right)^{(1 \text{ ab/c } 12)} - 1 \right) 100 \right) \right) =$ <p style="text-align: center;">Visor: 0,76%</p>
<p>A taxa de juros mensal para a mesma aplicação seria de 0,76% a.m.</p>	

❖ **Resolução da Atividade de Complementação – Equivalência de Taxas**

Resolução do Problema P21

Fórmula	
$i_q = ?$ $i_t = 29 \% \text{ a. a}$ $nq = 4 \text{ Trimestres}$ $nt = 1 \text{ ano}$	
$i_q = \left[(i_t + 1)^{\frac{nt}{nq}} - 1 \right] \cdot 100$ $i_q = \left[(0,29 + 1)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \cdot 100$ $i_q = \left[(1,29)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \cdot 100$ $i_q = (1,06573058 - 1) \cdot 100$ $i_q = 0,06573058 \cdot 100$ <p style="text-align: center;">$i_q = 6,57\% \text{ a. t}$</p>	
Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<p>[f][Reg] (Limpar o Visor) 29 [Enter] 100 [÷] 1 [+] 4 [^{1/x}] [y^x] 1[y^x] 1 [-] 100 [×] Visor = 6,57</p>	$\left(\left(\left(\left((29 \div 100) + 1 \right)^{(1 \text{ ab/c } 4)} - 1 \right) 100 \right) \right) =$ <p style="text-align: center;">Visor: 6,57</p>
<p>Para esta mesma operação, seria obtida uma taxa trimestral de 6,57%.</p>	

APÊNDICE F – DEMONSTRAÇÕES E RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA

UNIDADE 6

❖ Resolução do problema P22.1 e Demonstração da Fórmula da Série Uniforme de Pagamento Postecipada

Demonstração

Consideramos uma sequência de capitais $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, respectivamente nas datas 1, 2, 3, ... , n (podendo ser dada em mês, semestre, ano, entre outros). Dizemos que este conjunto constitui uma série uniforme se,

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots x_n = PMT$$

Isto é, se todos os capitais forem iguais.

Por definição, o valor atual (na data zero) da série uniforme a uma taxa de juros i , na unidade de tempo considerada, é:

$$P_v = \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

Isolando PMT ,

$$P_v = PMT \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Considerando-se que os valores podem ser considerados como a soma dos termos de uma Progressão Geométrica (PG) finita, cuja razão é $q = \frac{1}{1+i}$ e cujo 1º termo é $a_1 = \frac{PMT}{1+i}$, podemos aplicar a fórmula da soma dos n primeiros termos da PG finita, assim:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = a_1 \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

Logo, a expressão do valor atual fica:

$$\begin{aligned} P_v &= PMT \frac{\frac{1}{(1+i)} \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \\ P_v &= PMT \frac{\frac{1}{(1+i)} \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right]}{\frac{1 - (1+i)}{(1+i)}} \\ P_v &= PMT \frac{\left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right]}{\frac{-i}{(1+i)}} \\ P_v &= PMT \frac{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} \right]}{i} \end{aligned}$$

Finalmente,

$$P_v = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

Resolução do problema P22.1

$$P_v = R\$ 46.000,00$$

$$PMT = ?$$

$$n = 36 \text{ meses}$$

$$i = 1,99\% \text{ a. m} = 0,0199$$

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

$$46000 = PMT \left[\frac{(1+0,0199)^{36} - 1}{(1+0,0199)^{36} \cdot 0,0199} \right]$$

$$46000 = PMT \left[\frac{(1,0199)^{36} - 1}{(1,0199)^{36} \cdot 0,0199} \right]$$

$$46000 = PMT \left[\frac{2,03270 - 1}{2,03270 \cdot 0,0199} \right]$$

$$46000 = PMT \left[\frac{1,03270}{0,040451} \right]$$

$$46000 = PMT \cdot 25,529653$$

$$PMT = \frac{46000}{25,529653}$$

$$\mathbf{PMT = R\$ 1.801,82}$$

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>[f][Reg] (Limpar o Visor)</p> <p>[g][End] (Modo Postecipado)</p> <p>46000 [CHS] [PV]</p> <p>1,99 [i]</p> <p>36 [n]</p> <p>[PMT]</p> <p>Visor = 1.801,81</p> </div>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> $\left(46000 \div \left(\left(\left((1 + (1,99 \div 100))^{36} \right) - 1 \right) \div \left(\left((1 + (1,99 \div 100))^{36} \right) \times (1,99 \div 100) \right) \right) \right) =$ <p>Visor: 1.801,81</p> </div>
<p>O valor da primeira prestação a ser paga por Camila será de R\$ 1.801,81.</p>	

❖ **Resolução da Atividade de Complementação – Série Uniforme de Pagamento Postecipada**

Resolução do Problema P23

Fórmula
$P_v = ?$ $PMT = R\$ 850,00$ $n = 18 \text{ meses}$ $i = 3,7\% \text{ a. m} = 0,037$
$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$ $P_v = 850 \left[\frac{(1+0,037)^{18} - 1}{(1+0,037)^{18} \cdot 0,037} \right]$ $P_v = 850 \left[\frac{(1,037)^{18} - 1}{(1,037)^{18} \cdot 0,037} \right]$ $P_v = 850 \left[\frac{1,923169731 - 1}{1,923169731 \cdot 0,037} \right]$

$$P_v = 850 \left[\frac{0,923169731}{0,07115728} \right]$$

$$P_v = 850.12,97365119$$

$$P_v = \mathbf{R\$ 11.027,60}$$

Valor à vista = Entrada + P_v
 Valor à vista = 2500 + 11027,60
Valor à vista = R\$ 13.527,60

Calculadora HP 12C®	Calculadora científica
<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>[f][Reg] (Limpar o Visor)</p> <p>[g][End] (Modo Postecipado)</p> <p>850 [CHS] [PMT]</p> <p>3,7 [i]</p> <p>18 [n]</p> <p>[PV]</p> <p>Visor = 11.027,60</p> <p>2500 [+]</p> <p>Visor = 13.527,60</p> </div>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> $\left(\left(850 \times \left(\left(\left((1 + (3,7 \div 100))^{\wedge} 18 \right) - 1 \right) \div \left(\left((1 + (3,7 \div 100))^{\wedge} 18 \right) \times (3,7 \div 100) \right) \right) \right) + 2500 \right) =$ <p>Visor: 13.527,60</p> </div>
<p>O valor deste carro à vista é R\$ 13.527,60.</p>	

❖ **Resolução do problema P24.1 e Demonstração da Fórmula da Série Uniforme de Pagamento Antecipada**

Demonstração
<p>Consideremos a série de pagamentos antecipada em que a primeira prestação é dada no ato da compra:</p> $P_v = PMT + \frac{PMT}{(1+i)} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$ <p>Ou seja,</p> $P_v = PMT \left[1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$
<p>Entre colchetes, temos uma Progressão Geométrica de razão $q = \frac{1}{(1+i)}$, e 1º termo da PG $a_1 = \frac{1}{(1+i)}$, e ao aplicarmos a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG finita, obtemos:</p> $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = a_1 \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$
$P_v = PMT \left[\frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \right]$ $P_v = PMT \left\{ \frac{\left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right]}{\frac{1 - 1 - i}{(1+i)}} \right\}$

$$P_v = PMT \left\{ \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right] \left(\frac{1+i}{-i} \right) \right\}$$

$$P_v = PMT \left\{ \left[\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n} \right] \frac{(1+i)}{-i} \right\}$$

Finalmente:

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right] (1+i)$$

Resolução do problema P24.1

$$P_v = R\$ 11.000,00$$

$$PMT = ?$$

$$n = 36 \text{ meses}$$

$$i = 2,03 \% \text{ a.m} = 0,0203$$

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right] (1+i)$$

$$11000 = PMT \left[\frac{(1+0,0203)^{36} - 1}{(1+0,0203)^{36} \cdot 0,0203} \right] (1+0,0203)$$

$$11000 = PMT \left[\frac{(1,0203)^{36} - 1}{(1,0203)^{36} \cdot 0,0203} \right] (1,0203)$$

$$11000 = PMT \left[\frac{2,061597693 - 1}{0,041850433} \right] (1,0203)$$

$$11000 = PMT \left[\frac{1,061597693}{0,041850433} \right] (1,0203)$$

$$11000 = PMT \cdot 25,36646846 \cdot 1,0203$$

$$11000 = PMT \cdot 25,88140777$$

$$PMT = \frac{11000}{25,88140777}$$

$$PMT = R\$425,01$$

Calculadora HP 12C®

[f] [Reg] (Limpar o Visor)

[g] [Beg] (Modo Antecipado)

11000 [CHS] [PV]

2,03 [i]

36 [n]

[PMT]

Visor = 425,01

Calculadora científica

$$\left(11000 \div \left(\left((1 + (2,03 \div 100))^36 - 1 \right) \div \left((1 + (2,03))^36 \right) \times (2,03 \div 100) \right) \times (1 + (2,03 \div 100)) \right) =$$

Visor = 425,01

Mayara pagará R\$ 425,01 de parcela deste financiamento.

❖ Resolução da Atividade de Complementação – Série Uniforme de Pagamento Antecipada

Resolução do Problema P25

Fórmula

$$P_v = ?$$

$$PMT = R\$ 187,50$$

$$n = 13 \text{ meses}$$

$$i = 2,8 \% \text{ a.m} = 0,028$$

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right] (1+i)$$

$$P_v = 187,50 \left[\frac{(1+0,028)^{13} - 1}{(1+0,028)^{13} \cdot 0,028} \right] (1+0,028)$$

$$P_v = 187,50 \left[\frac{(1,028)^{13} - 1}{(1,028)^{13} \cdot 0,028} \right] (1,028)$$

$$P_v = 187,50 \left[\frac{1,431892751 - 1}{0,040092997} \right] (1,028)$$

$$P_v = 187,50 \left[\frac{0,431892751}{0,040092997} \right] (1,028)$$

$$P_v = 187,50 \cdot 10,77227405 \cdot 1,028$$

$$P_v = R\$ 2.076,35$$

Calculadora HP 12C®

[f] [Reg] (Limpar o Visor)
[g] [Beg] (Modo Antecipado)
187,50 [CHS] [PMT]
2,8 [i]
13 [n]
[PV]
Visor = 2.076,35

Calculadora científica

$$\left(187,50 \times \left(\left(\left((1 + (2,8 \div 100))^13 - 1 \right) \div \left((1 + (2,8 \div 100))^13 \right) \times (2,8 \div 100) \right) \times (1 + (2,8 \div 100)) \right) \right) =$$

Visor = 2.076,35

O valor à vista deste Smartphone é de R\$ 2.076,35.

APÊNDICE G – RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS DA UNIDADE 7

❖ Resolução do Problema P26.1¹²

Fórmula				
$n = 5 \text{ meses}$ $PV = R\$10.000,00$ $i = 3,9\% \text{ a. m} = 0,039$ $ASD = ?$ $SD = ?$ $j = ?$ $PMT = ?$				
Amortização $ASD = \frac{PV}{n}$ $ASD = \frac{10000}{5}$ $ASD = R\\$ 2.000,00$		Saldo Devedor $SD_1 = 10000 - 2000 = 8000$ $SD_2 = 8000 - 2000 = 6000$ $SD_3 = 6000 - 2000 = 4000$ $SD_4 = 4000 - 2000 = 2000$ $SD_5 = 2000 - 2000 = 0$		
Juros $J_1 = 10000 \cdot 0,039 = 390$ $J_2 = 8000 \cdot 0,039 = 312$ $J_3 = 6000 \cdot 0,039 = 234$ $J_4 = 4000 \cdot 0,039 = 156$ $J_5 = 2000 \cdot 0,039 = 78$		Prestação $PMT_1 = 2000 + 390 = 2390$ $PMT_2 = 2000 + 312 = 2312$ $PMT_3 = 2000 + 234 = 2234$ $PMT_4 = 2000 + 156 = 2156$ $PMT_5 = 2000 + 78 = 2078$		
Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
0	---	---	---	R\$ 10.000,00
1	2000	390	2390	8000
2	2000	312	2312	6000
3	2000	234	2234	4000
4	2000	156	156	2000
5	2000	78	2078	0
Total	R\$ 10.000,00	R\$ 1.170,00	R\$ 11.170,00	---
Calculadora HP 12C®				
Comando	Função	Período	Visor	
[f][Reg]	Limpa o visor	---	0,00000000	
10000 [Enter] 3,9 [%]	Juros	1º Período	390,00	

¹² Nestes problemas envolvendo o Sistema de Amortização Constante (SAC), as resoluções com a calculadora científica limitam-se a operações básicas (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão), portanto não apresentaremos aqui tais cálculos.

[x ≥ y]5[÷]	Amortização (Constante)		2.000,00
[+]	Prestação		2.390,00
10000 [Enter]2000[-]	Saldo Devedor		8.000,00
3,9 [%]	Juros	2º Período	312,00
2000 [+]	Prestação		2312,00
[x ≥ y]2000 [-]	Saldo Devedor		6.000,00
3,9 [%]	Juros	3º Período	234,00
2000 [+]	Prestação		2.234,00
[x ≥ y]2000 [-]	Saldo Devedor		4.000,00
3,9 [%]	Juros	4º Período	156,00
2000 [+]	Prestação		2156,00
[x ≥ y]2000 [-]	Saldo Devedor		2.000,00
3,9 [%]	Juros	5º Período	78,00
2000 [+]	Prestação		2.078,00
[x ≥ y]2000 [-]	Saldo Devedor		0,00000000

❖ **Resolução da Atividade de Complementação – Sistema de Amortização Constante (SAC)**

Resolução do problema P27

Fórmula	
<p>$n = 12 \text{ meses}$ $PV = R\\$15.000,00$ $i = 5,6\% \text{ a. m} = 0,056$ $ASD = ?$ $SD = ?$ $j = ?$ $PMT = ?$</p>	
<p>Amortização</p> $ASD = \frac{PV}{n}$ $ASD = \frac{15000}{12}$ $ASD = R\$ 1.250,00$	<p>Saldo Devedor</p> $SD = SD_{n-1} - ASD$ $SD1 = 15000 - 1250 = 13750$ $SD2 = 13750 - 1250 = 12500$ $SD3 = 12500 - 1250 = 11250$ $SD4 = 11250 - 1250 = 10000$ $SD5 = 10000 - 1250 = 8750$ $SD6 = 8750 - 1250 = 7500$ $SD7 = 7500 - 1250 = 6250$ $SD8 = 6250 - 1250 = 5000$ $SD9 = 5000 - 1250 = 3750$ $SD10 = 3750 - 1250 = 2500$ $SD11 = 2500 - 1250 = 1250$ $SD12 = 1250 - 1250 = 0$

Juros	Prestações
$J = SD_{n-1} \cdot i$ $J1 = 15000 \cdot 0,056 = 840$ $J2 = 13750 \cdot 0,056 = 770$ $J3 = 12500 \cdot 0,056 = 700$ $J4 = 11250 \cdot 0,056 = 630$ $J5 = 10000 \cdot 0,056 = 560$ $J6 = 8750 \cdot 0,056 = 490$ $J7 = 7500 \cdot 0,056 = 420$ $J8 = 6250 \cdot 0,056 = 350$ $J9 = 5000 \cdot 0,056 = 280$ $J10 = 3750 \cdot 0,056 = 210$ $J11 = 2500 \cdot 0,056 = 140$ $J12 = 1250 \cdot 0,056 = 70$ Total = R\$ 5.460,00	$PMT = ASD + J$ $PMT1 = 1250 + 840 = 2090$ $PMT2 = 1250 + 770 = 2020$ $PMT3 = 1250 + 700 = 1950$ $PMT4 = 1250 + 630 = 1880$ $PMT5 = 1250 + 560 = 1810$ $PMT6 = 1250 + 490 = 1740$ $PMT7 = 1250 + 420 = 1670$ $PMT8 = 1250 + 350 = 1600$ $PMT9 = 1250 + 280 = 1530$ $PMT10 = 1250 + 210 = 1460$ $PMT11 = 1250 + 140 = 1390$ $PMT12 = 1250 + 70 = 1320$

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
0	0	0	0	R\$ 15.000,00
1	R\$ 1.250,00	R\$ 840,00	R\$ 2.090,00	R\$ 13.750,00
2	R\$ 1.250,00	R\$ 770,00	R\$ 2.020,00	R\$ 12.500,00
3	R\$ 1.250,00	R\$ 700,00	R\$ 1.950,00	R\$ 11.250,00
4	R\$ 1.250,00	R\$ 630,00	R\$ 1.880,00	R\$ 10.000,00
5	R\$ 1.250,00	R\$ 560,00	R\$ 1.810,00	R\$ 8.750,00
6	R\$ 1.250,00	R\$ 490,00	R\$ 1.740,00	R\$ 7.500,00
7	R\$ 1.250,00	R\$ 420,00	R\$ 1.670,00	R\$ 6.250,00
8	R\$ 1.250,00	R\$ 350,00	R\$ 1.600,00	R\$ 5.000,00
9	R\$ 1.250,00	R\$ 280,00	R\$ 1.530,00	R\$ 3.750,00
10	R\$ 1.250,00	R\$ 210,00	R\$ 1.460,00	R\$ 2.500,00
11	R\$ 1.250,00	R\$ 140,00	R\$ 1.390,00	R\$ 1.250,00
12	R\$ 1.250,00	R\$ 70,00	R\$ 1.320,00	0
Total	R\$ 15.000,00	R\$ 5.460,00	R\$ 20.460,00	---

Calculadora HP 12C®

Comando	Função	Período	Visor
$[f][Reg]$	Limpa o visor	---	0,00000000
15000 $[Enter]$ 5,6 $[%]$	Juros	1º Período	840,00
$[x \geq y]12[+]$	Amortização (Constante)		1250,00
$[+]$	Prestação		2.090,00
15000 $[Enter]$ 1250 $[-]$	Saldo Devedor		13.750,00
5,6 $[%]$	Juros	2º Período	770,00
1250 $[+]$	Prestação		2.020,00

$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		12.500,00
5,6 [%]	Juros	3º Período	700,00
1250[+]	Prestação		1.950,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		11.250,00
5,6 [%]	Juros	4º Período	630,0
1250[+]	Prestação		1.880,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		10.000,00
5,6 [%]	Juros	5º Período	560,00
1250[+]	Prestação		1.810,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		8.750,00
5,6 [%]	Juros	6º Período	490,00
1250[+]	Prestação		1.740,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		7.500,00
5,6 [%]	Juros	7º Período	420,00
1250[+]	Prestação		1.670,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		6.250,00
5,6 [%]	Juros	8º Período	350,00
1250[+]	Prestação		1.600,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		5.000,00
5,6 [%]	Juros	9º Período	280,00
1250[+]	Prestação		1.530,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		3.750,00
5,6 [%]	Juros	10º Período	210,00
1250[+]	Prestação		1.460,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		2.500,00
5,6 [%]	Juros	11º Período	140,00
1250[+]	Prestação		1.390,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		1.250,00
5,6 [%]	Juros	12º Período	70,00
1250[+]	Prestação		1.320,00
$[x \geq y]1250[-]$	Saldo Devedor		0,00000000

❖ **Resolução do Problema P28.1**

Fórmula
$n = 6 \text{ meses}$ $PV = R\$4.000,00$ $i = 3,8\% \text{ a. m} = 0,038$ $ASD = ?$ $SD = ?$ $J = ?$ $PMT = ?$
Prestações
$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$

$$4000 = PMT \left[\frac{(1 + 0,038)^6 - 1}{(1 + 0,038)^6 \cdot 0,038} \right]$$

$$4000 = PMT \left[\frac{(1,038)^6 - 1}{(1,038)^6 \cdot 0,038} \right]$$

$$4000 = PMT \left[\frac{1,250789195 - 1}{1,250789195 \cdot 0,038} \right]$$

$$4000 = PMT \left[\frac{0,250789195}{0,047529998} \right]$$

$$4000 = PMT \cdot 5,27644026$$

$$PMT = \frac{4000}{5,27644026}$$

$$PMT = R\$ 758,08$$

Períodos	Amortização $ASD_n = PMT - J_n$	Juros $J_n = SD_{n-1} \cdot i$	Saldo Devedor $SD_n = SD_{n-1} - ASD_n$
0	---	---	R\$ 4.000,00
1	$ASD_1 = 758,08 - 152$ $ASD_1 = 606,08$	$J_1 = 4000 \cdot 0,038$ $J_1 = 152,00$	$SD_1 = 4000 - 606,08$ $SD_1 = 3.393,92$
2	$ASD_2 = 758,08 - 128,96$ $ASD_2 = 629,12$	$J_2 = 3393,92 \cdot 0,038$ $J_2 = 128,96$	$SD_2 = 3393,92 - 629,12$ $SD_2 = 2764,80$
3	$ASD_3 = 758,08 - 105,06$ $ASD_3 = 653,02$	$J_3 = 2764,80 \cdot 0,038$ $J_3 = 105,06$	$SD_3 = 2764,80 - 653,02$ $SD_3 = 2111,78$
4	$ASD_4 = 758,08 - 80,24$ $ASD_4 = 677,84$	$J_4 = 2111,78 \cdot 0,038$ $J_4 = 80,24$	$SD_4 = 2111,78 - 677,84$ $SD_4 = 1433,94$
5	$ASD_5 = 758,08 - 54,48$ $ASD_5 = 703,60$	$J_5 = 1433,94 \cdot 0,038$ $J_5 = 54,48$	$SD_5 = 1433,94 - 703,60$ $SD_5 = 730,34$
6	$ASD_6 = 758,08 - 27,75$ $ASD_6 = 730,33$	$J_6 = 730,34 \cdot 0,038$ $J_6 = 27,75$	$SD_6 = 730,34 - 730,33$ $SD_6 = 0$

Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
0	---	---	---	R\$ 4.000,00
1	R\$ 606,08	R\$ 152,00	R\$ 758,08	R\$ 3.393,92
2	R\$ 629,12	R\$ 128,96	R\$ 758,08	R\$ 2.764,80
3	R\$ 653,02	R\$ 105,06	R\$ 758,08	R\$ 2111,78
4	R\$ 677,84	R\$ 80,24	R\$ 758,08	R\$ 1433,94
5	R\$ 703,60	R\$ 54,48	R\$ 758,08	R\$ 730,34
6	R\$ 730,33	R\$ 27,75	R\$ 758,08	0
Total	R\$ 4.000,00	R\$ 448,49	R\$ 4.548,48	---

Calculadora HP 12C®

Prestação
[f][Reg] (Para limpar o visor)
[g][End] (Modo Postecipado)
4000 [CHS] [PV]
3,8 [i]
6 [n]
[PMT]

Visor = 758,08			
Comando	Função	Período	Visor
1 [f] [AMORT]	Juros	1º Período	152,00
[x ≥ y]	Amortização		606,08
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-3.393,91
1 [f] [AMORT]	Juros	2º Período	128,96
[x ≥ y]	Amortização		629,11
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-2.764,79
1 [f] [AMORT]	Juros	3º Período	105,06
[x ≥ y]	Amortização		653,02
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-2.111,77
1 [f] [AMORT]	Juros	4º Período	80,24
[x ≥ y]	Amortização		677,83
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-1.433,93
1 [f] [AMORT]	Juros	5º Período	54,48
[x ≥ y]	Amortização		703,59
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		730,33
1 [f] [AMORT]	Juros	6º Período	27,75
[x ≥ y]	Amortização		730,33
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		0,00000000
Calculadora científica¹³			
Prestação			
$\left(4000 \div \left(\left((1 + (3,8 \div 100))^6 - 1 \right) \div \left((1 + (3,8 \div 100))^6 \times (3,8 \div 100) \right) \right) \right) =$			
Visor = 758,08			

❖ **Resolução da Atividade de Complementação – Sistema de Amortização Francês (PRICE)**

Resolução do problema P29

Fórmula
$n = 8 \text{ meses}$ $PV = R\$5.000,00$ $i = 6\% \text{ a.m} = 0,06$ $ASD = ?$ $SD = ?$ $j = ?$ $PMT = ?$
Prestações

¹³ Nestes problemas envolvendo o Sistema de Amortização Francês (PRICE), apresentamos somente o cálculo das prestações com a calculadora científica, pois o restante dos cálculos limita-se a operações básicas (Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão), portanto não apresentaremos aqui estas resoluções.

$$P_v = PMT \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

$$5000 = PMT \left[\frac{(1+0,06)^8 - 1}{(1+0,06)^8 \cdot 0,06} \right]$$

$$5000 = PMT \left[\frac{(1,06)^8 - 1}{(1,06)^8 \cdot 0,06} \right]$$

$$5000 = PMT \left[\frac{1,593848075 - 1}{1,593848075 \cdot 0,06} \right]$$

$$5000 = PMT \left[\frac{0,593848075}{0,095630884} \right]$$

$$5000 = PMT \cdot 6,209793816$$

$$PMT = \frac{5000}{6,209793816}$$

$$PMT = R\$ 805,17$$

Períodos	Amortização	Juros	Saldo Devedor	
0	---	---	R\$ 5.000,00	
1	$ASD_1 = 805,17 - 300$ $ASD_1 = R\$ 505,17$	$J_1 = 5000 \cdot 0,06$ $J_1 = R\$ 300,00$	$SD_1 = 5000 - 505,17$ $SD_1 = R\$ 4.494,83$	
2	$ASD_2 = 805,17 - 269,68$ $ASD_2 = R\$ 535,48$	$J_2 = 4494,83 \cdot 0,06$ $J_2 = R\$ 269,68$	$SD_2 = 4494,83 - 535,48$ $SD_2 = R\$ 3.959,34$	
3	$ASD_3 = 805,17 - 237,56$ $ASD_3 = R\$ 567,60$	$J_3 = 3959,34 \cdot 0,06$ $J_3 = R\$ 237,56$	$SD_3 = 3959,34 - 567,60$ $SD_3 = R\$ 3.391,73$	
4	$ASD_4 = 805,17 - 203,50$ $ASD_4 = R\$ 601,66$	$J_4 = 3391,73 \cdot 0,06$ $J_4 = R\$ 203,50$	$SD_4 = 3391,73 - 601,66$ $SD_4 = R\$ 2.790,06$	
5	$ASD_5 = 805,17 - 167,40$ $ASD_5 = R\$ 637,76$	$J_5 = 2790,06 \cdot 0,06$ $J_5 = R\$ 167,40$	$SD_5 = 2790,06 - 637,76$ $SD_5 = R\$ 2.152,29$	
6	$ASD_6 = 805,17 - 129,13$ $ASD_6 = R\$ 676,03$	$J_6 = 2152,29 \cdot 0,06$ $J_6 = R\$ 129,13$	$SD_6 = 2152,29 - 676,03$ $SD_6 = R\$ 1.476,25$	
7	$ASD_7 = 805,17 - 88,57$ $ASD_7 = R\$ 716,59$	$J_7 = 1476,25 \cdot 0,06$ $J_7 = R\$ 88,57$	$SD_7 = 1476,25 - 716,59$ $SD_7 = R\$ 759,65$	
8	$ASD_8 = 805,17 - 45,57$ $ASD_8 = R\$ 759,59$	$J_8 = 759,65 \cdot 0,06$ $J_8 = R\$ 45,57$	$SD_8 = 759,65 - 759,59$ $SD_8 = 0$	
Períodos	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
0	---	---	---	R\$ 5.000,00
1	R\$ 505,17	R\$ 300,00	R\$ 805,17	R\$ 4.494,83
2	R\$ 535,48	R\$ 269,68	R\$ 805,17	R\$ 3.959,34
3	R\$ 567,60	R\$ 237,56	R\$ 805,17	R\$ 3.391,73
4	R\$ 601,66	R\$ 203,50	R\$ 805,17	R\$ 2.790,06
5	R\$ 637,76	R\$ 167,40	R\$ 805,17	R\$ 2.152,29
6	R\$ 676,03	R\$ 129,13	R\$ 805,17	R\$ 1.476,25
7	R\$ 716,59	R\$ 88,57	R\$ 805,17	R\$ 759,65
8	R\$ 759,59	R\$ 45,57	R\$ 805,17	0
Total	R\$ 5.000,00	R\$ 1.441,36	R\$ 6.441,36	---

Calculadora HP 12C®

Prestação
[f] [Reg] (Para limpar o visor)
[g] [End] (Modo Postecipado)
5000 [CHS] [PV]
6 [i]
8 [n]
[PMT]
Visor = 805,17

Comando	Função	Período	Visor
1 [f] [AMORT]	Juros	1º Período	300,00
[x ≥ y]	Amortização		505,17
[RCL][PV]	Saldo Devedor		-4.494,82
1 [f] [AMORT]	Juros	2º Período	269,68
[x ≥ y]	Amortização		535,49
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-3.959,32
1 [f] [AMORT]	Juros	3º Período	237,55
[x ≥ y]	Amortização		567,61
[RCL][PV]	Saldo Devedor		-3.391,70
1 [f] [AMORT]	Juros	4º Período	203,50
[x ≥ y]	Amortização		601,67
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		-2790,03
1 [f] [AMORT]	Juros	5º Período	167,40
[x ≥ y]	Amortização		637,77
[RCL][PV]	Saldo Devedor		-2.152,25
1 [f] [AMORT]	Juros	6º Período	129,13
[x ≥ y]	Amortização		676,04
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		1476,21
1 [f] [AMORT]	Juros	7º Período	88,57
[x ≥ y]	Amortização		716,60
[RCL][PV]	Saldo Devedor		759,60
1 [f] [AMORT]	Juros	8º Período	45,57
[x ≥ y]	Amortização		759,60
[RCL] [PV]	Saldo Devedor		0

Calculadora científica

Prestação
$\left(5000 \div \left(\left((1 + (6 \div 100))^8 - 1 \right) \div \left((1 + (6 \div 100))^8 \times (6 \div 100) \right) \right) \right) =$
Visor = 805,17



REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Maria Aparecida Flores de Sousa Junqueira de. **Uma proposta de introdução e ensino de matemática financeira no ensino médio com uso de calculadoras científica e financeira**. 2016. 72 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2016.
- ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- BRUNI, Adriano Leal; FAMÁ, Rubens. **Matemática Financeira com Hp 12C e Excel**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2004.
- CAVALCANTE, José Herbert. **Matemática Financeira: uma aplicação direta no cotidiano**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.
- CONTRI, Rozelaine de Fatima Franzin; RETZLAFF, Eliani. Calculadora financeira hp-12c como ferramenta na prática pedagógica do ensino de estatística. *In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA*, 1., 2009, Ponta Grossa. **Anais [...]**. Ponta Grossa: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009, p. 472-487.
- CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática Financeira Fácil**. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.
- D’AMBROSIO, Ubiratan. **Informática, Ciências e Matemática**. 2001. Disponível em: <http://professorubiratanambrosio.blogspot.com/2011/02/informatica-ciencias-e-informatica.html>. Acesso em: 20 maio 2020.
- FARIAS, Gisele Valle. **A Matemática Financeira na Educação Básica e sua importância para a formação do cidadão consciente**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática Financeira com HP 12C e Excel – uma abordagem descomplicada**. 2. ed. São Paulo: Pearson, 2013.
- GONÇALVES, Jean Piton. **A História da Matemática Comercial e Financeira**. [S. l.: s. n.], 2005. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>. Acesso em: 09 jan. 2020.
- GRANDO, Neiva Ignês; SCHNEIDER, Ido José. Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 18, n. 33, p. 43-62, jan./jun. 2010.
- HOUAISS, Antônio. **Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa**. São Paulo: Objetiva, 2009. CD-ROM.

- IFRAH, Georges. **História universal dos algorismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.
- LUCAS, Lucken Bueno; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Contribuições axiológicas e epistemológicas ao ensino da Teoria da Evolução de Darwin. **Investigação em Ensino de Ciências**, v. 16, n. 2, p. 245-273, 2011.
- LUCCAS, Simone. **O Ensino introdutório de matemática em cursos de administração**: construção de uma proposta pedagógica. 2011. 366 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- MEDEIROS, Kátia Maria de. A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, n. 14, p. 19-28, ago. 2003.
- NETTO, Alvim Antônio de Oliveira. **Novas tecnologias e Universidade – Da didática tradicionalista à inteligência artificial**: desafios e armadilhas. Petrópolis: Vozes. 2005.
- OLIVEIRA, Mayana Cybele Dantas de. **O ensino da matemática financeira utilizando a calculadora HP 12C**. 2014. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.
- PACÍFICO, Ornella. **Matemática financeira**. Rio de Janeiro: Editora Universidade Estácio de Sá, 2015.
- PEREIRA, Esmeraldo Faria. **Calculadora Científica**: conhecer para entender. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.
- PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática financeira e análise de investimentos**. Florianópolis: Departamento de Ciências da Educação – UFSC, 2011.
- PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática financeira**. 2007. Disponível em: <http://docplayer.com.br/889801-Matematica-financeira-ernesto-coutinho-puccini.html>. Acesso em: 20 maio 2020.
- SANTOS, Nilson de Sousa. **Atividades de Matemática Financeira na planilha eletrônica**: uma aplicação para alunos do ensino médio. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.
- SCHIMIGUEL, Juliano; SILVA, Josney Freitas. A Calculadora Financeira HP-12C como ferramenta para o Ensino de Estatística em um curso de Administração. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 8, n. 2, p. 57-69, jan./abr. 2015.
- SOARES, Carlos José Ferreira. O ensino de matemática financeira no ensino médio. **Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, Manaus, v. 9, n. 19, p. 109-122, jul./ dez. 2016.

SOUSA, Tiago Gadelha de. **Ensino de Matemática financeira com utilização de tecnologias**. 2014. 90 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

SOUZA NETO, Erivaldo Gumercindo de; SILVA, Giselly de Oliveira; TEIXEIRA FILHA, Aguilinda Alves. **A utilização da calculadora científica nas propriedades fundamentais logarítmicas**. In: JORNADA DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 13., 2013, Recife. **Anais [...]**. Recife: UFRPE, 2013. p. 1-3.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2010.