Universidade Estadual do Norte do Paraná

Repositório Institucional UENP **https://repositorio.uenp.edu.br**

Programa de Pós-Graduação em Ensino Dissertações

2026

Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: uma investigação sobre a linguagem em uso

Silva, Michelle Fernanda da

Universidade Estadual do Norte do Paraná

https://repositorio.uenp.edu.br/handle/123456789/879

Baixado de Repositório Institucional UENP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ
***Campus* Cornélio Procópio**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO

MICHELLE FERNANDA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO

CORNÉLIO PROCÓPIO – PR
2026

MICHELLE FERNANDA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

CORNÉLIO PROCÓPIO – PR
2026

Ficha catalográfica elaborada por Juliana Jacob de Andrade. Bibliotecária, CRB/9-1669, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

S586m

Silva, Michelle Fernanda da
Modelagem matemática nos anos iniciais: uma investigação sobre a linguagem em uso. / Michelle Fernanda da Silva; orientadora Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa - Cornélio Procópio, 2026.
178 p. :il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós Graduação em Ensino, 2026.

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Usos da linguagem.. 4. Educação Ambiental. 5. Anos Iniciais. I. Sousa, Bárbara Nivalda Palharini Alvim, orient. II. Título.

CDD: 511.8

MICHELLE FERNANDA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS:
UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Após realização de Defesa Pública, o trabalho foi considerado:

APROVADO

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP

Prof. Dr. Jhony Alexander Villa-Ochoa
Universidad de Antioquia

Prof.ª Dr.ª Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Cornélio Procópio, 09 de março de 2026.

Dedico este trabalho à minha mãe, Dolores Angelelli da Silva (*in memoriam*), que segue presente nas minhas vitórias e eterna no meu coração. A você, que, mesmo sem estar, sempre esteve — em amor, em memória, em luz. Sua ausência se fez saudade, sua saudade se fez força, sua força se fez caminho. Mãe, a senhora sempre será a minha saudade mais bonita.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, centro e fundamento de tudo em minha vida, por renovar a cada momento minha força, minha fé, minha perseverança e por conceder-me discernimento ao longo dessa fase.

A meu pai, José Adão da Silva, meu maior exemplo de dedicação e generosidade, que nunca mediu esforços para me apoiar e incentivar. Obrigada pela compreensão e paciência nos momentos de ausência durante os estudos e o desenvolvimento da pesquisa. Obrigada pelo amor incondicional, pelo carinho e por sempre me ajudar no que precisei.

À minha mãe, Dolores Angelelli da Silva (*in memoriam*), obrigada por tudo e por tanto. Ao longo da minha vida, ensinou-me a ser forte e a seguir meus sonhos. E, mesmo na ausência física, esteve presente em todo o processo, sendo luz na minha vida e força nos momentos difíceis.

Ao meu irmão Maikon, à minha cunhada Joyce e à minha família, obrigada pelo incentivo, pela força e pela ajuda em todos os momentos em que precisei. Vocês fazem parte de cada conquista.

À minha orientadora Prof.ª Dr.ª Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, por tantos ensinamentos, conhecimentos e palavras que me permitiram crescer como pessoa e trilhar o início do meu caminho na pesquisa. Expresso minha profunda admiração por sua competência profissional, pela forma cuidadosa com que conduziu todo o processo, e serei eternamente grata por ter confiado em mim e me aceitado como orientanda.

Aos professores da banca, Prof. Dr. Jhony Alexander Villa-Ochoa e Prof.ª Dr.ª Lourdes Maria Werle de Almeida, pela disponibilidade em avaliar meu trabalho e pelas valiosas sugestões, reflexões e contribuições que foram fundamentais para o aprimoramento desta pesquisa.

A todos os membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPIEEM), do qual tenho muito orgulho em fazer parte, agradeço pelas contribuições, sugestões e pelo apoio na validação do meu Produto Educacional. Em especial, aos meus amigos Natália e Ariel, pelas reuniões noturnas de estudo, pela parceria, pela confiança, pelas trocas de experiências, pelas produções científicas e pelo apoio incondicional. Vocês fizeram toda a diferença.

Aos companheiros de mestrado da Turma 8 do PPGEN, em especial

aos amigos Ricardo, Elizabeth, Vânia e Giovana, que tive o prazer de conhecer e que vivenciaram todo o percurso do mestrado comigo, contribuindo de diversas formas e tornando minha trajetória mais leve.

De forma especial, ao meu amigo Arisley, pelas contribuições e sugestões relacionadas à parte gráfica e ao design da minha plataforma digital, que auxiliaram no aprimoramento do meu Produto Educacional. Minha sincera gratidão pelo apoio ao longo desse processo.

Aos amigos e companheiros de trabalho, pelo incentivo, apoio e compreensão nos momentos de ausência. A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para esta conquista em minha vida, minha gratidão. Que Deus os abençoe.

"A fé é a certeza daquilo que esperamos e a prova das coisas que não vemos."
(Hebreus 11:1)

Silva, Michelle Fernanda da. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais**: Uma Investigação sobre a Linguagem em Uso. 2026. 180p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2026.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar os usos da linguagem que se evidenciam em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando sua contribuição para o sentido que os estudantes conferem àquilo que aprendem, à luz da perspectiva wittgensteiniana, tendo como questão de pesquisa: “que usos da linguagem se evidenciam em atividades de modelagem matemática e contribuem para o sentido que os alunos conferem àquilo que aprendem?”. Como base teórica, adotou-se a modelagem matemática como alternativa pedagógica e, como base filosófica, a concepção wittgensteiniana de linguagem associada aos usos e aos jogos de linguagem. Associado a esta dissertação, foi desenvolvido o produto educacional intitulado “Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma plataforma digital”, caracterizado como uma mídia educacional, conforme as diretrizes da CAPES. Uma investigação empírica foi desenvolvida com 18 alunos do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pertencentes a uma escola pública de ensino integral, do estado do Paraná no decorrer de 30 horas. Compõe a base de dados da pesquisa registros escritos produzidos pelos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, registros audiovisuais das interações entre os participantes e anotações em diário de campo da pesquisadora. Os resultados indicam que a modelagem matemática, articulada aos usos da linguagem, com atividades desenvolvidas no contexto da Educação Ambiental, constitui-se como uma alternativa pedagógica que favorece o sentido no uso da matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que possibilita aos alunos tomar decisões, reorganizar ações, utilizar regras matemáticas conhecidas por eles, construir novos conhecimentos quando se faz necessário o estabelecimento de novas regras, interpretar dados e validar resultados no decorrer do processo investigativo, compreendendo a matemática como uma prática humana em uso.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Usos da linguagem. Educação Ambiental. Anos Iniciais.

Silva, Michelle Fernanda da. **Mathematical Modeling in the Early Years**: An Investigation into Language in Use. 2026. 180p. Dissertation (Professional Master's Degree in Teaching) – State University of Northern Paraná, Cornélio Procópio, 2026.

ABSTRACT

This research aims to investigate the uses of language evidenced in Mathematical Modeling activities developed in the early years of Elementary Education, considering their contribution to the meaning that students attribute to what they learn, in light of the Wittgensteinian perspective, based on the following research question: "Which uses of language are evidenced in Mathematical Modeling activities and contribute to the meaning that students attribute to what they learn?" As a theoretical foundation, Mathematical Modeling was adopted as a pedagogical alternative and, as a philosophical basis, the Wittgensteinian conception of language associated with uses and language-games. Associated with this dissertation, the educational product entitled "Mathematical Modeling and Environmental Education: A Digital Platform" was developed, characterized as educational media in accordance with the guidelines of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES). An empirical investigation was conducted with 18 fifth-grade students in the early years of Elementary Education from a full-time public school in the state of Paraná, Brazil, over a period of 30 hours. The research database consists of written records produced by the students during the development of Mathematical Modeling activities, audiovisual recordings of interactions among participants, and the researcher's field notes. The results indicate that Mathematical Modeling, articulated with the uses of language through activities developed within the context of Environmental Education, constitutes a pedagogical alternative that promotes meaning in the use of mathematics in the early years of Elementary Education, as it enables students to make decisions, reorganize actions, use mathematical rules already known to them, construct new knowledge when the establishment of new rules becomes necessary, interpret data, and validate results throughout the investigative process, understanding mathematics as a human practice in use.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Uses of Language. Environmental Education. Early Years of Elementary Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática 26
Figura 2 - Objetivos do Desenvolvimento Sustentável – Agenda 2030 42
Figura 3 - Metas de Usabilidade 63
Figura 4 - Recorte 1 da Plataforma - Atividade “Lixo na Escola” 72
Figura 5 - Pesagem do Lixo Coletado 79
Figura 6 - Coleta de Dados – Atividade 1 79
Figura 7 - Registros do Grupo 1 (parte 1) – Atividade 1.....80
Figura 8 - Registros do Grupo 1 (parte 2) – Atividade 1.....81
Figura 9 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 1 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”.....82
Figura 10 - Registros do Grupo 2 (parte 1) – Atividade 1.....83
Figura 11 - Registros do Grupo 2 (parte 2) – Atividade 1.....84
Figura 12 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 2 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”.....85
Figura 13 - Registros do Grupo 3 (parte 1) – Atividade 1.....86
Figura 14 - Registros do Grupo 3 (parte 2) – Atividade 1.....87
Figura 15 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 3 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”.....88
Figura 16 - Registros do Grupo 4 (parte 1) – Atividade 1.....90
Figura 17 - Registros do Grupo 4 (parte 2) – Atividade 1.....90
Figura 18 - Registros do Grupo 4 (parte 3) – Atividade 1.....91
Figura 19 - Sentido no uso pelo alunos do Grupo 4 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”.....93
Figura 20 - Recorte 2 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar” 95
Figura 21 - Recorte 3 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar” 96
Figura 22 - Recorte 4 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar” 97
Figura 23 - Recorte 5 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar”

.....98
Figura 24 - Registros do Grupo 5 (parte 1) – Atividade 2.....102
Figura 25 - Registros do Grupo 5 (parte 2) – Atividade 2.....102
Figura 26 - Registros do Grupo 6 – Atividade 2.....103
Figura 27 - Registros do Grupo 7 (parte 1) – Atividade 2.....104
Figura 28 - Registros do Grupo 7 (parte 2) – Atividade 2.....105
Figura 29 - Registros do Grupo 8 (parte 1) – Atividade 2.....106
Figura 30 - Registros do Grupo 8 (parte 2) – Atividade 2.....107
Figura 31 - Sentido pelo Uso na Atividade de Modelagem Matemática “Petróleo no Mar” 108
Figura 32 - Recorte 6 da Plataforma - Atividade “Desperdício de Água” 110
Figura 33 - Registros do Grupo 9 – Atividade 3.....117
Figura 34 - Registros do Grupo 10 – Atividade 3 119
Figura 35 - Registros do Grupo 11 – Atividade 3 120
Figura 36 - Registros do Grupo 12 – Atividade 3 121
Figura 37 - Sentido pelo Uso na Atividade de Modelagem Matemática “Desperdício de Água” 122
Figura 38 - Recorte 7 da Plataforma - Atividade “Arborização”.....124
Figura 39 - Recorte 8 da Plataforma - Atividade “Arborização”.....124
Figura 40 - Coleta de Dados (parte 1) - Grupo 13.....131
Figura 41 - Coleta de Dados (parte 2) - Grupo 13.....132
Figura 42 - Registros do Grupo 13 (parte 1) – Atividade 4.....132
Figura 43 - Registros do Grupo 13 (parte 2) – Atividade 4.....133
Figura 44 - Coleta de Dados - Grupo 14.....134
Figura 45 - Registros do Grupo 14 (parte 1) – Atividade 4.....135
Figura 46 - Registros do Grupo 14 (parte 2) – Atividade 4.....136
Figura 47 - Coleta de Dados - Grupo 15.....137
Figura 48 - Registros do Grupo 15 (parte 1) – Atividade 4.....138
Figura 49 - Registros do Grupo 15 (parte 2) – Atividade 4.....138
Figura 50 - Coleta de Dados - Grupo 16.....140
Figura 51 - Registros do Grupo 16 (parte 1) – Atividade 4.....140
Figura 52 - Registros do Grupo 16 (parte 2) – Atividade 4.....141
Figura 53 - Registros do Grupo 16 (parte 3) – Atividade 4.....142
Figura 54 - Sentido por meio dos jogos de linguagem mobilizados na Atividade de

Modelagem Matemática “Arborização” 143
Figura 55 - Árvore de Associações de Ideias: o sentindo nos usos da linguagem em atividades de modelagem matemática 159

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Programas Profissionais de Pós-Graduação do Estado do Paraná 54
Quadro 2 - Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede no Paraná 55
Quadro 3 - Dados coletados no período de 2014 – 2025.....57
Quadro 4 - Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Produtos Educacionais 60
Quadro 5 - Distribuição das Atividades ao longo do Período de Intervenção.....66
Quadro 6 - Organização dos participantes nos grupos de cada Atividade 71
Quadro 7 - Coleta do Lixo das Salas de Aula.....78
Quadro 8 - Realização da Simulação de Poluição do Mar 100
Quadro 9 - Coleta de dados – Atividade “Desperdício de Água” 115
Quadro 10 - Exploração do espaços da escola – Atividade 4 128
Quadro 11 - Coleta de Dados no *Google Earth* – Atividade 4.....131

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
CNE	Conselho Nacional de Educação
CREP	Currículo da Rede Estadual Paranaense
EA	Educação Ambiental
IBAMA	Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis
MEC	Ministério da Educação
MMA	Ministério do Meio Ambiente
MSL	Mapeamento Sistemático de Literatura
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
ONU	Organização das Nações Unidas
PE	Produto Educacional/ Produção Técnica Educacional
PNEA	Política Nacional de Educação Ambiental
PNUMA	Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente
PPGEN	Programa de Pós-Graduação em Ensino
PROFMAT	Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
ProNEA	Programa Nacional de Educação Ambiental
RCP	Referencial Curricular do Paraná
Sisnama	Sistema Nacional do Meio Ambiente
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEM	Universidade Estadual de Maringá
UENP	Universidade Estadual do Norte do Paraná
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNICENTRO	Universidade Estadual do Centro-Oeste
UNINTER	Centro Universitário Internacional
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste Do Paraná
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 24

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL 27

3 ELEMENTOS DA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA SOBRE LINGUAGEM 32

USOS DA LINGUAGEM EM UMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA 32

4 EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UM CENÁRIO PARA ESTUDOS 39

EDUCAÇÃO AMBIENTAL E MODELAGEM MATEMÁTICA 44

5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS 46

APROVAÇÃO DA PESQUISA JUNTO AO COMITÊ DE ÉTICA 46

NATUREZA E TIPO DE PESQUISA 46

PARTICIPANTES DA PESQUISA 47

INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS 48

RECURSO ANALÍTICO: ÁRVORE DE ASSOCIAÇÃO DE IDEIAS 50

6 PRODUTO EDUCACIONAL 53

UM MAPEAMENTO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS 53

DESIGN DE INTERAÇÕES 62

PLATAFORMA DIGITAL 64

RELATO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL 65

7 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS 69

NAVEGANDO PELA PLATAFORMA: ETAPA INICIAL DA IMPLEMENTAÇÃO 70

ATIVIDADE 1 – LIXO NA ESCOLA 71

ATIVIDADE 2 – DERRAMAMENTO DE PETRÓLEO NO MAR 94

ATIVIDADE 3 – DESPERDÍCIO DE ÁGUA 109

ATIVIDADE 4 – ARBORIZAÇÃO 123

8 REFLEXÕES SOBRE O SENTIDO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA 146

O Sentido Nas Atividades De Modelagem Matemática 146

Os Usos Da Linguagem Nas Interações De Atividades Investigativas 150

A Articulação Entre Modelagem Matemática E Educação Ambiental 154

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....161

10 REFERÊNCIAS.....167

11 APÊNDICES 175

Apêndice I – Declaração De Anuência Da Instituição Esclarecido. 175

Apêndice II – Termo De Consentimento De Participação De Crianças/Adolescentes (TCLE).....176

Apêndice III – Termo De Assentimento Livre E Esclarecido (TALE). 178

1 INTRODUÇÃO

No contexto escolar, o ensino da Matemática frequentemente é percebido de forma abstrata e desconectada da realidade dos alunos, o que compromete sua compreensão e aplicação, bem como seu desenvolvimento matemático. No entanto, quando os estudantes são inseridos em situações que mobilizam a linguagem matemática em contextos reais, abre-se espaço para que a matemática seja compreendida a partir de situações próximas da vida cotidiana e das ações sociais.

A Educação Matemática desempenha um papel relevante no desenvolvimento de competências essenciais para que o ser humano exerça um papel proativo na sociedade. Aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem de matemática pode permitir o desenvolvimento do pensamento crítico, a tomada de decisões a partir de um senso fundamentado, o desenvolvimento da cidadania, a consciência socioeconômica e socioambiental, entre outras características.

D'Ambrosio (2009) aponta que a matemática foi desenvolvida pelo ser humano como uma estratégia para interpretar e compreender diversos assuntos da realidade, considerando os contextos naturais, sociais e culturais. Nessa perspectiva, a inserção da Matemática como componente do currículo educacional justifica-se por suas contribuições para o desenvolvimento do pensamento humano e para a busca de soluções para diferentes questões e aplicações práticas associadas à natureza e à sociedade.

No que diz respeito à Educação, os documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Referencial Curricular do Paraná (RCP) e o Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP) destacam a importância de vincular a matemática a outros campos do saber para tornar o aprendizado mais eficaz (Brasil, 2018; Paraná, 2018; 2021).

A Educação Matemática consiste em um campo de estudos que compreende o processo educacional matemático, desenvolvendo-se na interação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (Skovsmose, 2001). Nesse sentido, não se restringe à transmissão de conteúdos, mas abrange a formação dos sujeitos para atuar em sociedade, na qual a matemática é uma atividade humana que participa da organização social (Skovsmose, 2001; D'Ambrosio, 2009). Além disso, a aprendizagem da Matemática pode oportunizar que os sujeitos consigam lidar com os

conceitos matemáticos e relacioná-los a diferentes áreas, analisando e discutindo inúmeros temas (Paraná, 2008; 2019).

Nessa área, algumas metodologias foram desenvolvidas e fundamentam a prática docente. Entre estas, destaca-se a Modelagem Matemática[1], que é indicada pelos documentos oficiais desde a década de 1990 como uma das possibilidades metodológicas para o ensino e a aprendizagem de matemática em diferentes níveis de escolaridade.

No que concerne à modelagem, um aspecto relevante a ser destacado é o seu teor investigativo, pois, por meio de atividades de modelagem matemática, utilizam-se conceitos, ideias e algoritmos matemáticos relacionados à procura, seleção, organização e manipulação de informações, permitindo reflexões sobre esses elementos (Barbosa, 2001; 2004).

No desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, os conceitos matemáticos são necessários "[...] como um meio de analisar tais situações e lê-las utilizando de recursos e técnicas específicas à linguagem matemática" (Sousa, 2017, p. 49). Esse uso da matemática é um meio para que, a partir dos resultados, os alunos desenvolvam diversas habilidades, aprendendo a questionar, ponderar, buscar e coletar informações, além de empregar a matemática para solucionar uma variedade de problemas de circunstâncias cotidianas.

A modelagem favorece a articulação entre a matemática e o cotidiano dos alunos por meio de problemas contextualizados extraescolares e intraescolares, possibilitando o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, a relação com diversas áreas do conhecimento e a abordagem de práticas sociais (Barbosa, 2001; Almeida; Silva; Vertuan, 2016). Nesse sentido, documentos oficiais do estado do Paraná também destacam o uso da modelagem como uma abordagem no ensino de matemática (Paraná, 2018; 2021).

A contextualização de diferentes temas por meio da modelagem matemática pode possibilitar que os alunos aprimorem habilidades de exploração, de análise e de compreensão, posto que "uma das ações características de atividades de modelagem matemática é a idealização da situação, isto é, a atribuição de uma roupagem matemática ao fenômeno, tornando-o passível de ser interpretado matematicamente" (Sousa; Tortola, 2021, p. 6).

---

[1] Neste texto usa-se Modelagem para se referir a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Autores como Tortola e Almeida (2018), Souza e Barbosa (2014), Costa (2019), Sousa e Tortola (2021) escreveram sobre a relevância da modelagem matemática na Educação Matemática e trouxeram reflexões sobre os usos da linguagem, tendo como base filosófica a perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein[2] (1889–1951). Souza e Barbosa (2014) acentuam que o uso da modelagem matemática aborda problemas que envolvem a realidade e que, na linguagem e por meio dela, é possível produzir significados, utilizando representações matemáticas para sistematizar o mundo e seus diversos aspectos.

Em consonância com Souza e Barbosa (2014), Costa (2019) expõe que o intuito da modelagem é usar a linguagem matemática para estudar soluções para problemas que envolvam aspectos cotidianos. Para a autora, os conhecimentos prévios dos alunos entram em cena nas atividades de modelagem matemática, pois "ele consegue observar, sob a ótica dos conceitos matemáticos, o fenômeno ou a situação da realidade, assim ele realiza o processo de matematização do objeto que está sob investigação" (Costa, 2019, p. 2). Essa autora salienta que a modelagem matemática, em uma interpretação wittgensteiniana, permite uma resignificação da matemática e da realidade, bem como uma nova percepção da matemática a partir dos diferentes usos da linguagem.

A filosofia tardia de Wittgenstein mobiliza diferentes conceitos para auxiliar na compreensão dos modos como os sujeitos se relacionam com a linguagem (Wittgenstein, 2013). Os conceitos de jogos de linguagem, semelhanças de família, proposição e formas de vida são algumas das concepções que Wittgenstein contempla em sua filosofia e que auxiliam a tratar das relações dos sujeitos com o mundo, especialmente na organização de suas experiências.

São exemplos de jogos de linguagem: seguir ordens, averiguar hipóteses, desvendar enigmas, realizar traduções entre diferentes línguas, solucionar problemas, entre outras variedades de situações (Wittgenstein, 2013).

Mesmo que Wittgenstein não tenha tido intenção de olhar para o cenário educacional, muitos de seus conceitos permitem lançar luz sobre a maneira como os sujeitos compreendem, aprendem e se relacionam com o mundo. Por exemplo, a análise do que Wittgenstein denomina de jogos de linguagem, ou seja, das atividades regradas que fazemos com a linguagem, pode permitir tratar de temas

[2] Ludwig Wittgenstein foi um filósofo austríaco que teve contribuições para a Filosofia da Linguagem, Lógica, Filosofia da Matemática entre outros temas da contemporaneidade.

como sentido e significado.

Para Wittgenstein (2013, §43), o significado está associado aos usos que os sujeitos fazem na linguagem, “o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem”. Nesse contexto, embora existam processos mentais e internos importantes, o foco não incide sobre estes processos, e o significado não é visto como algo interno ou mental. A essência dos conceitos se expressa na gramática, ou seja, nas regras de uso deste conceito, que, por sua vez, são compartilhadas e convencionadas nas formas de vida dos sujeitos, o pano de fundo cultural e social que torna possível a compreensão.

Nessa perspectiva filosófica, o conceito de seguir regras é importante, pois permite compreender que o significado está relacionado à participação em práticas reguladas socialmente (Wittgenstein, 2013).

Em relação à concepção de sentido, na fase tardia, não há uma distinção técnica rígida entre significado (*Bedeutung*) e sentido (*Sinn*). Em vez disso, Wittgenstein desloca a questão, sendo o significado de uma palavra seu uso na linguagem. O significado das palavras pode ser visto nas práticas concretas em que a palavra é empregada. Já o sentido é compreendido como aquilo que se mostra no seu uso, isto é, os modos como os sujeitos se relacionam com a linguagem em suas experiências com a vida.

É para Moreno (2012), filósofo brasileiro e interpretador de Wittgenstein, que o sentido e o significado podem ser distinguidos e auxiliar nas reflexões associadas ao ensino e à aprendizagem. O significado não é algo além da prática linguística; já o sentido surge quando essa palavra é usada em uma situação concreta. Por exemplo: em um problema sobre consumo de água, o termo “função” pode ganhar o sentido de relação entre tempo e volume consumido. Em um estudo de crescimento populacional, pode adquirir o sentido de modelo de variação ao longo do tempo. O significado não mudou (as regras continuam as mesmas), mas mudou o modo como ele se atualiza na prática, como o sujeito o percebe e agrega às suas experiências novos olhares sobre o objeto matemático, neste exemplo.

Essa mobilização ocorre a partir de diferentes jogos de linguagem, ou seja, em diferentes contextos, um indivíduo usa, aprende e se insere em diferentes jogos de linguagem, visto que a linguagem é usada com um propósito e o sentido se constitui de acordo com seu uso. São exemplos disso: instruções recebidas de um superior no trabalho, explicações realizadas por um professor em um ambiente

educacional, descrição de fenômenos científicos e naturais, a identificação de uma pessoa na sociedade ou até mesmo as regras criadas por uma criança em um jogo inventado por ela.

Na Matemática entram em cena diferentes modos de operar e diferentes jogos de linguagem, associados a um conjunto de regras convencionadas em sociedade (Sousa; Tortola, 2021). A matemática em si tem suas regras próprias, e, os alunos precisam aprender a jogar esse jogo e seguir suas regras para serem inseridos nesse jogo de linguagem.

Neste ínterim, em referência aos pressupostos de Wittgenstein sobre os jogos de linguagem, as proposições matemáticas usadas para solucionar situações-problema contribuem para a formação dos alunos, pois eles podem compreender, investigar e, como sinalizam Tortola e Almeida (2018, p. 150), por vezes "aprendem a seguir regras que orientam os usos da matemática em cada situação e, assim, inserem-se em diferentes jogos de linguagem ou em diferentes contextos de uso da Matemática, alterando o seu modo de ver o mundo".

Os usos da modelagem matemática em sala de aula podem incorporar temas de diferentes contextos socioeconômicos, socioambientais, entre outros. Em meio às diversas possibilidades para se trabalhar a matemática a partir de temas contextualizados, a Educação Ambiental (EA) é um cenário propício para se introduzir a modelagem em diferentes níveis de escolaridade, pois abrange temas que estão próximos ao cotidiano dos alunos, nos diversos ambientes a que eles são comuns, como a escola e sua habitação, podendo abordar o desperdício de água, a produção de lixo, os diversos tipos de poluição, a degradação do solo e a preservação dos recursos naturais.

Ao trabalhar a matemática, por meio de questões ambientais, o aluno tem a oportunidade de mobilizar a linguagem matemática em jogos de linguagem que lhe possibilitam compreender o sentido do que está aprendendo, bem como aprender os significados dos objetos matemáticos a partir de seus diferentes usos na linguagem.

Em relação aos diferentes problemas que circundam o campo educacional, o modo como os alunos aprendem, os significados que atribuem aos conceitos e aos fatos do mundo e a forma como organizam suas experiências constituem foco de discussão desde os primeiros anos escolares. Nesse cenário, a escola tem seu papel relacionado a:

> [...] construção de ações que assegurem os direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento imprescindíveis à formação humana, considerando, também, o papel social da escola como agente de articulação e transformação da realidade social e ambiental.
> [...] cumprimento do seu papel em relação à formação dos estudantes, propondo um olhar diferenciado, e remete a questões centrais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado.
> [...] desempenhar a sua função social, política e pedagógica, promovendo a oferta das condições e recursos construídos histórica e culturalmente e possibilitando que os estudantes usufruam e exercitem seus direitos civis, humanos e sociais.
> [...] garantir os direitos de aprendizagem sobre a diversidade cultural, sócio ambiental, étnico-racial, geracional, territorial, sexual e de identidades de gênero possibilitando aos estudantes compreender a constituição e a dinâmica da sociedade brasileira para exercitar a sua cidadania. (Paraná, 2018, p. 12, 14-15, 18).

As atividades nas escolas têm o papel de apresentar os conceitos científicos, auxiliar os alunos na organização de suas atividades e em como se relacionar com os outros, ajudar os alunos a se reconhecerem como indivíduos, levando em conta suas capacidades, além de oportunizar que vivenciem experiências em que coloquem em prática, em cenários reais, os assuntos aprendidos de cunho educacional (Brasil, 2018).

Entre os papéis da escola no ensino e na formação do indivíduo, destaca-se o papel da Educação Matemática no desenvolvimento de diversas habilidades e na aplicabilidade da matemática em situações concretas. Sob a perspectiva do ensino e da aprendizagem de matemática, a modelagem matemática, por meio de atividades investigativas, evidencia a presença da matemática em variados contextos e possibilita que os estudantes utilizem métodos matemáticos para resolver problemas reais.

Segundo Barbosa (2001, p. 4), atividades de modelagem podem ser consideradas “como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida”.

Assim, a investigação dos usos da matemática em atividades de modelagem matemática pode permitir a proposição de pesquisas e materiais pedagógicos que aprimorem os processos de ensino e aprendizagem desde os primeiros anos escolares. Diferentes pesquisas abordam a modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e suas contribuições para o ensino de

matemática: Burak (1992); Luna, Souza e Santiago (2009); Tortola (2012; 2016); Burak e Martins (2015); Tortola e Almeida (2016); Zanella e Kato (2017); Gomes (2018); Lovo (2020); Viana (2020); Marquezepe (2021); Nunomura (2021); Pfhal (2021); Teodoro e Kato (2021); Martins (2023); Seletti (2023) e Rodrigues (2023).

É neste cenário que essa pesquisa se insere, considerando a modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a importância da Educação Ambiental e a perspectiva wittgensteiniana de linguagem para o tratamento dos modos como os sujeitos organizam suas experiências por meio da linguagem.

Neste contexto, a questão dessa pesquisa é: *"Que usos da linguagem se evidenciam em atividades de modelagem matemática e contribuem para o sentido que os alunos conferem àquilo que aprendem?"*

Para a pesquisa apresentada, delineou-se como objetivo geral investigar os usos da linguagem que se evidenciam em atividades de modelagem matemática desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando sua contribuição para o sentido que os estudantes conferem àquilo que aprendem, à luz da perspectiva wittgensteiniana.

Associado a esta dissertação, foi desenvolvido o produto educacional intitulado "Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma plataforma digital", caracterizado como uma mídia educacional, conforme as diretrizes da CAPES.

Este relatório de pesquisa está organizado de modo a contemplar: uma Introdução, na qual são apresentados o problema de pesquisa, os objetivos e a justificativa do estudo. Em seguida, discute-se a Modelagem Matemática na Educação Matemática, abordando sua inserção nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental como alternativa pedagógica. O terceiro capítulo trata da linguagem e do sentido, fundamentando-se na perspectiva wittgensteiniana e nos jogos de linguagem para o ensino e a aprendizagem de matemática. Posteriormente, a Educação Ambiental é apresentada como cenário para o desenvolvimento das atividades investigativas. O trabalho descreve, ainda, os encaminhamentos metodológicos, contemplando a natureza da pesquisa, os participantes, os instrumentos de coleta de dados e o recurso analítico da árvore de associação de ideias, bem como os procedimentos éticos. Na sequência, apresenta-se o produto educacional, incluindo o mapeamento de produções semelhantes, o design de interações, a elaboração da plataforma digital e o relato de sua aplicação. O capítulo de apresentação e análise dos dados detalha a implementação da plataforma e as atividades de modelagem matemática

desenvolvidas. Por fim, a dissertação aborda reflexões sobre o sentido em atividades de modelagem matemática, destacando os usos da linguagem nas interações investigativas e a articulação entre Modelagem Matemática e Educação Ambiental, culminando nas considerações finais, referências e apêndices.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No campo da Educação Matemática, pesquisas vêm sendo desenvolvidas em busca de encontrar meios que possibilitem que os alunos consigam perceber o papel da matemática na sociedade. Destaca-se que o desenvolvimento de atividades investigativas pode oportunizar que eles possam relacionar os conhecimentos que já possuem com novas descobertas.

Neste cenário, as atividades de modelagem matemática entram em cena, como atividades investigativas, pautadas na colaboração e no estímulo à formulação de hipóteses, à argumentação, ao diálogo e à reflexão crítica. Para Barbosa (2001), investigar é buscar, ordenar e manusear informações, e, nesse ínterim, a modelagem matemática é a oportunidade de os alunos explorarem diferentes situações-problema, por meio da matemática, sem a necessidade de conteúdos fixados, pois as próprias situações podem envolver temas do cotidiano e permitir diversos desdobramentos.

O Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP), importante documento que norteia os currículos dos componentes curriculares no estado do Paraná, acentua que a modelagem matemática se origina da contextualização dos conhecimentos matemáticos para solucionar situações propostas no ambiente escolar (Paraná, 2021). Neste sentido, a modelagem matemática pode proporcionar meios para que os alunos trabalhem com os conceitos matemáticos a partir de uma concepção que dialoga com sua realidade.

A modelagem matemática na Educação Matemática não se restringe à resolução de problemas aplicados; configura-se como um espaço de problematização de questões sociais, ambientais e culturais. No Brasil, diversos pesquisadores, nas últimas décadas, como Burak (1992), Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Almeida e Brito (2005), Almeida, Silva e Vertuan (2016), abordam a modelagem matemática como meio para abordar a matemática presente no cotidiano.

De modo geral, a modelagem matemática pode ser compreendida como: “[...] o processo de traduzir uma situação real para uma estrutura matemática, resolver o modelo e interpretar os resultados no contexto do problema original. É um processo dinâmico e iterativo” (Blum; Borromeo Ferri, 2009, p. 45).

Nas palavras de Bassanezi (2002, p. 16) a “modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e

resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Desde seu início na década de 1970, a modelagem matemática foi vinculada às ciências aplicadas, como engenharia, física e economia, e a uma ferramenta destinada à representação e resolução de problemas da realidade por meio de estruturas matemáticas (Pollak, 1979; Kaiser, 1995). Ela também é compreendida não apenas como um recurso para a aplicação de conceitos matemáticos, mas também como uma abordagem que favorece a compreensão de diferentes fenômenos, o desenvolvimento do pensamento crítico e a tomada de decisões por parte dos alunos (Blum; Borromeo Ferri, 2009; Bassanezi, 2002).

No âmbito da sala de aula, a modelagem matemática configura-se como uma alternativa pedagógica que permite uma abordagem matemática de situações cotidianas, não fundamentalmente matemáticas (Almeida; Silva; Vertuan, 2016).

Neste sentido, Sousa, Tortola e Almeida (2014) argumentam que a modelagem matemática pode ser considerada uma:

> [...] busca por alternativas para as práticas de ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula, alternativas que contemplem a matemática sob um olhar que não a trata de maneira isolada, desconexa da realidade, mas como parte integrante de nossas práticas e atividades humanas (Sousa; Tortola; Almeida, 2014, p. 3).

Em suma, a modelagem matemática “é um meio de usar Matemática na solução de problemas cuja origem não está na Matemática” (Sousa, 2017, p. 49). As atividades de modelagem possibilitam que situações cotidianas sejam trabalhadas de modo a “compreender as inter-relações entre diferentes aspectos do mundo, sejam econômicos, sociais, científicos ou tecnológicos” (Caldeira; Costa; Cambi, 2020, p. 4).

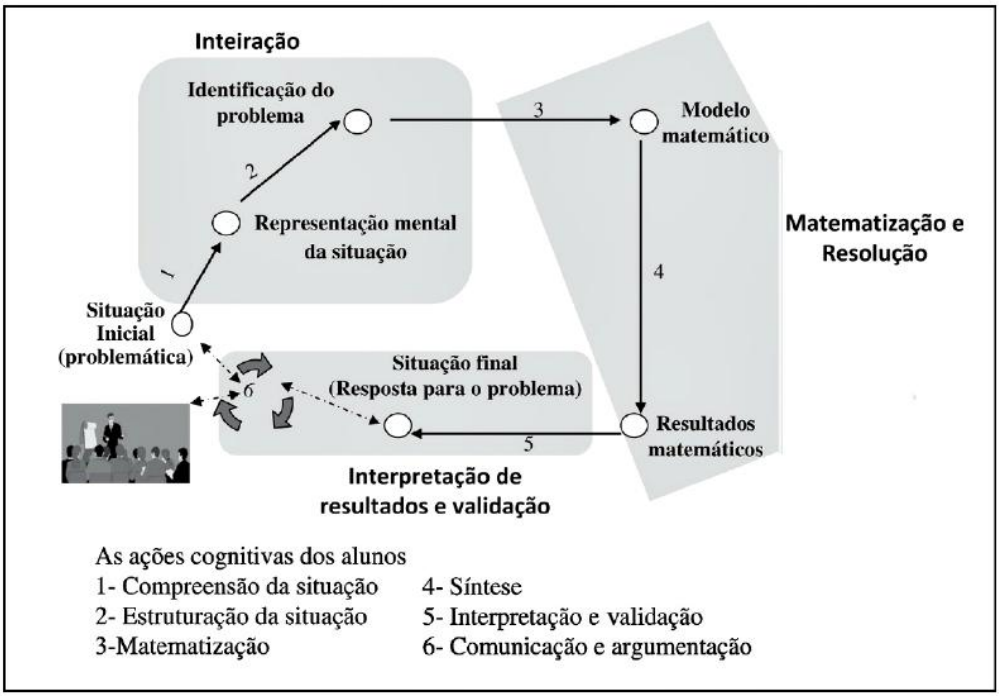
No desenvolvimento de atividades de modelagem, a utilização de temas que aludem à realidade do aluno possibilita que eles desenvolvam a criticidade, com reflexões relacionando os assuntos abordados e o papel da matemática para o desenvolvimento das experiências e atividades humanas (Sousa; Tortola; Almeida, 2014).

As atividades de modelagem, por possuírem um teor investigativo, incentivam que os alunos desenvolvam modelos matemáticos para solucionar uma situação-problema da realidade. Dessa forma, é importante que os alunos desenvolvam competências, como investigar, questionar e refletir, para que possam

ser protagonistas de sua aprendizagem e compreendam que o professor será o mediador desse processo.

Almeida, Silva e Vertuan (2016) pontuam fases que, em certa medida, representam o processo investigativo percorrido no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática: a inteiração, a matematização, a resolução, a interpretação de resultados e a validação (Figura 1).

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Em relação a cada fase, Almeida, Silva e Vertuan (2016) definem que a *inteiração* é o primeiro contato com a situação-problema inicial, momento de inteirar-se, obter informações, compreender as características, formular um problema a ser investigado e definir metas. Já na *matematização*, elucidam que ocorre uma transição da linguagem, com a adaptação da realidade para a linguagem matemática por meio da formulação de possíveis hipóteses, definição de variáveis e estabelecimento de relações por meio das simplificações. Sobre a *resolução,* explanam que é a fase de desenvolvimento de um modelo matemático por meio de relações estabelecidas com conceitos matemáticos, com o intuito de responder ao problema formulado. Além disso, acentuam que é na *interpretação de resultados* e *validação* que as respostas obtidas, por meio do modelo desenvolvido, serão interpretadas e analisadas de forma a validar a representação matemática.

Para a implementação de uma atividade de modelagem, é importante que o professor e/ou os alunos consigam elaborar questionamentos decorrentes de uma situação-problema apresentada. Os temas trabalhados nas atividades de modelagem podem ser inicialmente escolhidos pelos professores e, posteriormente, pelos próprios alunos para que possam investigar temas de interesse próprio (Almeida; Silva; Vertuan, 2016).

As atividades de modelagem matemática podem ser desenvolvidas gradualmente em três momentos:

> Em um primeiro [...] a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; [...] a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor;
> Posteriormente, uma situação problema já reconhecida, juntamente com um conjunto de informações, pode ser sugerida pelo professor [...] e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado;
> Finalmente, os alunos, [...] são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados [...] (Almeida; Dias; 2004, p. 7).

Uma mesma atividade de modelagem possibilita diversos caminhos investigativos e, nesse ponto, a matemática não deve ser considerada arbitrária, pois sua relevância está no fato de que a modelagem pode torná-la agradável e interessante ao aluno (Bassanezi, 2002).

A escolha dos temas a serem explorados em meio às investigações por meio da modelagem, além de poder estar na própria realidade do aluno ou do professor, deve ser um problema que necessite de uma solução, pois, se a resposta é conhecida, não se tem uma investigação.

Em cada nível de escolaridade, alguns elementos se fazem presentes para possibilitar o uso de atividades dessa natureza em sala de aula. Pesquisas e práticas são veiculadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Os documentos oficiais, que são referências para o Ensino de Matemática, apresentam em suas composições a importância de se aprender matemática por diversos motivos, como adquirir competências que auxiliarão no desenvolvimento pessoal, promover a autonomia, para ter um papel ativo na

sociedade enquanto cidadão, para que consiga utilizar conceitos matemáticos e raciocínio lógico em diferentes contextos, entre outros aspectos (Brasil, 2018; Paraná, 2018).

A BNCC, importante documento que normatiza o ensino no país, aponta que nos Anos Iniciais, no ensino de matemática,

> [...] deve-se retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço, e também as experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções. Nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância. No que diz respeito ao cálculo, é necessário acrescentar, à realização dos algoritmos das operações, a habilidade de efetuar cálculos mentalmente, fazer estimativas, usar calculadora e, ainda, para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento de cálculo. (Brasil, 2018, p. 276).

Em referência à colocação de Brasil (2018), o ensino de matemática deve ser abordado por meio de estratégias que auxiliem o professor a ensiná-la de forma menos mecanizada, permitindo que o aluno vivencie a matemática em diferentes contextos. Entre as possibilidades para esse ensino, a modelagem matemática pode ser uma alternativa para ensinar e utilizar conceitos matemáticos por meio de atividades contextualizadas.

Villa-Ochoa et al. (2019) destacam que a modelagem matemática nas etapas iniciais pode sinalizar uma mudança em relação a métodos de ensino mecânicos, ao incentivar o aprendizado como um processo engajado e reflexivo, fundamentado nas experiências cotidianas das crianças:

> A modelagem matemática é vista como uma nova perspectiva para o ensino nos anos iniciais, pois trabalha com uma visão socio crítica que permite que os estudantes sejam participantes do desenvolvimento de suas aprendizagens. Assim, os sujeitos desenvolvem uma capacidade criativa para a resolução dos problemas. (Villa-Ochoa et al., 2019, p. 62).

Blum (2015) argumenta que a competência de modelagem pode ser desenvolvida desde os anos iniciais da escolaridade, por meio de atividades contextualizadas.

Para Borromeo Ferri (2018), a aquisição de habilidades de modelagem em crianças envolve processos cognitivos como a identificação de problemas, a formulação de hipóteses e a criação de representações, mesmo

utilizando recursos não simbólicos. Outro princípio abordado pela autora é o uso de linguagens diversas: mesmo sem ter pleno domínio da linguagem simbólica formal, crianças na faixa etária da pré-escola criam processos de modelagem por meio de representações como ilustrações, diagramas, montagens com blocos ou encenações para transmitir suas ideias.

Há registros da modelagem matemática nos Anos Iniciais desde a década de 1990. Burak (1992) apresenta o desenvolvimento de uma atividade de modelagem com uma turma da 4º série, com o tema pintura de uma sala, em que os alunos utilizaram diferentes conceitos matemáticos para responder ao problema apresentado.

No Brasil, diversos autores vêm desenvolvendo pesquisas que abordam a presença da modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental como uma metodologia para o ensino de matemática de forma contextualizada. Entre eles, destacam-se Luna, Souza e Santiago (2009); Tortola (2012; 2016); Burak e Martins (2015); Tortola e Almeida (2016); Zanella e Kato (2017); Gomes (2018); Teodoro e Kato (2021); Nunomura (2021); Pfhal (2021); Martins (2023) e Rodrigues (2023).

Para Luna, Souza e Santiago (2009), é no ambiente escolar que o aluno tem a oportunidade de ver a presença da matemática em diversos contextos e identificar os objetos matemáticos presentes neles e, com a inclusão da modelagem, compreender que a matemática está relacionada com os vários setores da sociedade. Além disso, os autores ressaltam que uma atividade de modelagem matemática aplicada às séries iniciais colabora para amplificar as competências matemáticas, proporcionando a abordagem de problemas relacionados a situações reais e em ambientes interdisciplinares.

A modelagem incentiva a interação com o seu ambiente, pois o ponto de partida do tema abordado pode partir do cotidiano do aluno. Ao perceber propósito no que está sendo aprendido, o interesse pode ser maior, e as atividades de modelagem podem suscitar uma participação ativa nas aulas, com entusiasmo e persistência (Burak; Martins, 2015).

De acordo com Tortola e Almeida (2016), neste nível de escolaridade:

> Fazer modelagem matemática sugere que os alunos desenvolvam autonomia no que diz respeito a compreender o problema, coletar dados, levantar hipóteses, fazer conjecturas, utilizar métodos matemáticos para resolver o problema e utilizar a linguagem matemática para expressar seus modelos e resultados. Essa

> autonomia representa, portanto, um desafio e, muitas vezes, até um impedimento para a introdução da modelagem matemática nas aulas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma razão para isso seria o repertório dos alunos no que se refere ao conhecimento de conteúdos da matemática bem como à linguagem a ela associada. (Tortola; Almeida, 2016, p. 87).

O uso de atividades de modelagem matemática em sala de aula é acompanhado das intencionalidades pedagógicas dos professores, seja em relação à aprendizagem de conhecimentos extramatemáticos, seja em relação à aprendizagem da matemática. Zanella e Kato (2017, p. 4) discorrem que os objetivos educacionais do uso de atividades de modelagem matemática podem “auxiliar os estudantes a desenvolverem competências para reconhecer relações entre situações do mundo real e a Matemática”.

O objetivo com atividades de modelagem não é focado na criação de um modelo, mas em analisar o processo, considerando que, neste nível de escolaridade, os alunos estão em fase de ampliação de suas competências (Martins, 2023; Nunomura, 2021).

Alguns aspectos vêm sendo discutidos quando se trata da inserção da modelagem matemática nos anos iniciais: Pfhal (2021) aborda que as atividades de modelagem matemática podem permitir que os alunos vivenciem diferentes experiências; já Rodrigues (2023) menciona que tais atividades podem favorecer o trabalho coletivo, o diálogo, a partilha de ideias, o respeito a diferentes opiniões, o desenvolvimento da habilidade de falar e ouvir, e a promoção de mudanças históricas, sociais e culturais.

Para Zanella e Kato (2017):

> As competências desenvolvidas para modelar situações advindas da realidade por meio da Matemática possibilitam ao aluno a tomada de decisão e seu posicionamento de forma ativa na construção e/ou elaboração do próprio saber. Esta ação requer organização e reflexão do estudante durante todo o processo de resolução da situação, o que possibilita o desenvolvimento de habilidades na execução de estratégias de resolução em situações mais complexas e menos familiares ao contexto do aluno (Zanella; Kato, 2017, p. 4).

Em relação aos modelos matemáticos, o que muda dos Anos Iniciais para outros níveis de escolarização são os conhecimentos e a familiarização que os alunos possuem com os diversos conteúdos matemáticos. Neste sentido, a linguagem utilizada para os modelos é sempre a mais familiar para eles (Tortola, 2012).

O professor é o responsável por orientar a investigação, incentivando a autonomia dos alunos, mas, ao mesmo tempo, lidando com a intencionalidade em relação aos conhecimentos e regras necessárias (Teodoro; Kato, 2021).

Segundo Rodrigues (2023), no que se refere ao ensino de matemática nos anos iniciais, a inserção da modelagem matemática viabiliza o aprimoramento de conhecimentos matemáticos, partindo de problemas contextuais de interesse dos alunos, a fim de motivá-los e buscando que os conhecimentos adquiridos possam ser aplicados em suas vidas cotidianas.

Neste contexto, a modelagem matemática é uma alternativa, entre as várias disponíveis, que permite ver, ensinar e aprender matemática além do ambiente escolar, ao utilizar a matemática como meio para compreender problemas reais, investigá-los e possivelmente solucioná-los (Tortola, 2016).

A possibilidade de abordar diversas situações do dia a dia dos alunos torna a modelagem matemática uma opção de ensino versátil e interessante (Nunomura, 2021), pois abre caminho para alinhar a matemática aos diversos temas transversais (Brasil, 2018) e a cenários interdisciplinares.

No ensino de matemática e em diversas outras áreas, a modelagem contribui para formar alunos com capacidade investigativa e crítica, ao integrar conhecimentos matemáticos à leitura e intervenção no mundo (Villa-Ochoa et al., 2019). Essa abordagem permite que os estudantes busquem soluções e elaborem estratégias por meio de investigações, utilizando conceitos matemáticos para resolver situações reais do cotidiano, como questões ambientais.

3 ELEMENTOS DA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA SOBRE LINGUAGEM

Neste capítulo, apresenta-se uma perspectiva sobre os usos da linguagem, o conceito de jogos de linguagem, as relações de sentido e elementos da epistemologia do uso de Arley Ramos Moreno, que permitem tecer relações acerca do ensino e da aprendizagem.

USOS DA LINGUAGEM EM UMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA

Ludwig Josef Johann Wittgenstein, filósofo austríaco, foi o principal responsável pela virada linguística, movimento importante que trouxe um novo olhar para a importância da linguagem e a colocou como centro de diversas reflexões filosóficas. A partir desse movimento, a linguagem passou a ter um papel diferente em meio às reflexões filosóficas, pois ela não estava sendo mais vista como apenas um meio para comunicar o mundo.

Em meio ao autoconhecimento e a diversos estudos, Wittgenstein teve uma grande mudança em relação às suas crenças, por isso tem-se a sua filosofia dividida em dois períodos. O primeiro Wittgenstein, "*Tractatus Lógico-Philosophicus – 1921*" e o segundo Wittgenstein, "*Investigações Filosóficas – posteriormente a 1953*"; é nesse, que a linguagem passa a ser pensada de forma diferente: ela sai de uma concepção referencial para uma concepção em que o significado de uma palavra se dá por meio de seus usos na linguagem.

Muitas definições podem ser dadas para o que significa "linguagem", mas para o filósofo não fazia mais sentido indagar a referência das coisas, mas sim como as coisas são. As palavras, por exemplo, adquirem significado quando usadas em algum contexto. Quando se fala "cadeira", faz-se necessário algum complemento para que essa palavra tenha um significado, pois diferentes pessoas têm referências diferentes sobre um mesmo objeto e/ou palavra (Wittgenstein, 2022).

Gottschalk (2013) expõe que, para Wittgenstein, todas as linguagens seguem normas, porém elas não são determinantes. A diferentes termos empregam-se interpretações dependendo do contexto. A autora salienta que uma sentença não é simplesmente um agrupamento de palavras, pois a ela vinculam-se ações que conferem significado. Deste modo, Wittgenstein apresenta o termo 'jogos de linguagem' para evidenciar o papel de atividades operadas com regras, que atribuem

significado a diversos enunciados. Nesse sentido, o significado pode emergir das interações, dos contextos e das atividades nas quais os enunciados são empregados, apontando que compreender uma linguagem é compreender os seus usos em diferentes situações.

Em alguns aforismos tecidos por Wittgenstein, é possível observar reflexões sobre o significado.

> § 30. Poder-se-ia, portanto, dizer: a definição ostensiva explica o uso – o significado – da palavra quando já está claro que papel em geral a palavra deve cumprir na linguagem. Se, portanto, sei que alguém quer me explicar o nome de uma cor, a explicação ostensiva "isto se chama 'sépia'" me auxiliará na compreensão da palavra. – E pode-se dizer isto quando não se esquece que toda sorte de perguntas se enlaça agora com a palavra "saber" ou "estar claro".
> É preciso já saber alguma coisa (ou ser capaz de) para poder perguntar pelas nomeações. Mas o que se tem que saber?
> § 43. Para uma grande classe de casos de utilização da palavra "significado" – se bem que não para todos os casos da sua utilização – ela se explica assim: o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem.
> E o significado de um nome explica-se às vezes apontando-se para o seu portador (Wittgenstein, 2022, p.12, 34-35, 47).

Sob essa ótica e levando em conta as reflexões de Wittgenstein, percebe-se que, ao alterar a questão 'o que é' para 'qual o seu uso', tem-se que a linguagem possibilita a compreensão do mundo. De fato, para o filósofo, o conhecimento não se constrói sem considerar os fatos, os usos, as regras e as práticas sociais, pois é por meio das práticas de interação, objetos e feitos que se constitui a compreensão sobre determinado fato (Condé, 2012).

Arley Ramos Moreno (1943-2018), filósofo brasileiro e estudioso da Filosofia da Linguagem, teve em meio aos seus estudos foco na obra de Wittgenstein, sendo um dos intérpretes do filósofo austríaco no Brasil.

Moreno (2012, p. 75) sugere uma reflexão epistemológica "a partir da concepção de uso das palavras, [...] retirando o foco da função terapêutica que o conceito de uso possui em Wittgenstein e centrando [...] atenção sobre a função epistêmica do processo de constituição da significação", denotando que esses pressupostos estão inseridos explicitamente nas relações que Wittgenstein descreve sobre os usos. Em sua epistemologia do uso, alguns elementos podem ser importantes para a investigação das relações de sentido que os sujeitos travam com

a linguagem na busca pelo entendimento do mundo e de suas experiências com o mundo.

De acordo com Moreno (2012):

> Trata-se de conceber o conhecimento como o conjunto das atividades correlativas de construção de relações internas de sentido e de sua aplicação, sob a forma de regras. Essa ideia de atividade epistêmica é colocada [...] como uma tese filosófica [...]. Construir regras de sentido significa, em outras palavras – e segundo o procedimento da descrição wittgensteiniana dos usos –, inventar, e mesmo criar, relações internas entre os objetos no interior de contextos técnicos, que são os jogos de linguagem, desde relações de inferência lógica presentes nas demonstrações e provas matemáticas até relações entre objetos sensíveis, como aquela que mantêm entre si duas cores, de mais claro e mais escuro, ou como de um objeto consigo próprio, como a identidade ou o número de letras de uma palavra, etc. (Moreno, 2012, p. 75).

Assim, partindo da pragmática filosófica, termo este usado por Moreno (2012), um conceito de determinada palavra não é formado somente pelas experiências passadas, mas sim por técnicas linguísticas (que envolvem partes do mundo empírico), que possibilitam a constituição do sentido nessas experiências e, consequentemente, a organização de uma estrutura que sirva como condição de sentido (Gottschalk, 2007).

Para Sousa (2025, p. 124), “o sentido é constituído a partir de atividades linguísticas que incorporam elementos do mundo físico, sentimentos, estados mentais, entre outros”. As etapas de articulação do sentido, descritas por Moreno (1995), são a introdução de paradigmas por meio de instrumentos da linguagem, usando técnicas linguísticas como ‘atribuição de nomes como etiquetas’ e a ‘definição ostensiva’, entre outros; e a etapa de ampliação do sentido linguístico por meio de normas e do uso dos conceitos em diferentes jogos de linguagem.

É nesse caminho que se aprende a operar com os conceitos e a utilizá-los nas experiências com o mundo.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a introdução de paradigmas na linguagem é o que permite o contato com a linguagem e seu uso para organizar o que se está conhecendo e aprendendo. Para o autor, “o paradigma corresponde a uma técnica de uso da linguagem em que são ativadas palavras e objetos previamente organizados através de outras técnicas” (Moreno, 1995, p. 18). Por exemplo, para explicar o que é “vermelho” mostra-se e aponta-se ostensivamente para diferentes objetos com a cor vermelha.

O gesto ostensivo, a denominação e a explicação de uma regra são instrumentos linguísticos que permitem atribuir sentidos aos conceitos convencionados em nossas formas de vida (Sousa, 2025).

A ampliação do sentido por meio do uso dos conceitos em diferentes jogos de linguagem constitui um aspecto relevante. Nessa direção, Hamlyn (1989) aborda que, para Wittgenstein, é possível ponderar a aprendizagem da linguagem a partir do que ele chama de “jogos de linguagem”. Nas variadas maneiras de empregar a linguagem, utiliza-se o conceito de ‘jogos de linguagem’, que se refere às atividades regradas com a linguagem em diferentes contextos das ações humanas (Wittgenstein, 2013). Fundamentando-se na filosofia de Wittgenstein, Gottschalk (2010) expõe que:

> Um jogo de linguagem se caracteriza pelo uso de palavras em meio a atividades que participam do sentido em que essas palavras são empregadas. O significado das palavras varia em função da situação em que estão sendo empregadas. Falar uma linguagem faz parte de uma forma de vida, como andar, comer e beber. A linguagem está imersa em hábitos e costumes (Gottschalk, 2010, p. 116).

Os jogos de linguagem podem ser compreendidos como as diversas formas de utilização da linguagem. Esses jogos podem adquirir diferentes regras que serão geradas a partir dos diferentes contextos de usos das palavras.

A linguagem não é uma existência fixa, ela pode ser transformada e adequada de acordo com o contexto em que é usada. Considerando essa adaptação, é possível entender que os jogos de linguagem seriam as diversas formas de uso, no entanto, regradas e convencionadas em nossas formas de vida. Por exemplo, somar é um jogo de linguagem com regras na linguagem matemática ou na linguagem dos diferentes povos; contar uma piada também tem suas regras nas comunidades. Nas palavras do filósofo:

> Mas quantas espécies de frases existem? Porventura asserção, pergunta e ordem? – Há inúmeras de tais espécies diferentes de emprego do que denominamos “signos”, “palavras”, “frases”. E essa variedade não é algo fixo, dado de uma vez por todas; mas, podemos dizer, novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem surgem, outros envelhecem e são esquecidos. (As mutações da matemática nos podem dar uma imagem aproximativa disso).
> A expressão “jogo de linguagem” deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida.
> Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros:
> Ordenar, e agir segundo ordens –
> Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas –

> Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –
> Relatar um acontecimento –
> Fazer suposições sobre o acontecimento –
> Levantar uma hipótese e examiná-la –
> Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –
> Inventar uma história; e ler –
> Representar teatro –
> Cantar cantiga de roda –
> Adivinhar enigmas –
> Fazer uma anedota; contar –
> Resolver uma tarefa de cálculo aplicado –
> Traduzir de uma língua para outra –
> Pedir, agradecer, praguejar, cumprimentar, rezar.
> - É interessante comparar a variedade de instrumentos da linguagem e seus modos de aplicação, a variedade de espécies de palavras e de frases com o que os lógicos disseram sobre a estrutura da linguagem (Wittgenstein, 2013, § 23).

Pintar, tocar um instrumento, realizar saudações, ler uma história, fazer pedidos, ouvir uma música, correr, praticar exercícios, estudar para um exame, escolher um destino de viagem, escrever um e-mail, fazer uma oração, conversar com um amigo, entre muitos outros, são atividades humanas regradas, capturadas pela linguagem para falar de nossas experiências com o mundo.

Considerando os pressupostos até o momento em relação aos jogos de linguagem, percebe-se que estudar e aprender matemática são jogos de linguagem. A compreensão da matemática à luz da óptica filosófica de Wittgenstein possibilita considerar que o método empregado pelo docente para apresentá-la em sala de aula afeta a compreensão que os estudantes terão ao utilizá-la. Dessa forma, a maneira como os enunciados são explorados, as hipóteses matemáticas apresentadas e as normas conceituais convencionadas estão ligadas ao significado que a matemática terá para os alunos (Gottschalk, 2023).

Para Tortola e Sousa (2023), as regras matemáticas estão conectadas às características dos jogos de linguagem que envolvem a matemática. Partindo de uma interpretação wittgensteiniana, jogos de linguagem da matemática podem ser considerados “regras expressas simbolicamente envolvidas com técnicas convencionais que organizam o mundo empírico de uma determinada forma” (Gottschalk, 2023, p. 13).

> As regras não são, pois, descobertas, mas sim inventadas, ou seja, são de natureza convencional e, nesse sentido, não cabe ao professor exigir que o aluno as descubra, seja por meio de experiências empíricas ou subjetivas ou mesmo a partir de uma combinação entre

> essas experiências nos moldes das teorias psicogenéticas sobre ensino e aprendizagem (interação de estruturas cognitivas com o meio empírico). Por outro lado, parte dessas regras é introduzida tacitamente. Quando um professor fala sobre objetos quaisquer de sua disciplina, como montanhas e rios, não necessita dizer que esses objetos existem. Essa é uma regra que não necessita ser explicitada, mas, não obstante, é uma condição de sentido para podermos falar desses objetos (Gottschalk, 2007, p. 469).

Sousa e Gottschalk (2023, p. 8) apontam que “os usos da matemática, para tratar de problemas matemáticos ou para solucionar problemas não matemáticos deve ser feito respeitando seus procedimentos e técnicas internos à sua gramática”. E salientam que no âmbito matemático lida-se com proposições normativas que adquirem a natureza de regras e influenciam na estruturação de interações para com o mundo. As proposições matemáticas são regras que um indivíduo aprende e que permitem dar significado à experiência empírica vivenciada. No entanto, elas não podem ser invalidadas pelo empírico, pois são convenções estabelecidas pelos matemáticos (Sousa; Gottschalk, 2023; Tortola; Sousa, 2023).

O uso dado às proposições é determinado pelas circunstâncias de cada jogo de linguagem em que se está envolvido. Podem ser aplicadas em cenários estritamente matemáticos ou estabelecer relações através de modelos matemáticos para tratar de temas de contextos extramatemáticos. Nos diversos contextos, a matemática permite estruturar as vivências de cada um para resolver um problema, sendo ele matemático ou não, é necessário respeitar métodos e técnicas inerentes à sua gramática (Tortola; Sousa, 2023).

Em matemática, estudar e aprender são atividades distintas, mas cada uma pode ser considerada um jogo com regras próprias. Resolver um problema, encontrar uma solução, fazer relações geométricas, elaborar uma analogia entre um conceito matemático e um objeto concreto, estudar variações de um fenômeno, prever possibilidades de um evento, provar uma proposição são alguns dos jogos jogados dentro da matemática, que também é um jogo, cada um deles com regras distintas pela linguagem em uso.

No que se refere à Educação Matemática, a modelagem matemática pode ser interpretada como um jogo de linguagem. As diversas possibilidades que uma atividade de modelagem proporciona e seu percurso são outros jogos de linguagem, em que as regras convencionais são desvinculadas, possibilitando que os alunos experimentem a matemática de diversas formas (Almeida; Tortola, 2022).

Sousa (2017) pontua que, nas atividades de modelagem matemática, é possível distinguir a mobilização de diferentes usos da linguagem, desde o momento inicial, em que se realiza a interpretação e a definição do problema a ser investigado, passando pela etapa em que o problema é estudado, até as transformações que ocorrem quando as regras matemáticas começam a ser empregadas e a linguagem natural se transforma em linguagem matemática.

Nesse cenário, jogar o jogo de linguagem por meio de uma atividade de modelagem auxilia os alunos a compreender a matemática e a empregar suas diferentes linguagens em diversas situações cotidianas (Sousa; Almeida, 2019).

Autores como Tortola (2012; 2016), Tortola e Almeida (2016; 2018) e Sousa e Tortola (2021) têm discutido, em suas pesquisas, a relevância da modelagem matemática como um cenário para analisar e investigar o uso da linguagem pelos alunos no âmbito escolar. Ao lidar com problemas reais, os estudantes conferem sentidos à matemática que ultrapassam a formalização simbólica, podendo empregar diversos registros, tais como esquemas, desenhos, linguagem oral, corporal e escrita informal.

Pensar a modelagem matemática como um jogo de linguagem constitui um meio de possibilitar que os alunos confiram sentido à matemática, em particular ao investigar diferentes temas importantes na contemporaneidade.

Nesta pesquisa, o cenário para a emergência de temas das situações-problema em modelagem matemática reside na abordagem da Educação Ambiental.

4 EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UM CENÁRIO PARA ESTUDOS

Quando se fala em Educação Ambiental (EA), é crucial enfatizar que ela transcende o conceito de meio ambiente ou natureza. O termo, já em uso há algum tempo, emergiu em encontros globais e ganhou notoriedade no século XX em virtude das inquietações que surgiram em diversas regiões do mundo sobre as ações humanas no meio ambiente (Menezes, 2021).

Nas discussões mundiais sobre o assunto, compromissos como a Carta da Terra, a Agenda 21, a Convenção das Mudanças Climáticas, a Convenção da Biodiversidade, a Declaração das Florestas e o Tratado de Educação Ambiental para Sociedades Sustentáveis foram algumas das convenções globais traçadas em busca de alterar o cenário ambiental (Czapski, 1998).

Esses tratados e acordos foram relevantes para a criação de leis nacionais e internacionais que poderiam auxiliar na redução dos problemas ambientais com o apoio de diversas organizações, como a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), o Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente (PNUMA), o Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA), o Ministério do Meio Ambiente (MMA), Ministério da Educação (MEC), entre outros.

No Brasil, a primeira aparição da EA na legislação é amparada pela Lei n.º 6.938 de 1981, que teve por objetivo dispor sobre os princípios para a criação de uma Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA), que foi estabelecida posteriormente pela Lei n.º 9.795 de 27 de abril de 1999. De acordo com o Art. 1.º, a EA é o instrumento pelo qual a sociedade constrói "valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a preservação do meio ambiente, bem de uso coletivo e vital para a qualidade de vida e sua sustentabilidade" (Brasil, 1999, s/p).

Posteriormente, a Lei n.º 14.926 de 17 de julho de 2024 sanciona a Lei n.º 9.795 para “assegurar atenção às mudanças do clima, à proteção da biodiversidade e aos riscos e vulnerabilidades a desastres socioambientais no âmbito da Política Nacional de Educação Ambiental” (Brasil, 2024, art. 1).

No ensino, a implantação da EA no meio educacional está sancionada desde 1988 pela Constituição Federal, que versa em seu texto sobre a relevância da EA nos diversos níveis de ensino, pois “todos têm direito ao meio ambiente

ecologicamente equilibrado, bem de uso comum do povo e essencial à sadia qualidade de vida, impondo-se ao poder público e à coletividade o dever de defendê-lo e preservá-lo para as presentes e futuras gerações” (Brasil, 1988, art. 225).

Além disso, a EA é normatizada pelo Decreto n.º 4.281, de 25 de junho de 2002, e por meio da PNEA determina diretrizes a serem implementadas para promover reflexões sobre a proteção do meio ambiente, a conscientização sobre a sustentabilidade e a utilização dos recursos naturais de forma socioambiental (Brasil, 1999). A PNEA apresenta no Art. 5º alguns objetivos para a EA:

> I - o desenvolvimento de uma compreensão integrada do meio ambiente em suas múltiplas e complexas relações, envolvendo aspectos ecológicos, psicológicos, legais, políticos, sociais, econômicos, científicos, culturais e éticos;
> II - a garantia de democratização das informações ambientais;
> III - o estímulo e o fortalecimento de uma consciência crítica sobre a problemática ambiental e social;
> IV - o incentivo à participação individual e coletiva, permanente e responsável, na preservação do equilíbrio do meio ambiente, entendendo-se a defesa da qualidade ambiental como um valor inseparável do exercício da cidadania;
> V - o estímulo à cooperação entre as diversas regiões do País, em níveis micro e macrorregionais, com vistas à construção de uma sociedade ambientalmente equilibrada, fundada nos princípios da liberdade, igualdade, solidariedade, democracia, justiça social, responsabilidade e sustentabilidade;
> VI - o fomento e o fortalecimento da integração com a ciência e a tecnologia;
> VII - o fortalecimento da cidadania, autodeterminação dos povos e solidariedade como fundamentos para o futuro da humanidade (Brasil, 1999, s/p.).

Em meio a esses desdobramentos, a busca para compreender melhor a EA e os termos Desenvolvimento Sustentável e Sustentabilidade, tem-se o Programa Nacional de Educação Ambiental (ProNEA), criado em 1999, juntamente com a PNEA, mas sistematizado em 2023, por uma versão do documento que aborda seus principais princípios. Baseado em quatro matrizes, a Transversalidade, o Fortalecimento do Sistema Nacional do Meio Ambiente (Sisnama), a Sustentabilidade e a Participação e controle social, busca a integração dos componentes da sustentabilidade no setor educativo (Brasil, 2003).

Com a criação das Diretrizes Curriculares para a Educação Ambiental e da Resolução n.º 2, de 15 de junho de 2012, que define o papel da Educação Ambiental no ensino, em conjunto com os princípios e metas estabelecidas,

compreendeu-se melhor o conceito de Educação Ambiental, conforme definido pelo Conselho Nacional de Educação (CNE).

> Art. 2º A Educação Ambiental é uma dimensão da educação, é atividade intencional da prática social, que deve imprimir ao desenvolvimento individual um caráter social em sua relação com a natureza e com os outros seres humanos, visando potencializar essa atividade humana com a finalidade de torná-la plena de prática social e de ética ambiental.
> Art. 3º A Educação Ambiental visa à construção de conhecimentos, ao desenvolvimento de habilidades, atitudes e valores sociais, ao cuidado com a comunidade de vida, a justiça e a equidade socioambiental, e a proteção do meio ambiente natural e construído.
> Art. 4º A Educação Ambiental é construída com responsabilidade cidadã, na reciprocidade das relações dos seres humanos entre si e com a natureza.
> Art. 5º A Educação Ambiental não é atividade neutra, pois envolve valores, interesses, visões de mundo e, desse modo, deve assumir na prática educativa, de forma articulada e interdependente, as suas dimensões política e pedagógica.
> Art. 6º A Educação Ambiental deve adotar uma abordagem que considere a interface entre a natureza, a sociocultura, a produção, o trabalho, o consumo, superando a visão despolitizada, acrítica, ingênua e naturalista ainda muito presente na prática pedagógica das instituições de ensino (Brasil, 2012, p. 2).

No cenário contemporâneo, cada vez mais se tem discussões relacionadas à importância da imersão da EA nas escolas. O uso excessivo de recursos naturais, as consequências negativas da deterioração do meio ambiente, incluindo a desertificação, as secas, a degradação do solo, a falta de água potável e a diminuição da biodiversidade são algumas das preocupações crescentes na sociedade (Grupo de Trabalho da Sociedade Civil para a Agenda 2030, 2015).

Entre as possibilidades para a inserção da Educação Ambiental em sala de aula, relacioná-la a discussões da atualidade é uma delas. A agenda 2030 definida pela Organização das Nações Unidas (ONU), busca alcançar dezessete Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), que representam os maiores desafios no Brasil (Figura 2). Essas metas foram definidas para fomentar o desenvolvimento sustentável e a conservação do planeta e de seus recursos.

Figura 2 - Objetivos do Desenvolvimento Sustentável – Agenda 2030

Fonte: Site das Nações Unidas – Brasil (2024).

Em relação aos 17 objetivos apresentados, é possível correlacionar alguns deles dentro de algumas áreas. A Comunidade Educativa (2020), em um documento elaborado para professores, elenca cinco áreas: pessoas, prosperidade, planeta, paz e parceria.

Os objetivos de 1 a 6 estão ligados ao respeito dos direitos humanos para garantir tudo que é considerado básico, com dignidade e respeito. Os objetivos de 7 a 10, dentro do campo da prosperidade, tratam do combate à desigualdade, com igualdade de oportunidade para todos e para que o progresso aconteça de forma igualitária (Comunidade Educativa, 2020).

Os objetivos 11 a 15 abordam impactos para o planeta, e como o consumo e a produção excessiva, partindo dos recursos naturais, podem acabar com a sustentabilidade do planeta. O objetivo 16 refere-se à necessidade de paz para que o desenvolvimento sustentável aconteça. Por último, tem-se a parceria, ligada ao objetivo 17, uma vez que atingir as mudanças citadas é responsabilidade de todos; faz-se importante uma parceria global (Comunidade Educativa, 2020).

De forma a elucidar os objetivos apresentados, o Grupo de Trabalho da Sociedade Civil para a Agenda 2030 (GT Agenda 2030) alinhou o foco de cada um:

> Objetivo 1: Acabar com a pobreza em todas as suas formas e em todos os lugares.
> Objetivo 2: Eliminar a fome, alcançar a segurança alimentar e melhor nutrição, promovendo a agricultura sustentável.
> Objetivo 3: Assegurar vidas saudáveis e promover o bem estar para todos em todas as idades.

> Objetivo 4: Assegurar educação inclusiva e equitativa de qualidade e promover oportunidades de aprendizado por toda a vida para todos.
> Objetivo 5: Alcançar a igualdade de gênero e promover a autonomia de todas as mulheres e meninas.
> Objetivo 6: Assegurar a disponibilidade e a gestão sustentável de água e saneamento para todos.
> Objetivo 7: Assegurar o acesso a energia confiável, sustentável, moderna e a preço acessível para todos.
> Objetivo 8: Promover o crescimento econômico sustentado, inclusivo e sustentável, emprego integral e produtivo e trabalho decente para todos.
> Objetivo 9: Construir infra-estrutura resiliente, promover industrialização inclusiva e sustentável e fomentar a inovação.
> Objetivo 10: Reduzir a desigualdade dentro dos países e entre eles.
> Objetivo 11: Tornar as cidades e os assentamentos humanos inclusivos, seguros, resilientes e sustentáveis.
> Objetivo 12: Assegurar padrões sustentáveis de consumo e de produção.
> Objetivo 13: Adotar ação urgente para combater a mudança do clima e seus impactos*.
> Objetivo 14: Conservar e usar de modo sustentável os oceanos, mares e recursos marinhos para o desenvolvimento sustentável.
> Objetivo 15: Proteger, recuperar e promover o uso sustentável dos ecossistemas terrestres, promover a gestão sustentável de florestas, combater a desertificação, cessar e reverter a degradação da terra e cessar a perda de biodiversidade.
> Objetivo 16: Promover sociedades pacíficas e inclusivas para o desenvolvimento sustentável, oferecer a todos o acesso à justiça e construir instituições efetivas, responsáveis e inclusivas em todos os níveis.
> Objetivo 17: Fortalecer os meios de implementação e revigorar a parceria global para o desenvolvimento sustentável (GT Agenda 2030, 2015, p. 16-17).

Levar discussões relacionadas a esses assuntos para a escola é importante, pois os objetivos estipulados não são apenas locais, mas de dimensão mundial. Auxiliar os alunos a entenderem seus papéis diante da necessidade do desenvolvimento sustentável. É mais do que falar sobre a conservação e preservação dos recursos naturais para as futuras gerações, é ressaltar que as mudanças precisam acontecer no presente, para que o futuro exista.

Visto que a incorporação da EA nas escolas não obrigatoriamente precisa ser inserida como componente curricular, mas posta ao menos como tema transversal, sua associação pode ocorrer de diversas formas. Entre elas, por meio de atividades conjuntas e extracurriculares, palestras, projetos, oficinas, minicursos e matérias específicas, nas quais as escolas têm a responsabilidade de abordar os temas ambientais atuais de maneira transversal, podendo adaptar o currículo conforme as demandas identificadas.

No que se refere à EA nas escolas, temas como o uso de recursos naturais, poluição, desenvolvimento sustentável, decomposição de materiais, consumo e resíduos, mudanças climáticas, biodiversidade, reciclagem, reflorestamento e outros impactos ambientais podem ser abordados por meio de diversas metodologias e, no ensino de matemática, por meio de atividades de modelagem. Alunos de várias etapas têm a oportunidade de investigar assuntos do seu dia a dia (Brancalione, 2016) e utilizar objetos matemáticos para entender certos processos ambientais, dessa forma, pretende-se utilizar a Educação Ambiental como cenário para as atividades de modelagem, de forma a possibilitar investigações e reflexões acerca deste tema e sobre os usos matemáticos utilizados.

EDUCAÇÃO AMBIENTAL E MODELAGEM MATEMÁTICA

No que concerne à modelagem matemática, diversas pesquisas têm sido desenvolvidas nos últimos anos que abordam atividades investigativas de modelagem tendo como cenário a EA. Ferreira e Wodewotzki (2007, p. 65) abordam que é necessário “ensinar o aluno a pensar, encorajá-lo a questionar, analisar e elaborar explicações, [...] ensinar formas de acesso e de apropriação do conhecimento elaborado, de modo que ele possa praticá-las autonomamente ao longo de sua vida”.

Nesse ínterim, tem-se a formação ambiental que, articulada à matemática, além de possibilitar um despertar para o interesse no aprendizado da matemática, também contribui para a formação de uma consciência crítica e reflexiva acerca dos problemas ambientais (Ferreira; Wodewotzki, 2007). Esse entendimento corrobora com a perspectiva de Skovsmose (2001) sobre o papel da matemática na sociedade e sobre a importância de que os alunos consigam utilizá-la como instrumento para compreender o mundo, atuando como sujeitos ativos.

Caldeira e Meyer (2001) apontam que, na compreensão de fenômenos naturais, a matemática não é o objetivo final, mas sim um meio de representação e interpretação desses fenômenos. Além disso, pontuam que, diante deste cenário, a modelagem proporciona que os alunos apresentem uma postura crítica ao selecionar e compreender os aspectos essenciais de cada problema.

No desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, mesmo que o objetivo não seja o estudo pontual de conceitos matemáticos, em muitas situações com questões ambientais, a compreensão e o entendimento de novos

conceitos se fazem presentes. Isso ocorre porque, na busca de possíveis soluções, os próprios modeladores vivenciam as situações e podem utilizar diferentes recursos matemáticos para interpretar e compreender o problema, sendo esses recursos tanto conhecimentos já consolidados quanto novos entendimentos que emergem conforme as necessidades do problema investigado (Caldeira; Soares, 2008).

Em uma atividade de modelagem, como já mencionado anteriormente, existem algumas fases que permeiam o seu desenvolvimento (Almeida; Silva; Vertuan, 2016); entre elas, na fase da resolução, ocorre a construção de um modelo matemático com o objetivo de responder ao problema investigado. Contudo, é importante ressaltar, como abordado por Caldeira (2013), que, em uma atividade de modelagem, o mais importante não é a construção de um modelo em si, mas as possibilidades reflexivas advindas desse processo. O autor ainda defende que a presença da modelagem nas aulas de matemática é relevante, pois oportuniza a utilização de diferentes conceitos matemáticos desse componente curricular para a compreensão de diferentes aspectos éticos, sociais, culturais e ambientais.

A prática de modelar problemas ambientais permite que os alunos, enquanto modeladores, trabalhem com temas presentes no cotidiano, utilizando conceitos matemáticos para compreender e refletir sobre diferentes problemas ambientais (D'Avila, 2025). Assim, é papel do professor "fazer da escola uma instituição que possa oferecer ao educando uma comparação entre aquilo que ele já traz da sua vivência fora da escola e aquilo que a escola pode oferecer de uma maneira mais sistematizada de conhecimentos (Caldeira, 2013, p. 23)".

Ter a Educação Ambiental como pano de fundo para atividades de modelagem matemática não se limita apenas à ideia de trabalhar temas transversais alinhados ao ensino de matemática, como indicado nos documentos oficiais que permeiam o contexto educacional, tampouco se restringe à importância de desenvolver atividades investigativas contextualizadas. Explorar fenômenos ambientais por meio de recursos matemáticos para representá-los, possibilita que os alunos mobilizem a matemática em uso e, além disso, reflitam sobre seu papel enquanto membros da sociedade diante das questões ambientais. Nesse processo, podem desenvolver uma postura crítica em relação às ações humanas, ampliando a compreensão sobre sustentabilidade, os impactos sobre os recursos naturais e a necessidade de buscar soluções viáveis para problemas reais.

5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentam-se os aspectos metodológicos da pesquisa. Contempla-se a aprovação da pesquisa junto ao Comitê de Ética, a natureza e o tipo de abordagem adotada, a caracterização dos participantes, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, bem como o recurso analítico escolhido — a Árvore de Associação de Ideias, conforme proposto por Spink (2010).

APROVAÇÃO DA PESQUISA JUNTO AO COMITÊ DE ÉTICA

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos e aprovada sob o número 89143725.1.0000.8123, por meio de registro e Parecer Consubstanciado – Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE). No que se refere aos princípios éticos da pesquisa, os seguintes documentos encontram-se disponíveis em apêndice:

Apêndice I – Declaração de Anuência da Instituição Esclarecido.

Apêndice II – Termo de Consentimento de Participação de Crianças/Adolescentes (TCLE).

Apêndice III – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

NATUREZA E TIPO DE PESQUISA

Tendo como questão de pesquisa “que usos da linguagem se evidenciam em atividades de modelagem matemática e contribuem para o sentido que os alunos conferem àquilo que aprendem?” e como objetivo investigar os usos da linguagem que se evidenciam em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando sua contribuição para o sentido que os estudantes conferem àquilo que aprendem, à luz da perspectiva wittgensteiniana, esta pesquisa caracteriza-se por uma abordagem de natureza qualitativa. Fundamenta-se nos pressupostos de Bogdan e Biklen (1994), os quais elucidam que esse tipo de investigação tem como objetivo compreender os sentidos e significados de fenômenos e/ou circunstâncias, considerando o comportamento e as particularidades de cada participante do estudo. Os autores apontam cinco características que sustentam a pesquisa qualitativa.

> Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
> [...]
> A investigação qualitativa é descritiva.
> [...]
> Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
> [...]
> Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
> [...]
> O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994, p. 47-50).

Considerando as características estipuladas por Bogdan e Biklen (1994), o ambiente de implementação das atividades de modelagem matemática dessa pesquisa é o ambiente escolar, de onde os dados foram obtidos por meio de observações, registros das interações e diferentes instrumentos de coleta de dados. Quanto à segunda característica, tem-se o caráter descritivo pelas produções dos alunos, registros de diário de campo, transcrições e outros dados obtidos que permitem compreender os processos vivenciados.

A terceira característica evidencia-se pelo foco em acompanhar o percurso dos alunos durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

A análise indutiva dos dados manifestou-se na organização e interpretação do material empírico a partir dos eixos emergentes com o uso da Árvore de Associações como recurso interpretativo que auxiliou na identificação de temas e padrões recorrentes de sentido. Já a quinta característica refere-se à importância do sentido para os conceitos trabalhados por meio das atividades, sendo este o eixo central da investigação.

A pesquisa, de cunho interventivo, foi composta por atividades de modelagem matemática, desenvolvidas segundo a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016), que complementaram o produto educacional. Essas atividades foram implementadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

PARTICIPANTES DA PESQUISA

Considerando a questão norteadora, o objetivo geral da pesquisa e as atividades de modelagem matemática desenvolvidas e presentes no produto

educacional, definiu-se como participantes da pesquisa alunos de uma turma do 5º ano, da instituição de ensino Escola Municipal Yukiti Matida, de ensino integral, do município de Bandeirantes/PR.

O ambiente de implementação do PE foi o espaço escolar, especificamente durante aulas de Matemática e Ciências, com ênfase em Tecnologia e Sustentabilidade, com um total de 30 horas/aula. A turma selecionada é composta por 18 alunos, entre 10 e 13 anos, todos residentes na mesma cidade da instituição de ensino.

Para fins de seleção, adotou-se como critério de inclusão: alunos do Ensino Fundamental que estejam cursando o 5º ano na Escola Municipal Yukiti Matida, situada na Rua Sebastião Diogo do Nascimento, 146 – Área Industrial na cidade de Bandeirantes - PR, durante o ano letivo de 2025, que tenham assinado o TALE, cujos responsáveis tenham assinado o TCLE e tenham participado de todas as atividades de modelagem matemática desenvolvidas. Como critérios de exclusão: alunos que não estejam matriculados na turma ou escola em que a pesquisa foi realizada. Alunos que não tenham assinado o TALE e alunos cujos responsáveis não tenham assinado o TCLE.

Instrumentos De Coleta De Dados

A coleta de dados foi realizada exclusivamente pela pesquisadora, que também atuou como professora da turma participante, ao longo do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. A coleta foi feita por meio de diferentes instrumentos:

1. Observações sistemáticas: foram realizados registros em diário de campo das interações entre os alunos durante as aulas, com foco nas manifestações orais e comportamentais, nos processos colaborativos em grupo e os usos da linguagem nas discussões. As observações ocorreram de forma não invasiva, durante o andamento natural das aulas.

2. Gravações de áudio: durante as atividades em grupo, gravadores de áudio foram posicionados no centro das mesas (ou próximos aos grupos) para registrar as falas dos alunos enquanto interagiam e resolviam as situações-problema propostas. As gravações tiveram como objetivo analisar os jogos de linguagem e os processos argumentativos entre pares. Nenhum aluno foi identificado por nome nos

registros, e todas as gravações foram transcritas de forma a garantir o anonimato dos participantes.

3. Registros fotográficos: foram realizados registros exclusivamente das produções e das atividades práticas desenvolvidas pelos alunos (como atividades nos computadores, cartazes, esquemas, montagens, experimentos etc.), bem como do ambiente de realização dessas atividades, sem qualquer identificação facial dos participantes. As fotografias tiveram como finalidade ilustrar os processos pedagógicos desenvolvidos. Sempre que alguma informação pessoal estivesse visível, ela foi ocultada por meio de desfoque ou aplicação de elementos gráficos.

4. Gravações em vídeo: as gravações foram realizadas apenas nos momentos de socialização dos resultados — etapa final das atividades de modelagem matemática — em que os grupos apresentaram suas conclusões para os colegas. O objetivo dessas gravações foi registrar os usos da linguagem presentes na argumentação oral dos alunos, em consonância com os objetivos da pesquisa. Os vídeos não foram publicados, divulgados ou compartilhados fora do âmbito da pesquisa, sendo utilizados apenas como material de análise acadêmica. Priorizaram-se planos abertos do ambiente escolar, evitando a identificação direta dos participantes. Nos casos em que houve necessidade, os vídeos foram editados para desfocar rostos e ocultar qualquer informação pessoal, garantindo a preservação da identidade dos alunos.

5. Coleta de registros escritos: foram recolhidas cópias das produções escritas originais dos alunos (como respostas, desenhos, cálculos, esquemas, entre outros), as quais foram utilizadas na análise dos usos da linguagem. Os registros foram digitalizados pela pesquisadora, preservando-se o conteúdo produzido pelos alunos. Com o objetivo de garantir o anonimato e a confidencialidade dos participantes, todas as informações que possibilitavam a identificação dos alunos, como nomes próprios e demais marcas identificadoras, foram ocultadas ou substituídas por pseudônimos, em conformidade com os princípios éticos que orientaram a pesquisa.

Todos os dados coletados foram armazenados em ambiente digital seguro, protegido por senha e com acesso restrito à pesquisadora. O uso das informações segue rigorosamente os princípios éticos aplicáveis à pesquisa com seres humanos, garantindo-se o sigilo, o anonimato e a utilização dos dados exclusivamente para fins acadêmicos e científicos. As identidades dos alunos não

estão sendo divulgadas em nenhuma circunstância. A pesquisadora manteve-se responsável por supervisionar todas as etapas de coleta e análise, assegurando que nenhuma situação cause desconforto ou constrangimento aos participantes. Ressalta-se que o TCLE e o TALE foram previamente entregues aos responsáveis legais e aos alunos participantes, sendo a participação condicionada à assinatura dos referidos documentos.

Os dados coletados foram analisados por meio da literatura de modelagem matemática e de uma análise interpretativa utilizando a abordagem da Árvore de Associações (Spink, 2010).

RECURSO ANALÍTICO: ÁRVORE DE ASSOCIAÇÃO DE IDEIAS

Segunda Spink (2010, 2013), as pessoas se expressam de diferentes formas, considerando o contexto de fala, o lugar que se encontram, do interlocutor que se relacionam, o que foi expresso e de que forma. Nas palavras de Spink:

> O sentido é uma construção social, um empreendimento coletivo mais precisamente interativo, por meio do qual as pessoas, na dinâmica das relações sociais, historicamente datadas e culturalmente localizadas, constroem os termos a partir dos quais compreendem e lidam com as situações e fenômenos a sua volta (Spink, 2010, p. 34).

O entendimento de sentido definido por Spink dialoga com os pressupostos de Wittgenstein acerca do significado, pois, como pontuado por ela, ao se falar em linguagem e em seu uso, o olhar se direciona às formas pelas quais as pessoas significam as coisas nas interações sociais (Spink, 2010). Além disso, salienta que a produção de sentido/significado se constitui socialmente e por isso é uma realização coletiva.

Essa construção é “interativa: os enunciados de uma pessoa estão sempre em contato ou são endereçados a uma outra pessoa e esses endereçamentos se interanimam mutuamente, mesmo quando os diálogos são internos” (Spink, 2010, p. 35).

Ela designa um esquema temporal com três tempos: o tempo longo, o tempo vivido e o tempo curto.

> O Tempo Longo focaliza justamente essa longa história da circulação de repertórios linguísticos na sociedade e o fato de que eles não desaparecem ao deixarem de estar presos às condições de sua

> produção. Permanecem vivos nas produções culturais da humanidade e passíveis de serem reativados como possibilidade de sentidos.
> [...] o Tempo Vivido basicamente para falar do tempo de socialização. Aprendemos a usar repertórios a partir das nossas posições de pessoas: a família em que fomos criados; a escola que frequentamos. Esses diferentes contextos de socialização definem as oportunidades de contato com repertórios [...] e linguagens sociais.
> [...] o Tempo Curto é o tempo das interações; o tempo da interanimação dialógica (Spink, 2010, p. 33).

Analisando os tempos esquematizados pela autora e alinhando-os com a pesquisa, concebe-se que no Tempo Longo encontra-se todo o conhecimento e a base teórica que foram sendo constituídos ao longo da história, no Tempo Vivido tem-se a ressignificação pessoal dos conhecimentos existentes, em que as experiências pessoais vinculam-se às interpretações pessoais do mundo e o Tempo Curto é o presente, usando os conhecimentos do Tempo Longo e as vivências do Tempo Vivido para a produção de sentido.

Para analisar e compreender os sentidos produzidos por um indivíduo, Spink (2010) criou meios interpretativos nomeados por mapas, árvores de associação e linhas narrativas. Nessa pesquisa, usamos o recurso de árvores de associação.

A Árvore de Associações é usada para dar “visibilidade ao encadeamento de repertórios nos trechos que nos parecerem ser mais ilustrativos dos fenômenos em estudo” (Spink, 2010, p. 41). Também denominada de Árvore de Associações de Ideias, a pesquisa se apoia neste recurso analítico para perscrutar os dados que serão coletados das atividades de modelagem matemática.

> [...] as árvores associativas são estratégias adequadas para a compreensão de determinadas passagens das entrevistas (ou de qualquer outro material discursivo), em que buscamos entender a construção (ou construção) do argumento. [...] São, assim, mais sintéticas e, por isso mesmo, estratégias potentes de visualização da construção argumentativa (Spink, 2013, p. 93).

As Árvores de Associações de Ideias serão elaboradas de forma a relacionar os conceitos centrais encontrados e ramificar, a partir deles, a linguagem utilizada pelos alunos, ligando os diferentes sentidos que se manifestam a uma palavra ou ideia, empregando linhas simples para as associações dos participantes da pesquisa e linhas duplas para as intervenções da pesquisadora (Sousa, 2017).

A análise dos dados por meio da Árvore de Associações será conduzida considerando:

Delimitação do tema central: etapa inicial em que se define o foco principal da análise, a partir do qual todas as associações serão construídas.

Organização dos dados qualitativos relacionados ao tema: envolve a seleção e sistematização dos dados que revelam os sentidos conferidos pelos participantes durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Construção das ramificações principais: com base nos dados, serão identificadas categorias centrais que expressem diferentes formas de manifestação do sentido dado aos conceitos matemáticos presentes nas atividades desenvolvidas.

Subcategorias: cada ramificação poderá ser aprofundada com subcategorias que possibilitam maior precisão na compreensão das associações produzidas.

Análise das conexões entre categorias e subcategorias: serão examinadas as inter-relações entre os elementos da árvore, permitindo identificar padrões e recorrências na forma como os alunos conferem sentido aos conceitos e situações matemáticas presentes nas atividades.

A análise dos dados, realizada por meio da Árvore de Associações, visa compreender “que usos da linguagem se evidenciam em atividades de modelagem matemática e contribuem para o sentido que os alunos conferem àquilo que aprendem?” Essa análise está vinculada aos pressupostos filosóficos de Wittgenstein, especialmente à sua concepção de que o significado emerge do uso da linguagem nos contextos em que ela é empregada.

A utilização da Árvore de Associações (Spink, 2010) como recurso analítico nesta pesquisa permite identificar as associações linguísticas realizadas pelos estudantes durante as atividades, desvendando os sentidos formados em torno de conceitos matemáticos no âmbito da modelagem. Essas interpretações não são pré-estabelecidas, mas surgem da prática, da interação e das normas do jogo definidas no contexto educativo.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Nesta seção, apresenta-se inicialmente um estudo em forma de mapeamento de produtos educacionais desenvolvidos no estado do Paraná, com foco na inserção da modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esse mapeamento foi realizado como etapa preliminar da pesquisa, com o objetivo de identificar pesquisas desenvolvidas na área e subsidiar a fundamentação do produto educacional proposto. Ainda nesta seção, são abordados os fundamentos do *Design* de Interações, que orientaram a construção do produto, bem como uma descrição da Plataforma Digital "Modelando o Planeta", desenvolvida como suporte para a implementação das atividades de modelagem matemática com os alunos, a qual está apresentada na Produção Técnica Educacional.

UM MAPEAMENTO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS

Para esta dissertação, realizou-se um estudo inicial com o intuito de identificar pesquisas que têm sido desenvolvidas nos últimos anos, no âmbito da Educação Matemática, que relacionam o uso da modelagem matemática nos Anos Inicias do Ensino Fundamental. No escopo dessa pesquisa, abordou-se como foco das buscas Produtos Educacionais (PE) produzidos em Programas Profissionais das instituições públicas, delimitando geograficamente o estado do Paraná.

A realização desse estudo auxilia na identificação das contribuições das pesquisas desenvolvidas anteriormente na área definida, na verificação dos resultados e apontamentos obtidos oriundos das mesmas e no reconhecimento das necessidades de aprimoramento em relação aos aspectos teóricos e metodológicos. Além disso, possibilita vislumbrar possibilidades para futuras pesquisas no campo da educação matemática, no qual atribui-se a modelagem matemática como uma alternativa para o ensino.

Nesse ínterim, decorreu-se na pesquisa, para coleta e organização dos resultados obtidos, um Mapeamento Sistemático de Literatura (MSL) com base na literatura de Demerval, Coelho e Bittencourt (2020), que apresentam a MSL como um método que possibilita ao pesquisador obter um panorama sobre a área de conhecimento investigada. Esse procedimento é composto por etapas que incluem a definição do tema a ser explorado, a seleção das fontes bibliográficas, o mecanismo

de busca para a coleta de informações e o aprimoramento desta, para que ela seja mais direcionada quando necessário, escolha das fontes que são pertinentes à pesquisa e a sistematização dos dados obtidos.

Seguindo os procedimentos da MSL, optou-se por realizar a busca inicial no Portal eduCapes por ser uma plataforma que possui os PE produzidos no Brasil. Empregaram-se as palavras-chave: “Modelagem Matemática” e “Educação Básica”; e “Modelagem Matemática” e “Ensino Fundamental”, filtrando as produções decorrentes do período de 2014 a 2025. Porém, observou-se que a busca era ampla, pois os termos utilizados contemplavam todos os níveis de escolaridade da Educação Básica, o que não é exatamente o foco da pesquisa. Dessa forma, a busca foi ajustada para as palavras-chave “Modelagem Matemática” e “Anos Iniciais”, faixa etária esta que a pesquisa contempla.

Contudo, percebeu-se que a delimitação ajustada não seria suficiente, visto que o algoritmo da plataforma não filtrava apenas os PE, mas extraía diferentes classificações de arquivos. Dessa forma, adotou-se um novo caminho de busca. Em consulta à Plataforma Sucupira, foram pesquisadas as modalidades de programas profissionais dentro do estado do Paraná (Quadro 1), que atendiam às áreas de Ensino, Educação e Matemática.

Quadro 1 - Programas Profissionais de Pós-Graduação do Estado do Paraná

Nº	PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO	CURSO	LINK	UNIVERSIDADES	INÍCIO
1	Educação	Mestrado Profissional	https://www.uenp.edu.br/index.php/mestrado-educacao	UENP	2019
2	Educação: Teoria e Prática de Ensino	Mestrado Profissional	https://www.prppg.ufpr.br/site/ppgemp/pb/trabalhos-de-conclusao/	UFPR	2013
3	Educação e Novas Tecnologias	Mestrado Profissional/ Doutorado Profissional	http://portal.uninter.com/mestrado/	UNINTER	2014
4	Ensino	Mestrado Profissional/ Doutorado Profissional	http://www.uenp.edu.br/index.php/mestrado-ensino	UENP	2016

5	Ensino de Matemática	Mestrado Profissional	http://portal.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/stricto-sensu/ppg-mat	UTFPR	2015
6	Ensino de Ciência e Tecnologia	Mestrado Profissional	http://ppgect.pg.utfpr.edu.br/	UTFPR	2008
7	Ensino de Ciências Humanas, Sociais e da Natureza	Mestrado Profissional	http://www.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/stricto-sensu/ppgen/	UTFPR	2013
8	Ensino de Ciências Naturais e Matemática	Mestrado Profissional/ Doutorado Profissional	https://www3.unicentro.br/ppgen/	UNICENTRO	2014
9	Formação Científica, Educacional e Tecnológica	Mestrado Profissional/ Doutorado Profissional	https://www.utfpr.edu.br/cursos/programas-de-pos-graduacao/ppgfcet-ct	UTFPR	2011

Fonte: Plataforma Sucupira, Capes (2024).

Dos nove Programas de Pós-Graduação elencados, excluíram-se como fonte de pesquisa o nº 3, para que a busca acontecesse dentro das instituições públicas, e o nº 7, pois não foram encontrados, dentro do repositório, produtos educacionais inerentes ao campo da Educação Matemática. Além das instituições nomeadas anteriormente, também listou-se como fonte de pesquisa os Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) localizados no Paraná (Quadro 2).

Quadro 2 - Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede no Paraná

Nº	UNIVERSIDADES	PROGRAMAS	LINKS DE ACESSO
1	Universidade Estadual de Londrina (UEL)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=UEL
2	Universidade Estadual de Maringá (UEM)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=UEM

3	Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=UEPG
4	Universidade Estadual do Oeste Do Paraná (UNIOESTE)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=UNIOESTE
5	Universidade Federal do Paraná (UFPR)	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/?aluno=&titulo=&polo=UFPR
6	Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Cornélio Procópio	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://www.utfpr.edu.br/cursos/mestrado-e-doutorado/profmat-cp
7	Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Curitiba	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://www.utfpr.edu.br/cursos/mestrado-e-doutorado/profmat-ct
8	Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Pato Branco	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://www.utfpr.edu.br/cursos/mestrado-e-doutorado/profmat-pb
9	Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Toledo	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT	https://www.utfpr.edu.br/cursos/mestrado-e-doutorado/profmat-td

Fonte: Portal Profmat; UTFPR (2025).

Por meio do MSL, informações foram recolhidas nos Programas de Pós-Graduação de Mestrado e Doutorado profissional das universidades públicas do estado do Paraná. Dos programas presentes no Quadro 1, a busca ocorreu dentro dos repositórios de cada instituição, abrindo todos os arquivos disponíveis dentre o período estabelecido e utilizando como palavra-chave “modelagem matemática”, observando se este termo se fazia presente no título, resumo ou palavras-chave.

No que se refere aos programas presentes no Quadro 2, usou-se o mesmo procedimento, porém a busca foi realizada dentro do Portal Profmat e da UTFPR, visto que os repositórios/bibliotecas de algumas das instituições estavam incompletas ou de difícil acesso. O Quadro 3 apresenta uma síntese dos dados coletados que foram classificados. Primeiramente, foi especificado o total de PE disponíveis nos repositórios entre os anos de 2014 e 2025. No segundo momento, listaram-se todos os PE que relacionavam a “modelagem matemática” e, em um

terceiro momento, catalogaram-se quais destes PE tinham como público-alvo os “Anos Iniciais” do Ensino Fundamental.

Quadro 3 - Dados coletados no período de 2014 – 2025

PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO/ UNIVERSIDADES	TOTAL DE PE	PE UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA	MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS
Educação – UENP/PPED	94	1	1
Educação: Teoria e Prática de Ensino – UFPR/ PPGE:TPEN	272	3	0
Ensino – UENP/PPGEN	178	7	4
Ensino de Matemática – UTFPR/PPGMAT	141	30	7
Ensino de Ciência e Tecnologia – UTFPR/ PPGECT – PG	292	1	0
Ensino de Ciências Naturais e Matemática – UNICENTRO/PPGEN	116	28	1
Formação Científica, Educacional e Tecnológica – UTFPR/PPGFCET-CT	237	0	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UEL	59	0	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UEM	91	4	1
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UEPG	49	5	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UNIOESTE	15	1	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UFPR	85	5	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UTFPR/CP	26	1	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UTFPR/CT	96	3	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – UTFPR/PB	52	3	0
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –	12	1	0

PROFMAT – UTFPR/TD			
TOTAL	**1815**	**93**	**14**

Fonte: a autora.

No que tange ao uso da modelagem matemática nos PE produzidos dentro dos programas selecionados, 93 trabalhos foram encontrados, os quais se concentram na formação de professores, educação do campo, educação inclusiva, educação básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais, Ensino Médio), Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Ensino Superior. Dentre estes trabalhos, observou-se que 14 deles são pesquisas desenvolvidas no contexto dos Anos Iniciais.

Sousa (2015) não apresenta um Produto Educacional à parte de sua dissertação desenvolvida no PROFMAT, mas investiga a construção do pensamento matemático nos anos iniciais por meio da modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem e suas contribuições para abordar problemas do cotidiano.

Gomes (2018) teve o propósito de orientar professores dos anos iniciais produzindo um caderno de atividades resultante de um projeto de extensão que envolvia a participação de professores no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Em seu PE, Palma (2019) sinaliza atividades de modelagem matemática planejadas para serem trabalhadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e instrumentos que estimulam a criatividade dos alunos. O autor salienta que o objetivo do produto é motivar os professores deste nível de ensino a ensinar matemática por meio de cenários investigativos e contextualizados, como os propostos no produto.

Viana (2020) desenvolveu como PE uma proposta de formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a fim de apontar aos docentes as vantagens de incorporar estratégias de estímulo ao pensamento criativo por meio da modelagem matemática, de maneira consciente e estruturada, no desenvolvimento de tarefas em que os alunos participantes da pesquisa puderam explorar situações extramatemáticas através da matemática.

O material organizado por Lovo (2020) consiste em uma proposta para a formação continuada de docentes que são atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A autora propõe estabelecer um espaço de diálogo com os docentes

para a elaboração de atividades de modelagem matemática e examinar as vivências dos docentes ao elaborar e avaliar atividades de modelagem matemática com seus estudantes.

Em 2021, Marquezepe (2021) elaborou um guia informativo destinado a professores dos Anos Iniciais que não possuem formação específica em Matemática, divulgando diferentes perspectivas sobre a modelagem matemática para que os professores que ainda não utilizam essa tendência possam obter mais conhecimento. A autora observou as publicações dos periódicos dos últimos cinco anos em relação à data da publicação desse trabalho e expôs contribuições que o uso da modelagem matemática apresenta para o ensino e alguns desafios para reflexão.

No mesmo ano, Pfahl (2021) apresentou um caderno de atividades destinado a professores dos anos iniciais com atividades de modelagem matemática que possibilitam a investigação por meio de problemas reais e objetivam identificar os procedimentos dos professores no planejamento docente por meio de um curso de formação em modelagem matemática.

Ainda em 2021, a autora Nunomura (2021) elaborou em seu PE um material paradidático concedido a professores dos anos iniciais, apresentando a modelagem matemática como forma de abordar matematicamente assuntos relacionados ao ambiente escolar dos alunos.

Selleti (2023) desenvolveu um caderno de atividades que contemplava uma sequência de atividades de modelagem matemática destinadas ao Ensino Fundamental, Anos Iniciais, com o intuito de trabalhar o ensino de conceitos geométricos, apontando a importância da utilização de diferentes metodologias para promover a aprendizagem dos alunos.

Pelaquim (2023) estruturou como PE um caderno de atividades indicado a professores dos anos iniciais com a ideia de trabalhar a matemática de forma divertida por meio da modelagem matemática e de algumas brincadeiras. Nesse mesmo ano, Martins (2023) gerou como PE um caderno interativo com atividades, propostas para serem utilizadas por professores em sala de aula, visando à utilização da modelagem matemática como meio para contextualizar as aulas de matemática. O Quadro 4 expõe uma breve síntese dos tipos de Produtos Educacionais produzidos que correlaciona a modelagem matemática aos Anos Iniciais.

Hora (2024) elaborou um caderno de atividades destinado a alunos do Ensino Fundamental, Anos Iniciais, com quatro atividades de modelagem

matemática que apresentam as potencialidades do uso do desenho em atividades de modelagem matemática. Figueiredo (2025) organizou algumas atividades de modelagem matemática, destinadas a alunos dos Anos Iniciais, em um almanaque que propõe a interlocução entre a modelagem matemática e a Cultura Maker, com o intuito de trabalhar a criatividade e a colaboração por meio de atividades práticas. No mesmo ano, Pacheco (2025) formulou um guia com a finalidade de ofertar um material a professores dos Anos Iniciais com práticas de modelagem matemática para o desenvolvimento do Raciocínio Matemático.

Quadro 4 - Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Produtos Educacionais

REFERÊNCIAS	TÍTULOS DOS PE	TIPOLOGIA DOS PE
Sousa (2015)	Construção do Pensamento Matemático das Noções de Discreto e Contínuo no Ambiente da Modelagem Matemática (Dissertação)	-
Gomes (2018)	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Possibilidades	Caderno de Atividades
Palma (2019)	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais	Caderno de Atividades
Viana (2020)	Criatividade e Modelagem Matemática	Guia Didático
Lovo (2020)	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Uma Proposta de Formação Continuada	Proposta de Formação de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental
Pfahl (2021)	Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Um Caderno de Atividades	Caderno de Atividades
Marquezepe (2021)	Modelagem Matemática: Uma Alternativa para o Ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Material Teórico
Nunomura (2021)	Explorando a Escola: Possibilidades de Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Material Paradidático
Selleti (2023)	Atividades de Modelagem Matemática para os Anos Iniciais Mediando o Ensino de Tópicos de Geometria	Caderno de Atividades
Pelaquim (2023)	Modelagem Matemática Divertida Nos Anos Iniciais: Algumas Brincadeiras	Caderno de Atividades
Martins (2023)	Modelagem Matemática Com Alunos Do Ensino Fundamental	Caderno Interativo Com Atividades
Hora (2024)	Caderno de Atividades: o uso Estratégico do	Caderno de Atividades

	Desenho em Atividades de Modelagem Matemática	
Figueiredo (2025)	Almanaque Maker: Matemática em Ação	Almanaque de Atividades
Pacheco (2025)	Modelagem na Educação Matemática: uma Alternativa Metodológica para Promover o Raciocínio dos Estudantes	Guia

Fonte: a autora.

Baseado na análise dos dados coletados, nota-se uma presença considerável de materiais didáticos mais teóricos produzidos para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ponderando, assim, a importância de produzir materiais mais diversificados para este público. A avaliação dos resumos já publicados indica uma escassez de materiais educacionais mais interativos voltados para as crianças, visto que a modelagem matemática propicia atividades investigativas que podem explorar assuntos da realidade de diversas formas.

Pelos estudos realizados, é possível perceber que, nos últimos anos a inserção de uma concepção filosófica na Educação Matemática vem crescendo consideravelmente. Essa concepção é uma forma diferente de direcionar um olhar para o ensino e a aprendizagem de matemática e para as possibilidades que a permeiam. A modelagem matemática, por sua vez, objetiva uma ligação da matemática com o cotidiano dos estudantes, relacionando diferentes fatores que podem ser interligados: questões sociais, socioambientais, socioeconômicas, culturais, desenvolvimento sustentável e articulações com diferentes áreas do conhecimento.

Além disso, pelo MSL realizado, percebe-se que, dos PE que fazem uso da modelagem matemática, apenas cerca de 15% estão relacionados aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que mostra que a inclusão da modelagem matemática no âmbito desse nível de escolaridade ainda está em desenvolvimento. Muitos podem ser os fatores, entre eles, a conjuntura de que grande parte dos professores que atuam nesse nível de escolaridade não é formada em matemática, e por isso, pode não estar familiarizada com essa abordagem metodológica, ou sentir receio de utilizá-la.

Portanto, justifica-se a elaboração de uma plataforma digital, especificamente voltada para crianças dos primeiros anos do Ensino Fundamental, com a finalidade de atender a essa necessidade e de disponibilizar atividades de

modelagem matemática no contexto da educação ambiental que permitam ao estudante investigar temas extramatemáticos utilizando objetos matemáticos, para refletir sobre o seu papel diante da sustentabilidade e ao professor, ter acesso a uma interface que possa ser utilizada nas aulas de matemática.

DESIGN DE INTERAÇÕES

A plataforma digital, concebida com base nos princípios do Design de Interações propostos por Rogers, Sharp e Preece (2005), constitui o produto educacional desta pesquisa. Elaborada previamente, foi utilizada como suporte principal para a implementação das atividades de modelagem matemática com os alunos, reunindo os materiais, propostas investigativas e recursos interativos que os auxiliaram no desenvolvimento das atividades. Para sua construção, fundamentou-se nos estudos sobre *Design* de Interações, com o objetivo de desenvolver uma plataforma que fosse não apenas interativa, mas que também mantivesse um sólido teor pedagógico, coerente com os propósitos educacionais da pesquisa.

Segundo Rogers, Sharp e Preece (2005), *Design* de Interações é um "*design* de produtos interativos que fornecem suporte às atividades cotidianas das pessoas, seja no lar ou no trabalho" (Rogers; Sharp; Preece, 2005, p. 28), ou seja, significa oportunizar experiências que melhorem a forma como as pessoas operam, se comunicam e se relacionam.

De acordo com as autoras, a falta de um bom *design* de interações pode estabelecer o sucesso ou insucesso do produto criado. Além disso, discorrem que a facilidade de uso, a eficácia, ser de fácil entendimento, ser de fácil memorização para lembrar a forma de uso e ser de boa funcionalidade estão ligados às metas de usabilidade, ao considerar a perspectiva do indivíduo que irá utilizar este produto.

Para um processo de *design* de interação bem desenvolvido, quatro atividades básicas são importantes:

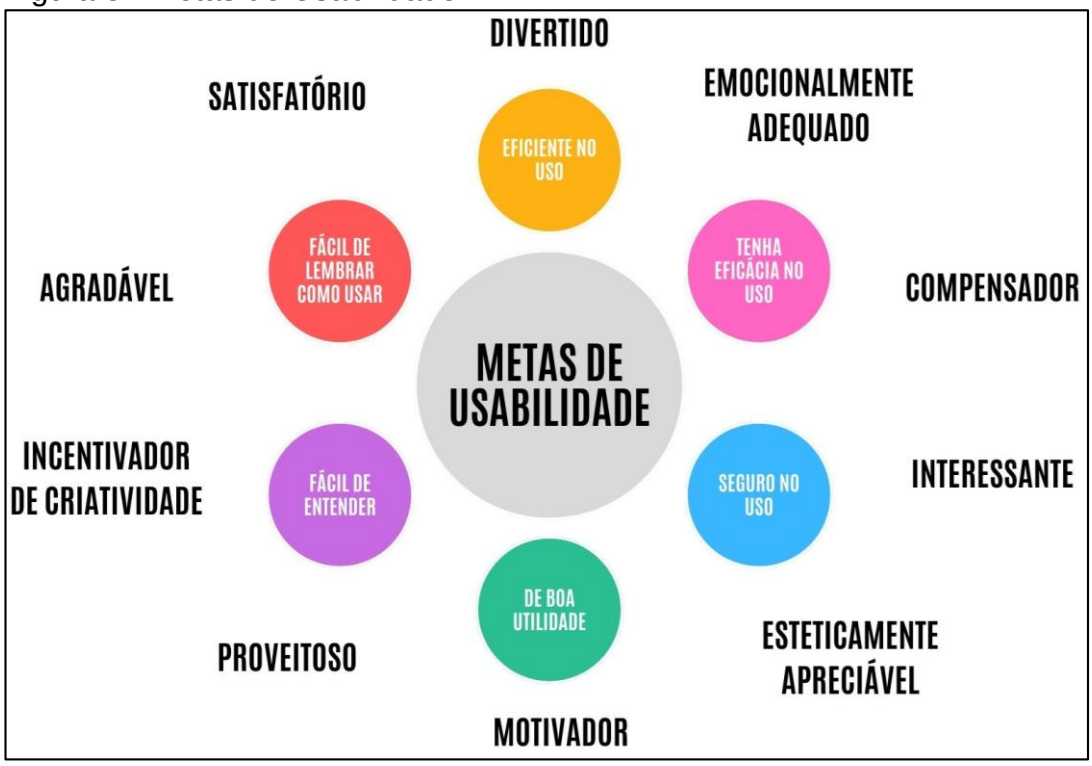
> 1. Identificar necessidades e estabelecer requisitos.
> 2. Desenvolver *designs* alternativos que preencham esses requisitos.
> 3. Construir versões interativas dos designs, de maneira que possam ser comunicados e analisados.
> 4. Avaliar o que está sendo construído durante o processo (Rogers; Sharp; Preece, 2005, p. 33).

Complementando as atividades básicas citadas, Rogers, Sharp e Preece (2005) três características relevantes para o processo de design de interações.

> 1. Os usuários devem estar envolvidos no desenvolvimento do projeto.
> 2. A usabilidade específica e as metas decorrentes da experiência do usuário devem ser identificadas, claramente documentadas e acordadas no início do projeto.
> 3. A iteração em todas as quatro atividades é inevitável (Rogers; Sharp; Preece, 2005, p. 35).

Além disso, o *design* de interações preocupa-se com a elaboração de projetos que sejam efetivos, mas também de interesse ao seu público. A Figura 3 apresenta, nos círculos coloridos as metas de usabilidade do produto, que são essenciais para o design de interação, assim como apresenta, ao redor do esquema, as metas esperadas no decorrer das experiências de seu uso, metas essas voltadas ao usuário.

Figura 3 - Metas de Usabilidade



Fonte: Adaptada de Rogers, Sharp e Preece (2005).

Ao refletir sobre as metas de usabilidade da criação de um produto e considerando o PE advindo dessa pesquisa, basear-se no *design* de interação para a elaboração de uma plataforma digital é apropriado, pois o objetivo de delinear “produtos interativos agradáveis, divertidos, esteticamente apreciáveis, etc. está

principalmente na experiência que estes proporcionarão ao usuário, isto é, como o usuário se sentirá na interação com o sistema” (Rogers; Sharp; Preece, 2005, p. 40).

PLATAFORMA DIGITAL

O Produto Educacional “Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma plataforma digital” consiste em uma Plataforma Digital, intitulada de “*Modelando o Planeta*”. Segundo a Capes (2019), este PE classifica-se como uma mídia educacional. Esse PE destina-se a alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e tem como objetivo apresentar atividades de modelagem matemática que podem ser desenvolvidas nesse nível de ensino, visando favorecer o sentido dos conceitos matemáticos a partir de seus usos em situações-problema da realidade, no contexto da Educação Ambiental (EA).

A Plataforma Digital, desenvolvida como parte integrante desta pesquisa, está disponível para acesso nos seguintes endereços eletrônicos:

<https://modelandooplaneta.org/>

<https://modelandoplaneta.org/>

Pensou-se na disponibilização dos dois domínios citados anteriormente para que, mesmo em meio a dúvidas ou erros de digitação, a disponibilização da plataforma seja de fácil acesso.

A plataforma criada é composta por seis páginas, que também serão referidas como guias. A primeira, denominada de *Início*, é uma introdução à página. As próximas quatro guias são nomeadas de acordo com as atividades que integram a plataforma: “*Lixo na Escola”*; “*Petróleo no Mar”*; “*Desperdício de Água”* e “*Arborização”*. A última guia *“Quem somos?”*, possui informações dos organizadores da plataforma digital e um formulário, caso algum usuário necessite entrar em contato.

Embora o PE seja destinado aos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a Produção Técnica Educacional, documento que apresenta a “Plataforma Digital” oferece sugestões para professores que queiram desenvolver as atividades de modelagem matemática disponíveis na plataforma com seus alunos, situando-os quanto às possibilidades de condução de cada atividade, bem como apresentando a plataforma e seus componentes.

Dessa forma, o PE é composto por uma apresentação geral, uma introdução que abrange o contexto da pesquisa e uma fundamentação teórico-

metodológica, que contempla a modelagem matemática como uma alternativa para o ensino de matemática, articulada à Educação Ambiental. Também são apresentados os encaminhamentos de desenvolvimento do Produto Educacional e a descrição da Plataforma Digital “Modelando o Planeta”, organizada em subtítulos que abordam cada página, com recortes, explanações das quatro atividades e quadros com sugestões de uso. Ao final, apresentam-se as considerações finais, que abordam as potencialidades de uso da plataforma.

O arquivo completo com mais informações sobre o Produto Educacional pode ser acessado pelo endereço eletrônico do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN), disponível em: <https://uenp.edu.br/ppgen-produtos-educacionais.html>.

RELATO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A aplicação do produto está vinculada a uma investigação desenvolvida no âmbito de um Mestrado Profissional em Ensino, integrando a prática pedagógica ao processo de pesquisa. Dessa forma, este capítulo tem por objetivo relatar o processo de aplicação do produto educacional desenvolvido no âmbito desta pesquisa, intitulado *“Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma plataforma digital”*. A aplicação buscou possibilitar a vivência de atividades de modelagem matemática articuladas a questões do cotidiano, no contexto da Educação Ambiental.

A intervenção que possibilitou a aplicação deste Produto Educacional (PE) ocorreu na Escola Municipal Yukiti Matida, de tempo integral, localizada no município de Bandeirantes, Paraná, envolvendo uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental, Anos Iniciais. A aplicação foi realizada durante o segundo trimestre do ano letivo de 2025, nos meses de julho e agosto, no período vespertino, totalizando 30 horas/aula. Para o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática propostas no PE, fez-se necessária a utilização de diferentes ambientes escolares, tais como a sala de aula, o laboratório de informática e as dependências externas do perímetro escolar, bem como o uso de computadores durante as aulas de informática, de materiais impressos e de materiais para as atividades práticas, que foram fornecidos pela pesquisadora.

Os participantes da pesquisa, conforme já apresentado nos aspectos metodológicos, são alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, totalizando 18

alunos, com faixa etária entre 9 e 11 anos. Esses alunos já possuíam contato prévio com o uso de computadores, uma vez que a grade curricular da escola contempla aulas de informática. Além disso, a turma apresentava experiências anteriores com atividades investigativas de modelagem matemática, visto que, no ano letivo anterior, a pesquisadora atuou como professora regente da turma. No ano de 2025, embora a pesquisadora não exerça a regência dessa turma, mantém contato pedagógico com os alunos por ministrar outras aulas. Para o desenvolvimento das atividades propostas, os participantes foram organizados em grupos, considerando que o trabalho cooperativo poderia contribuir para as investigações realizadas. Em todos os momentos em que se fez necessário, a pesquisadora esteve presente para apoiar os alunos e mediar o desenvolvimento das atividades.

A aplicação do PE foi planejada conforme a organização apresentada no Quadro 5, no qual está descrita a distribuição das atividades ao longo do período de intervenção.

Quadro 5 - Distribuição das Atividades ao longo do Período de Intervenção

ETAPAS DA APLICAÇÃO DO PE	PERÍODO DE DURAÇÃO
Navegando pela Plataforma: Etapa Inicial da Implementação	3 horas/aula
Atividade 1: Lixo na Escola	7 horas/aula
Atividade 2: Petróleo no Mar	5 horas/aula
Atividade 3: Desperdício de Água	6 horas/aula
Atividade 4: Arborização	7 horas/aula
Conectando Ideias: Socialização das experiências vividas	2 horas/aula
TOTAL	**30 HORAS**

Fonte: a autora.

No primeiro momento, os participantes foram convidados a navegar pela plataforma digital, caracterizando a etapa inicial da implementação do produto educacional. Esse momento teve como objetivo possibilitar o primeiro contato dos alunos com a plataforma “Modelando o Planeta”, favorecendo o reconhecimento de sua organização, recursos e propostas, e teve duração de duas aulas.

Posteriormente, foram desenvolvidas quatro atividades de modelagem matemática: *Atividade 1 – Lixo na Escola; Atividade 2 – Petróleo no Mar; Atividade 3 – Desperdício de Água; e Atividade 4 – Arborização*.

A Atividade 1, “Lixo na Escola” foi realizada ao longo de seis aulas, demandando um período maior em razão da necessidade de apresentação da proposta, familiarização dos alunos com a plataforma e realização da coleta de dados. Essa etapa exigiu que os alunos dispusessem de alguns dias para a coleta do lixo produzido no espaço escolar, cujos dados estão apresentados e discutidos posteriormente no capítulo de análise.

Na Atividade 2, intitulada “Petróleo no Mar”, foi proposto que os alunos investigassem a poluição da água por meio da realização de uma simulação, possibilitando a discussão de aspectos relacionados à contaminação ambiental. A simulação do experimento que explorou a relação entre óleo e água, com o objetivo de representar o petróleo e o mar, foi desenvolvida ao longo de quatro aulas. Todos os materiais utilizados nessa atividade foram fornecidos pela pesquisadora. A forma como ocorreu a coleta de dados relacionada a essa simulação está apresentada no capítulo de análise.

A Atividade 3, “Desperdício de Água” foi realizada em um período de cinco aulas e demandou este tempo, uma vez que, durante o desenvolvimento da proposta, os alunos reconheceram a importância da coleta de dados. Essa coleta ocorreu a partir do acompanhamento do desperdício de água relacionado ao uso das garrafinhas individuais, sendo necessário um período de uma semana para que os alunos armazenassem a água desperdiçada ao realizarem a troca da água das garrafinhas.

A Atividade 4, “Arborização” foi desenvolvida ao longo de seis aulas. Para sua realização, os alunos utilizaram o ambiente externo da escola para identificar pontos que apresentavam necessidade de arborização, bem como espaços viáveis para o plantio de árvores, em consonância com o tema da atividade. Além disso, fez-se necessária a utilização de recursos digitais para auxiliar nas medições dos espaços, visto que alguns locais não permitiam a medição direta apenas com instrumentos convencionais de medida de comprimento. Dessa forma, os alunos utilizaram o *software Google Earth*, sendo necessário um tempo maior na sala de informática para a aprendizagem do uso da ferramenta, bem como para a coleta de dados referentes aos espaços da escola e para a simulação das espécies de árvores que poderiam ser plantadas nesses locais. Essa simulação considerou, ainda, o distanciamento adequado entre as árvores, a partir de dados obtidos em pesquisas na internet.

Por fim, destinou-se um período de duas aulas para a articulação e socialização das ideias construídas ao longo da aplicação do produto educacional. Nesse momento, os alunos, juntamente com a pesquisadora, compartilharam as experiências vivenciadas, apresentaram os dados obtidos e discutiram as aprendizagens construídas a partir das investigações realizadas.

Durante o desenvolvimento das quatro atividades de modelagem matemática, foram coletados diferentes tipos de dados e registros, os quais constituem o material empírico que fundamenta a análise desta pesquisa, no qual são analisadas as interações, os usos da linguagem e os sentidos que os alunos conferem às atividades de modelagem matemática desenvolvidas. Entre os dados produzidos, destacam-se os registros escritos produzidos pelos grupos, bem como a gravação das conversas entre os participantes e a pesquisadora. Esses registros de áudio foram coletados com a finalidade de serem posteriormente transcritos e utilizados no processo de análise. Além disso, foram coletados registros visuais e gerados a partir do uso dos *softwares* utilizados pelos alunos, compondo o conjunto de dados analisados nesta pesquisa.

7 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, são apresentados e analisados o conjunto de dados da pesquisa, por meio de uma análise interpretativa, considerando as fases de uma atividade de modelagem matemática (Almeida; Silva; Vertuan, 2016), utilizando a Árvore de Associações (Spink, 2010; 2013) como recurso analítico.

Os dados apresentados são resultados das atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir do Produto Educacional “Modelagem Matemática e Educação Ambiental: uma plataforma digital”, fruto de pesquisa em conjunto com essa dissertação.

O PE é composto por quatro atividades de modelagem que serão descritas e analisadas a seguir. Os dados de cada atividade serão analisados separadamente, pontuados por uma descrição do desenvolvimento de cada atividade, apresentando os dados coletados. A análise não será apresentada separadamente, mas simultânea à descrição e às fases observadas durante o desenvolvimento de cada atividade, considerando não apenas o recurso analítico, mas também o referencial teórico que embasa a pesquisa. O referencial é fundamental para subsidiar a análise e os jogos de linguagem utilizados pelos participantes da pesquisa durante o perpassar das atividades.

Durante o processo de escolha das atividades de modelagem matemática para compor o PE que seria desenvolvido junto ao Ensino Fundamental, Anos Iniciais, alguns questionamentos passaram a fazer parte desse processo, tais como: *“Quando é que a matemática passa a fazer sentido para eles? Será que é só quando acertam uma conta? Quando conseguem montar um gráfico? Será que é quando percebem que o tema tem relação com o que vivem todos os dias”?*

Essas perguntas foram acompanhando a pesquisadora ao longo do planejamento e a fizeram olhar com mais atenção para o quadro teórico da pesquisa composto pela modelagem matemática e pela perspectiva de linguagem de Wittgenstein.

NAVEGANDO PELA PLATAFORMA: ETAPA INICIAL DA IMPLEMENTAÇÃO

Para iniciar a implementação do PE com uma turma do 5º ano, do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, os participantes antecipadamente foram previamente convidados a participar da pesquisa com autorização própria e dos responsáveis seguindo os parâmetros do Comitê de Ética.

O primeiro momento da implementação ocorreu no laboratório de informática, em que a professora/pesquisadora apresentou à turma a Plataforma "*Modelando o Planeta"*. Nesse momento inicial, os participantes, individualmente, acessaram a plataforma e puderam navegar por todas as guias e conteúdos presentes para se ambientalizarem. Nesse primeiro contato, houve uma mediação por parte da professora/pesquisadora, porém de forma mínima, justamente para que os alunos navegassem com liberdade e pudessem ser observadas as metas de usabilidade, segundo o *Design* de Interações (Rogers; Sharp; Preece, 2005).

De início, foi possível observar que, no geral, os participantes não apresentaram nenhuma dificuldade na navegação da plataforma. Demonstraram curiosidade, em diferentes momentos, pelos temas apresentados, pelo material de apoio das atividades, como vídeos e textos, e conseguiram ampliar e modificar as fontes quando necessário. Além disso, houve uma grande interação entre eles durante o processo de familiarização com a plataforma, aspectos esses que vão ao encontro da intencionalidade das metas de usabilidade (Rogers; Sharp; Preece, 2005).

Mesmo a partir de uma exploração visual, os alunos já começaram a apresentar níveis de interpretação por meio de perguntas e comentários que foram indicando jogos de linguagem relacionados aos temas ambientais e matemáticos. Esse processo demonstra que a implementação inicial do PE, por meio de suporte tecnológico, serviu como incentivo para conferir alguns significados iniciais, alinhando o *Design* de Interações proposto por Rogers, Sharp e Preece (2005) às pressuposições de Wittgenstein (2013) de que o sentido emerge no uso.

A seguir, são apresentadas as atividades desenvolvidas com os participantes da pesquisa. As atividades de modelagem matemática presentes na plataforma "Modelando o Planeta" foram aplicadas em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, de uma escola pública localizada no município de Bandeirantes, Paraná, envolvendo 18 participantes, com idades entre 9 e 11 anos, que foram codificados de P1 a P18.

Para cada uma das quatro atividades, os participantes foram divididos em quatro grupos, cada um composto por 4 ou 5 integrantes. No decorrer das propostas, algumas adaptações foram necessárias, o que fez com que a composição dos grupos variasse entre uma atividade e outra. Dessa forma, para cada atividade, os grupos foram nomeados distintamente para compreender as diferentes organizações, como apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 - Organização dos participantes nos grupos de cada Atividade

ATIVIDADE 1 "LIXO NA ESCOLA"	
Grupo 1	P2, P10, P16, P18
Grupo 2	P1, P3, P8, P9, P17
Grupo 3	P4, P6, P11, P12
Grupo 4	P5, P7, P13, P14, P15
ATIVIDADE 2 "PETRÓLEO NO MAR"	
Grupo 5	P2, P8, P14, P16
Grupo 6	P1, P3, P9, P10, P17
Grupo 7	P4, P6, P11, P12
Grupo 8	P5, P7, P13, P15, P18
ATIVIDADE 3 "DESPERDÍCIO DE ÁGUA"	
Grupo 9	P2, P10, P14, P16
Grupo 10	P1, P3, P8, P9, P17
Grupo 11	P4, P6, P11, P12, P18
Grupo 12	P5, P7, P13, P15
ATIVIDADE 4 "ARBORIZAÇÃO"	
Grupo 13	P2, P10, P12, P16
Grupo 14	P1, P3, P8, P9, P17
Grupo 15	P4, P6, P11, P18
Grupo 16	P5, P7, P1,0 P14, P15

Fonte: a autora.

ATIVIDADE 1 – LIXO NA ESCOLA

A atividade "Lixo na Escola" teve como ponto inicial proporcionar uma reflexão sobre os resíduos gerados no ambiente escolar. Como apresentado na Figura 4, a plataforma convida os alunos a refletirem sobre os diferentes tipos de resíduos gerados na escola, sobre como acontece o descarte e sobre a relação desses resíduos com o ambiente, com vídeos de apoio sobre o tema trabalhado.

Figura 4 - Recorte 1 da Plataforma - Atividade “Lixo na Escola”

Nas escolas podemos perceber que diferentes tipos de lixo são gerados. Na cozinha temos o lixo orgânico, nas salas temos lixos recicláveis como papel e plástico. E no pátio e ao redor da escola pode ser encontrado diferentes tipos de lixo. Aliás, não apenas na escola, o lixo está presente em muitos lugares!

A gente aprende que o lixo deve ser jogado no lugar certo...

Mas você já parou pra pensar o que acontece com ele depois disso?

Você sabe para onde vai o lixo depois que jogamos fora?

Neste vídeo animado, você vai acompanhar a jornada do lixo desde a lixeira até o final do seu caminho. Vai entender o que são os **resíduos sólidos** e por que é importante cuidar deles com atenção.

Também vai conhecer ideias e projetos que já existem no Brasil e que ajudam a proteger o meio ambiente! Quem sabe você e seus amigos não criam algo parecido na escola?

Fonte: a autora.

Nas interações iniciais, os participantes, organizados em grupos, tiveram acesso a informações introdutórias sobre o tema proposto. A partir dessas informações, foi proposto um diálogo coletivo para que os alunos compartilhassem suas percepções sobre a presença do lixo no cotidiano e, especialmente, nos espaços da escola.

A professora instigou os estudantes com perguntas que buscavam conectar a temática ambiental ao espaço vivido: *“Para onde vai o lixo que a escola produz? Existe separação dos resíduos, como papel, plástico e restos de comida? Alguma parte desse lixo é reciclado? Onde vocês percebem mais a presença do lixo na escola?”*.

Essa inteiração inicial foi fundamental para trazer uma perspectiva ambiental e de consciência sobre o tema, favorecendo a construção de um entendimento sobre problemas que possam existir em relação ao lixo na escola. Além disso, fomentou a identificação de possíveis problemas a serem investigado, visto que o contexto da plataforma convida os participantes a pensarem matematicamente sobre o tema apresentado.

Wittgenstein (2013) identifica que os jogos de linguagem não estão na definição da linguagem, mas no seu uso. Considerando a inteiração inicial dos participantes com a atividade “Lixo na Escola” observou-se a emersão dos primeiros jogos de linguagem relacionados a esta atividade. A professora, ao orientar por meio de questionamentos, também possibilitou formas de ver a situação, sendo uma mediação fundamental quando se trabalha com os Anos Iniciais, visto que esse é um momento de desenvolvimento de diversas competências matemáticas.

Seguindo a perspectiva de articular as normas para o sentido segundo Moreno (2012), observou-se que os participantes começaram a manifestar o sentido em relação ao tema, não apenas pelas informações formais presentes no PE, como um material ostensivo de apresentação do tema, mas pelo uso da linguagem nas interações entre eles e com a professora, ao relacionar as perguntas ao ambiente escolar, fazendo conexões entre a temática ambiental e a realidade da escola identificando o que poderia ser investigado por meio da matemática.

De uma forma geral, os grupos refletiram sobre as possibilidades de investigação, chegando a pensar em investigar “*qual a quantidade de lixo gerado na escola*”.

Após as reflexões iniciais do grupo e a definição do problema a ser investigado, iniciaram-se algumas discussões em que cada grupo, dentro da sua própria organização, passou a conversar e interagir para decidir qual tipo de lixo analisariam na escola. Em seguida, em uma conversa coletiva com a professora, alguns questionamentos foram levantados para ajudá-los a refletir sobre o tema. Entre as questões estavam: *seria possível saber a quantidade de todo o lixo da escola? Haveria apenas um tipo de lixo na escola? Quais seriam os tipos de lixo encontrados no ambiente escolar?* Parte desse diálogo é apresentado a seguir:

> **Professora:** “Só tem um tipo de lixo na escola?”
> **P18:** “Não, existem diferentes tipos de lixo.”
> **Professora:** “E o Grupo 2, o que acha?”
> **P17:** “Também tem o lixo orgânico e o lixo que pode ser reciclado, como papel ou alguns tipos de plástico que aparecem na sala.”
> **Professora:** “E vocês, Grupo 4?”
> **P7:** “Ao redor da escola às vezes a gente encontra lixo também.”
> (Transcrição áudio – Atividade Lixo na Escola, 2026).

O diálogo apresenta alguns dos jogos de linguagem utilizados pelos participantes. Quando nomeiam que *“existe diferentes tipos de lixo”*, e distinguem que existe *“lixo orgânico e o lixo que pode ser reciclado”,* estão inferindo como

compreendem o problema a partir do contexto escolar, de certa forma classificando o lixo por meio dos seus conhecimentos prévios. Com base no que é discutido por Moreno (2012), o sentido que emerge do uso da linguagem, nessa parte da atividade, é evidenciado pela forma como os participantes usam a própria experiência para responder aos questionamentos.

Após o diálogo anterior, cada grupo definiu a classificação do lixo que gostaria de pesquisar. Os Grupos 1, 2 e 3 decidiram investigar o lixo gerado nas salas de aula. Já o Grupo 4 demonstrou interesse em pesquisar o lixo orgânico, relacionado aos alimentos desperdiçados, considerando que a escola oferece quatro refeições diárias.

Para dar início às coletas, a professora questionou os alunos sobre como pretendiam realizá-las. Os grupos conversaram entre si e comentaram que seria interessante passar nas salas para recolher o lixo. O Grupo 2 sugeriu que poderiam passar recolhendo o lixo das salas e foram questionados se apenas um dia de coleta seria suficiente para saber quanto lixo a escola produzia.

> **P18:** “Não, professora. Porque hoje, por exemplo, nós temos pouco lixo aqui na nossa sala, mas tem dia que a lixeira está cheia.”
> **Professora:** “E o que a gente pode fazer então?”
> **P3:** “Recolher mais de um dia.”
> (Transcrição áudio – Atividade Lixo na Escola, 2026).

Por meio desse momento de interação, é possível observar a emersão de jogos de linguagem ligados à variação temporal, em que os participantes apontam que a quantidade de lixo gerado na sala não é igual todos os dias, relacionando isso com variações de quantidade evidenciadas pela linguagem utilizada, *“pouco lixo”* e *“tem dia que a lixeira está cheia”*. Com base em Wittgenstein (2013) e Moreno (2012), observa-se que o sentido emerge pelo uso quando, na fala, os participantes, por meios de suas experiências, apresentam que o lixo gerado não é padronizado igualmente todos os dias.

Além disso, um ponto a se considerar, em relação à própria modelagem matemática, é a resposta do Grupo 1 ao identificar que recolher o lixo das salas em apenas um dia não seria suficiente, apresentando uma justificativa plausível para sua resposta.

A formulação de hipóteses com participantes dos Anos Iniciais, muitas vezes não ocorrerá de modo formalizado, não pela idade ou por serem crianças, mas

pelo que eles possuem de conhecimento até o momento. Porém, quando o Grupo 2 respondeu ao questionamento da professora, dizendo *"recolher mais de um dia"*, ele está apresentando a hipótese de que recolher o lixo das salas por mais de um dia influenciará de alguma forma.

Considerando a plataforma que haviam acessado e as dicas apresentadas ali, os participantes decidiram que seria interessante realizar a coleta por uma semana. Porém, em meio a essa decisão, alguns questionamentos por parte dos participantes surgiram.

> **P4:** "Mas como nós vamos recolher por uma semana se somos grupos diferentes?"
> **P8:** "É verdade, não faz sentido."
> **Professora:** "E se vocês recolherem juntos?"
> **P11:** "A gente pode?"
> **Professora:** "Pode sim. Até porque não faria sentido dividir o lixo entre os grupos. Vocês podem se juntar para fazer as coletas durante essa semana."
> (Transcrição áudio – Atividade Lixo na Escola, 2026).

Os Grupos 3 e 2, ao manifestarem suas dúvidas, identificaram uma situação que, para eles, não fazia sentido, pois inicialmente as regras estabeleciam que precisariam trabalhar em grupos separados, mas que diferentes grupos iriam realizar investigações com o mesmo foco de tipo de lixo, e observaram um problema na forma como aconteceria a coleta do lixo. Mudanças nas regras estabelecidas fazem parte do fazer modelagem.

Na perspectiva inicial dos participantes dos Grupos 3 e 2, quando citam *"mas como nós vamos recolher por uma semana se somos grupos diferentes?"* e *"é verdade, não faz sentido"*, existe um problema organizacional e de logística de como iriam agir sobre o assunto. Nesse ponto, o papel do professor, enquanto mediador, é fundamental, pois, a professora, ao questionar *"e se vocês recolherem juntos?"*, não está apresentando uma resposta, mas sim uma estratégia para auxiliá-los na reorganização do processo investigativo. O P11, ao questionar *"A gente pode?"*, expressou uma dúvida coletiva de que a colaboração entre os grupos não era óbvia, mas que passou a fazer sentido por intermédio da professora, demonstrando um sentido que se estabeleceu coletivamente.

Reconhecer que as regras estabelecidas, como estão, não são viáveis para o que se deseja fazer, no caso dessa atividade, investigar a quantidade de lixo gerado na escola por meio da coleta de lixo, sob uma óptica wittgensteiniana,

é um momento de avaliar as regras em uso e reconhecer que as regras do jogo podem ser alteradas. Com olhos para a atividade em questão, os participantes apresentaram um pensamento crítico ao analisarem a situação e questionarem as regras estabelecidas, avaliando o porquê de que, naquele momento inicial de dúvida, elas não faziam sentido.

Os Grupos 1, 2 e 3 demonstraram gostar da proposta de, mesmo em grupos separados, serem colaborativos na coleta do lixo. Em relação ao Grupo 4, que desejava realizar sua investigação a partir da coleta do lixo orgânico, a professora dialogou com eles sobre como seria a coleta desse tipo de resíduo.

> **P7:** “Não teria como guardar o lixo orgânico.”
> **Professora:** “Realmente não podemos guardar, porque é perigoso, pode atrair bichos ou causar proliferação de bactérias. Mas como as funcionárias da cozinha fazem?”
> **P7:** “Elas juntam os alimentos e colocam em um balde que fica lá fora.”
> **Professora:** “É mesmo? E ele fica lá por quanto tempo?”
> **Participantes:** “Não sabemos, professora.”
> **Professora:** “E se vocês conversarem com as funcionárias da cozinha e perguntarem sobre isso?”
> **P13:** “Sim, podemos perguntar quanto tem de desperdício por dia. Será que elas pesam?”
> **Professora:** “Essa é uma ótima pergunta para vocês fazerem também.”
> (Transcrição áudio – Atividade Lixo na Escola, 2026).

Através do diálogo com o Grupo 4, observou-se que os alunos apresentavam um sentido inicial em relação à coleta de lixo. No geral, eles sabem que não é possível guardar o lixo orgânico porque existem riscos, mas, ao mesmo tempo, refletem sobre o processo. O P7, ao dizer *“elas juntam os alimentos e colocam em um balde que fica lá fora”*, identifica como ocorre o manejo dos resíduos orgânicos, não de forma abstrata, mas a partir do conhecimento que possuem sobre a organização da escola.

Quando um professor faz intervenções em meio a uma atividade de modelagem matemática para mediar algum ponto do desenvolvimento, essa mediação não deve ocorrer levianamente, mas com questionamentos pensados que vão contribuir sem tirar o caráter investigativo de quem está modelando a atividade.

Na atividade em questão, quando a professora questiona os participantes do Grupo 4 dizendo: *“mas como as funcionárias da cozinha fazem?”*, *“É mesmo? E ele fica lá por quanto tempo?”, “E se vocês conversarem com as*

funcionárias da cozinha e perguntarem sobre isso?" e *"Essa é uma ótima pergunta para vocês fazerem também"*, ela está movimentando jogos de linguagem e propiciando oportunidades investigativas. A ausência de um conhecimento, como apontado pelos participantes "Não sabemos, professora", é uma oportunidade para investigação, por isso a importância da mediação da professora quando o aluno não consegue, por si só, encontrar algum caminho para continuar.

O questionamento do P13 *"será que elas pesam?"* pode ser compreendido aqui como uma hipótese não formalizada, visto que o participante, de forma indireta, está raciocinando e relacionando o que eles estão investigando, que é a quantidade de lixo gerado na escola, com o desperdício e o peso desse desperdício.

Na sequência da atividade, os participantes combinaram como seria realizada a coleta de dados. Os grupos que iriam trabalhar com os lixos das salas discutiram quais seriam as salas incluídas, a quantidade de ambientes a serem recolhidos, se seriam apenas salas de aula e em qual período do dia fariam essa coleta. Eles concluíram que o melhor momento seria no final da tarde, antes de a funcionária da limpeza iniciar o trabalho de higienização das salas. Decidiram ainda que utilizariam sacos plásticos para armazenar o lixo recolhido durante a semana definida por eles.

Com base nos pressupostos de Wittgenstein (2013) e posteriormente de Gottschalk (2010), analisa-se que, na atividade, as decisões tomadas pelos participantes são muito relevantes. Ao definir quais salas seriam incluídas, o horário de coleta, e a forma de armazenar, os participantes instituíram as regras do jogo da coleta e, a posteriori, da investigação. As decisões tomadas por eles refletem suas escolhas, mas também a criticidade na tomada de decisão, ao anteciparem que a coleta dos lixos das salas de aula deveria ser feita por eles antes da limpeza das funcionárias, que os descartariam.

O Quadro 7 apresenta momentos empíricos das coletas iniciais de dados dos Grupos 1, 2 e 3, parte do processo investigativo. No decorrer dos dias de coleta, os participantes conseguiram observar e validar as hipóteses instituídas por eles mesmos, que, não apenas em sua sala de aula, mas também no contexto geral da escola, o lixo gerado não era o mesmo todos os dias. Baseado na epistemologia do uso de Moreno (2012), observou-se que, por meio do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, o conhecimento não emergiu apenas através de explicações formais, mas pela interação entre os participantes e o ambiente.

Quadro 7 - Coleta do Lixo das Salas de Aula

COLETA DO LIXO – DIA 1		
COLETA DO LIXO – DIA 2		
COLETA DO LIXO – DIA 3		
COLETA DO LIXO – DIA 4		
COLETA DO LIXO – DIA 5		

Fonte: a autora.

Ao final dos cinco dias de coleta dos lixos das salas de aula, deu-se início ao processo de formalização dos dados coletados. Os participantes pesaram, em uma balança, o lixo coletado em cada dia (Figura 5), e a professora formalizou no quadro as medidas de massa para que todos os grupos tivessem acesso (Figura 6).

Figura 5 - Pesagem do Lixo Coletado

Fonte: a autora.

Figura 6 - Coleta de Dados – Atividade 1

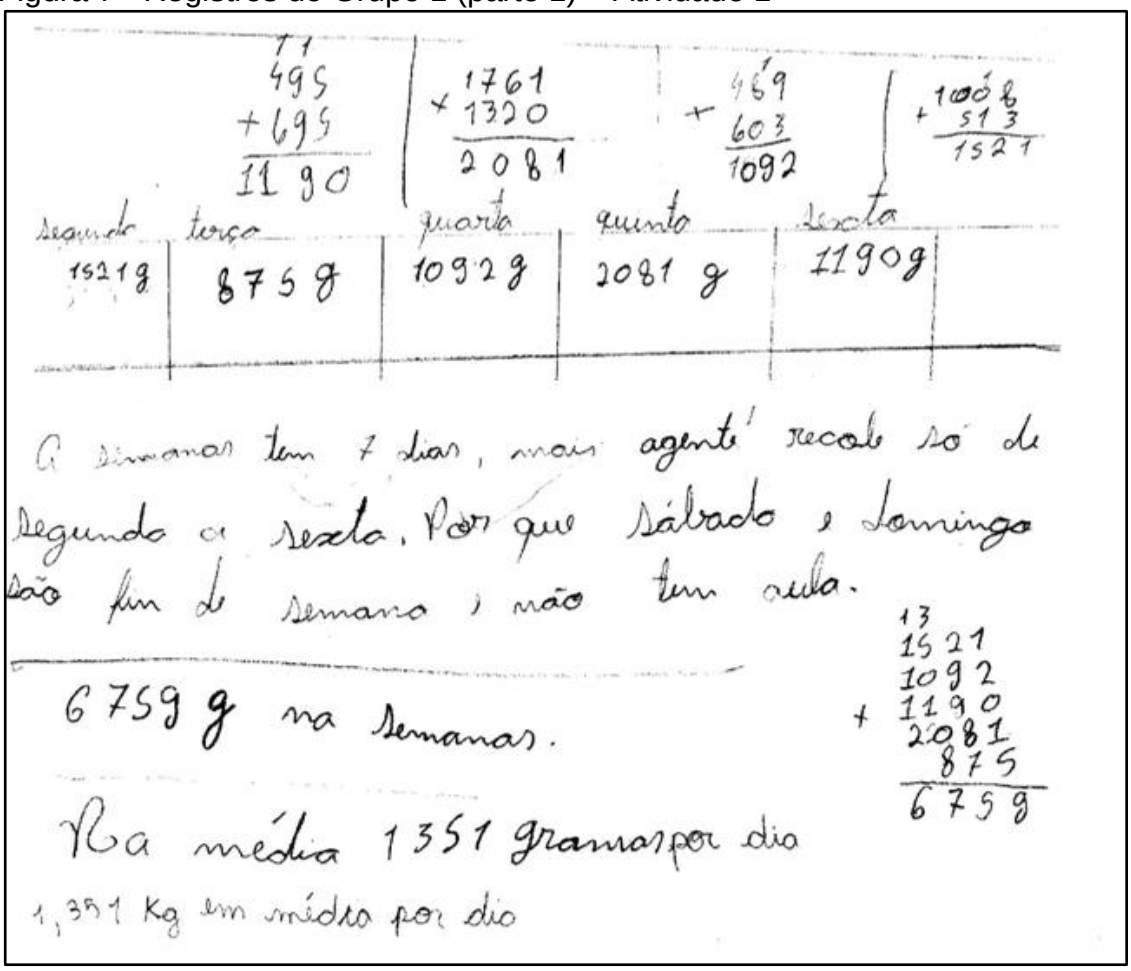
Fonte: a autora.

Em meio à coleta de dados, os alunos, reunidos em seus grupos, conversaram, debateram sobre o lixo coletado e desenvolveram algumas novas

hipóteses a respeito do tema. Entre elas, afirmaram que a sala com maior número de alunos seria também a que mais produziria lixo, porém não conseguiram investigar esse ponto separadamente, pois a coleta foi realizada considerando o total do dia e não separadamente por sala.

De modo geral, os Grupos 1, 2 e 3 destacaram que a maior parte do lixo das salas é composta por papel. Essa hipótese surgiu porque os estudantes consideraram seus próprios hábitos, como jogar papéis fora, retirar folhas do caderno ou descartar pequenos recortes utilizados nas atividades diárias.

Figura 7 - Registros do Grupo 1 (parte 1) – Atividade 1



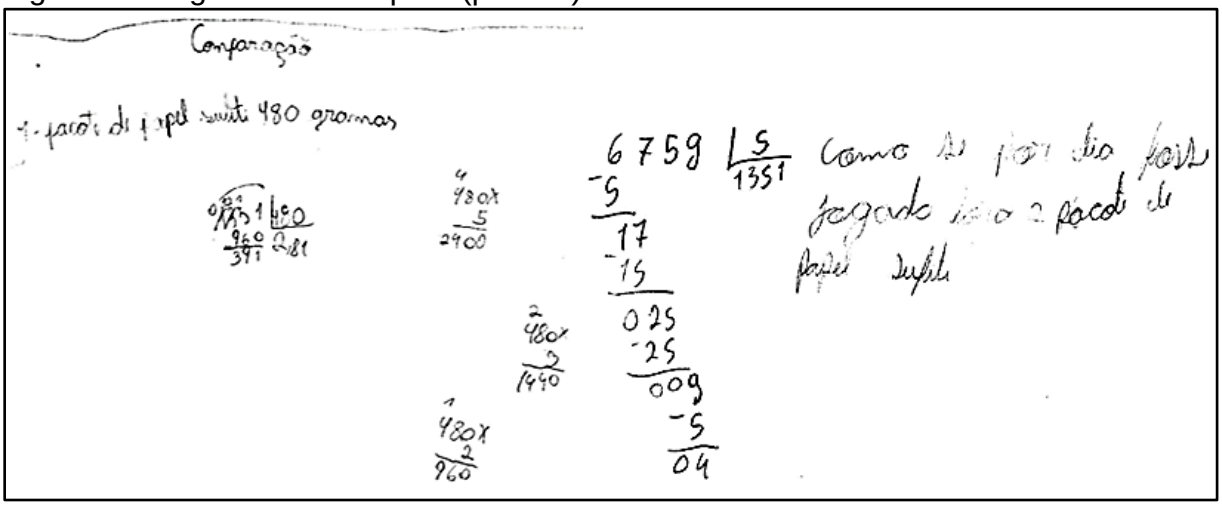
Fonte: a autora.

Como apresentado na Figura 7, o Grupo 1 construiu uma tabela organizando os dados referentes ao peso do lixo coletado de segunda a sexta-feira. Eles registraram que sábado e domingo não foram considerados por serem dias sem aula. A partir dessas informações, somaram a coleta de todos os dias, chegando ao total de 6.759 gramas de lixo recolhido ao longo da semana.

Em seguida, realizaram a transformação de unidade de medida, representando esse valor em quilograma. Também calcularam a média diária, mesmo não apresentando o cálculo na resolução, concluindo que o total semanal de 6.759 gramas corresponde, em média, a 1.351 gramas por dia, valor que foi convertido e representado como 1,351 kg.

O Grupo 1 evidenciou importantes partes do fazer modelagem. A sistematização dos dados, organizados em tabela, os auxiliou a construir parâmetros para a matematização. Ao estabelecer como regra o uso de dias letivos, excluindo os dias do fim de semana, demonstraram uma capacidade de eleger dados que estejam alinhados com o problema. Os conhecimentos prévios também emergiram ao realizarem simplificações por meio da conversão de unidades e utilizando a média diária para apresentar um valor representativo do lixo gerado.

Figura 8 - Registros do Grupo 1 (parte 2) – Atividade 1



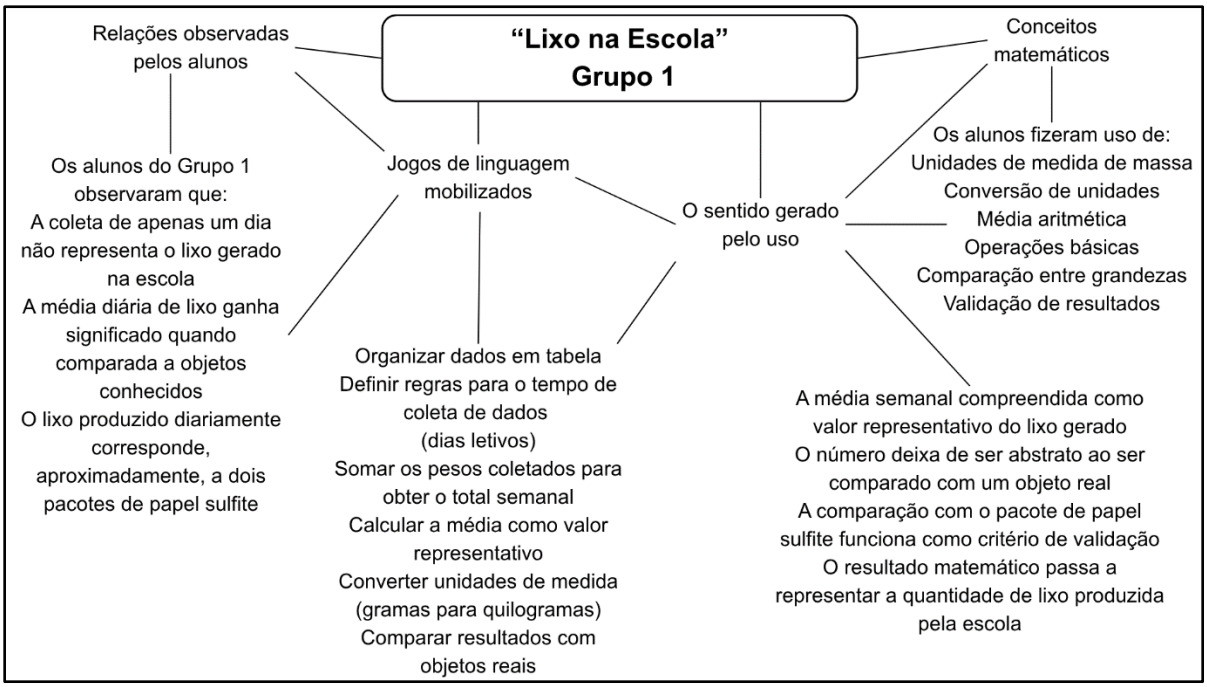
Fonte: a autora.

Na Figura 8, observa-se que o Grupo 1 também realizou uma comparação para compreender melhor o significado do valor de 1,351 kg. Para isso, utilizaram como referência um pacote de papel sulfite que pesa 480 gramas. Eles dividiram a média diária de lixo desperdiçado (1.351 gramas) pelo peso do pacote de sulfite, chegando a um resultado um pouco superior a 2.

Com essa relação, concluíram que a quantidade de lixo descartada por dia nas salas de aula corresponde, aproximadamente, ao equivalente a dois pacotes de papel sulfite. As resoluções e cálculos feitos pelo grupo estão apresentados na Figura 8.

As escolhas matemáticas apresentadas pelos participantes demonstram que o sentido se configura por meio do uso que eles fazem da matemática para interpretar o problema. Por meio do uso concreto da matemática, ao realizar comparações, a resposta 1,351 kg deixa de significar apenas o peso do lixo gerado na escola como um valor abstrato e passa a representar um conhecimento concreto. Essa comparação também representa uma validação dos resultados, pois, ao verificar o valor encontrado, por meio da comparação com objetos reais, observou-se a configuração de sentido para os alunos. Com base nas perspectivas de Wittgenstein (2013) e Moreno (2012), o sentido emergiu por meio das comparações realizadas, e o sentido se configurou quando o resultado se materializa em um elemento concreto.

Figura 9 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 1 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”



Fonte: a autora.

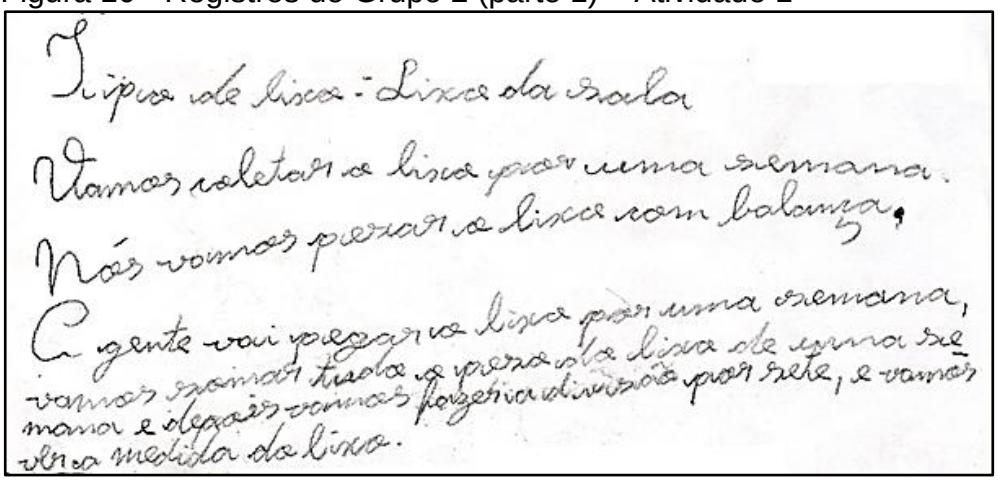
A Árvore de Associações de Ideias do Grupo 1 (Figura 9), sobre a atividade “Lixo na Escola”, considera a própria atividade como a raiz e se ramifica em quatro caminhos: relações observadas pelos alunos, jogos de linguagem mobilizados, sentido no uso e conceitos matemáticos.

Esta estrutura evidencia que o sentido no uso partiu dos usos de conceitos matemáticos utilizados para organizar o desenvolvimento da atividade,

interpretar a situação-problema e estabelecer relações que possibilitaram a compreensão do fenômeno estudado. Além disso, as regras definidas por meio das relações observadas, permitiram que os alunos utilizassem a matemática para representar de forma concreta a quantidade de lixo gerado na escola. Por fim, tem-se que as comparações realizadas com objetos reais fortaleceram o sentido conferido, permitindo que a matemática se manifeste como ferramenta para compreender o fenômeno ambiente investigado.

O Grupo 2 seguiu alguns caminhos organizacionais semelhantes aos do Grupo 1, diferenciando-se ao final, ao não realizar comparações para representar as respostas encontradas.

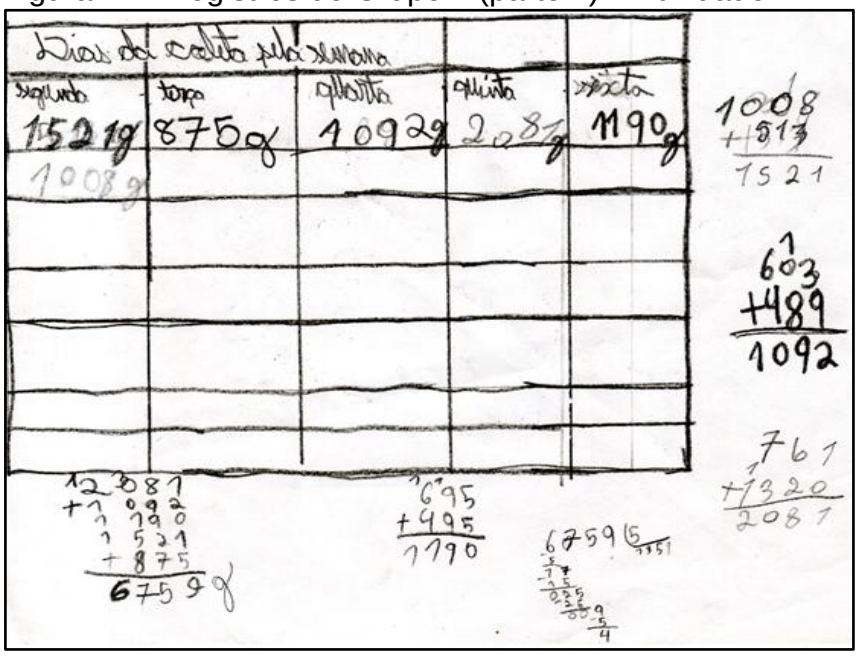
Figura 10 - Registros do Grupo 2 (parte 1) – Atividade 1


Tipos de lixo - Lixo da sala
Vamos coletar o lixo por uma semana.
Nós vamos pesar o lixo com balança,
A gente vai pesar o lixo por uma semana,
vamos somar toda a pesa do lixo de uma se-
mana e depois vamos fazer a divisão por sete, e vamos
obter a medida do lixo.

Fonte: a autora.

Na Figura 10, o Grupo 2 apresenta algumas definições de suas investigações. Eles registraram que iriam coletar o lixo das salas de aula ao longo de uma semana e, em seguida, realizariam a pesagem desse material utilizando uma balança. Após isso, iriam somar o peso total do lixo coletado e realizar uma divisão para obter a média diária do lixo produzido.

Figura 11 - Registros do Grupo 2 (parte 2) – Atividade 1



Fonte: a autora.

Na Figura 11, o Grupo 2 apresentou a coleta dos dados referentes à pesagem do lixo coletado durante uma semana, registrando os valores diários e realizando a soma total. Na figura anterior (Figura 10), o grupo havia indicado que faria a divisão por 7; porém, após uma discussão em sala mediada pela professora, decidiu-se dividir por 5, considerando que sábado e domingo não são dias letivos. O interesse do grupo era descobrir quanto lixo é produzido nos dias em que há aula.

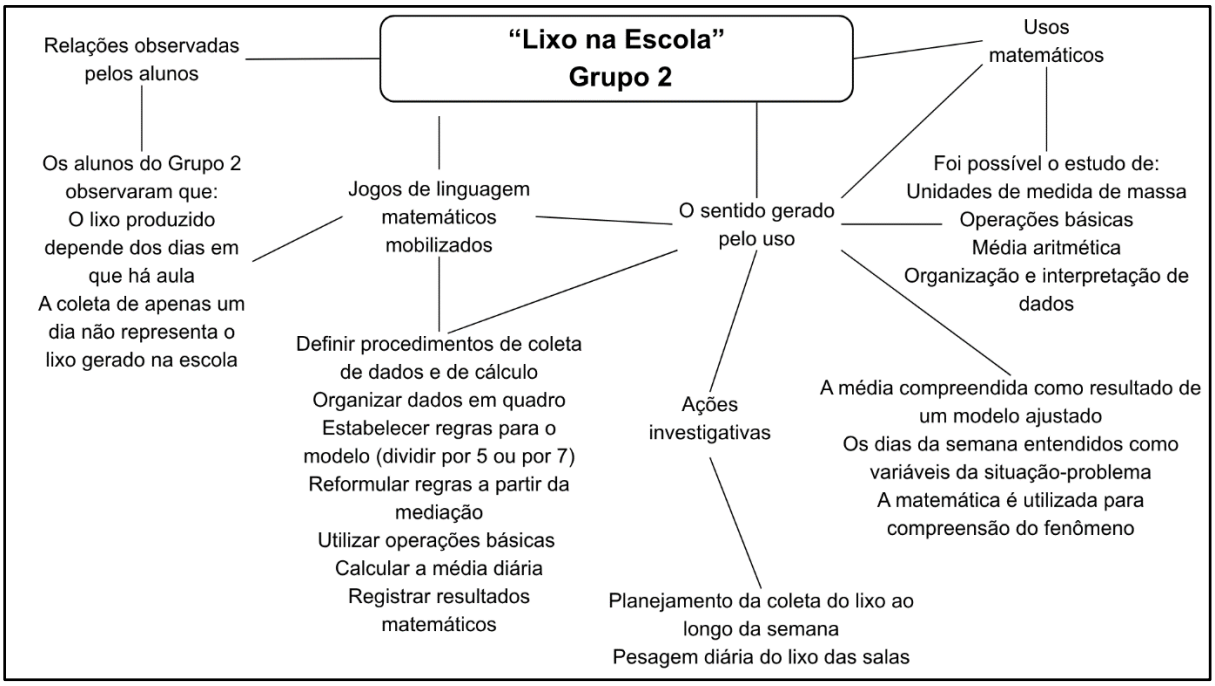
Assim, ao somarem os valores de todos os dias, chegaram ao total de 6.759 gramas. Em seguida, dividiram esse valor por 5, obtendo uma média diária de 1.351 gramas. Diferentemente do Grupo 1, não realizaram nenhuma transformação de unidade de medida, mantendo o resultado expresso em gramas.

Ao expor o planejamento da investigação e definir os procedimentos que iriam seguir, o Grupo 2 apresentou definições que permeiam um ponto importantíssimo da modelagem matemática. A matematização acontece quando os participantes transformam o fenômeno ambiental em uma linguagem matemática.

Um aspecto especialmente significativo surge quando, após a mediação da professora, o grupo decide dividir o total por 5 em vez de 7, reconhecendo que sábado e domingo não são dias letivos. Esse ajuste revela a compreensão dos dias da semana como variáveis e a reformulação do modelo, como característica do processo de modelagem matemática.

O sentido emergiu da prática, ao pesar, registrar, somar, decidir a unidade e realizar cálculos com as operações fundamentais, evidenciando que o significado se estabelece no próprio uso, conforme a perspectiva wittgensteiniana, em que o ajuste do modelo após o diálogo com os demais demonstra o papel do meio e do social para o estabelecimento de sentido.

Figura 12 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 2 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”



Fonte: a autora.

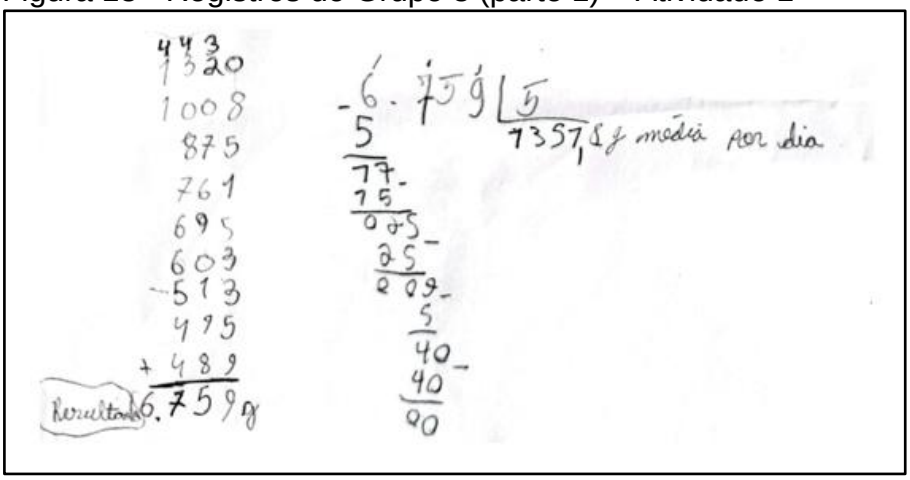
A Árvore de Associação de Ideias do Grupo 2 (Figura 12), evidencia que o sentido emergiu ao longo do desenvolvimento da atividade, nas relações que os alunos identificaram, nos jogos de linguagem mobilizados e no uso da matemática para a reformulação do modelo investigado. Assim, como o Grupo 1, a raiz identificada é a própria atividade e, dessa, apresentam-se quatro ramificações: as relações observadas pelos alunos, os jogos de linguagem matemáticos mobilizados, o sentido no uso e os usos matemáticos.

Os alunos assumiram papel de modeladores no processo investigativo e na tomada de decisões. Ao traçarem os caminhos a serem seguidos e ajustarem a divisão para que apenas os dias letivos fossem considerados para a coleta de dados, reconheceram que os dias sem aula não geravam lixo na escola. Nesse processo, o sentido foi conferido por meio das regras estabelecidas ao

utilizarem a matemática para compreender um problema concreto do ambiente escolar.

O Grupo 3, organizou os dados diferentemente dos Grupos 1 e 2, mas conseguiu passar pela matematização e resolução da situação-problema de forma efetiva, além de, posteriormente, realizar comparações concretas, para representar os resultados obtidos.

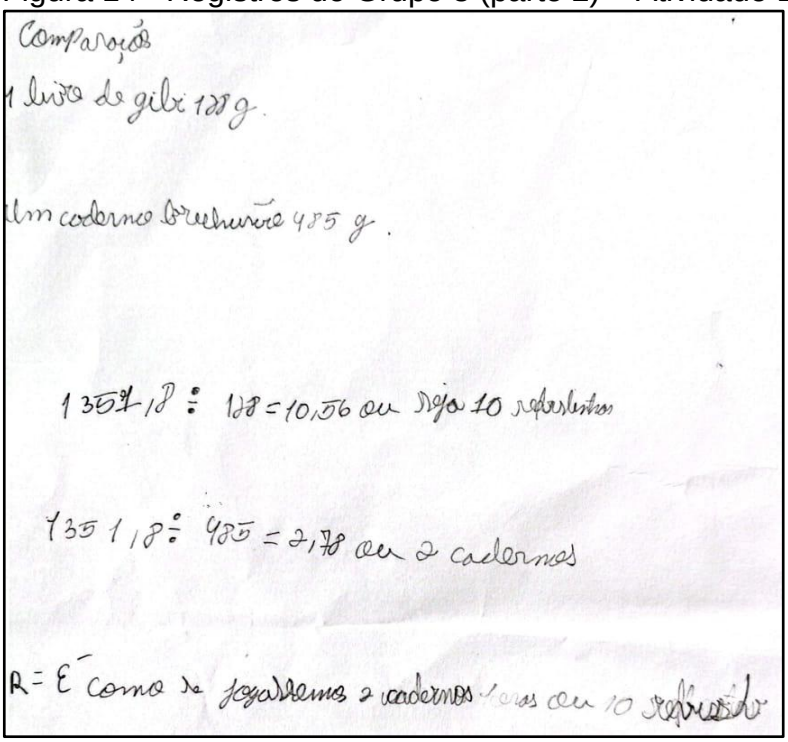
Figura 13 - Registros do Grupo 3 (parte 1) – Atividade 1



Fonte: a autora.

A Figura 13 expõe que o Grupo 3, assim como os Grupos 1 e 2, realizou a soma dos pesos de lixo coletados ao longo da semana. Diferentemente dos grupos anteriores, eles não organizaram os dados em uma tabela ou quadro, efetuando os cálculos diretamente. A soma resultou em 6.759 gramas. Em seguida, dividiram esse valor pelos 5 dias letivos de uma semana, chegando à média de 1.351,8 gramas de lixo gerado por dia nas salas de aula.

Figura 14 - Registros do Grupo 3 (parte 2) – Atividade 1



Fonte: a autora.

O Grupo 3 também realizou comparações de peso para organizar sua compreensão sobre o que representam os 1.351,8 gramas de lixo gerados por dia, como apresentado na Figura 14. Essa interpretação foi feita relacionando o peso diário do lixo com dois objetos do cotidiano: uma revistinha de gibi, que pesa 128 gramas, e um caderno comum do tipo brochurão, que pesa 485 gramas.

Primeiramente, o grupo dividiu o peso do lixo diário (1.351,8 g) pelo peso da revistinha de gibi (128 g), obtendo o resultado de 10,56. A partir disso, concluíram que o lixo gerado em um único dia equivale aproximadamente a 10 revistinhas de gibi.

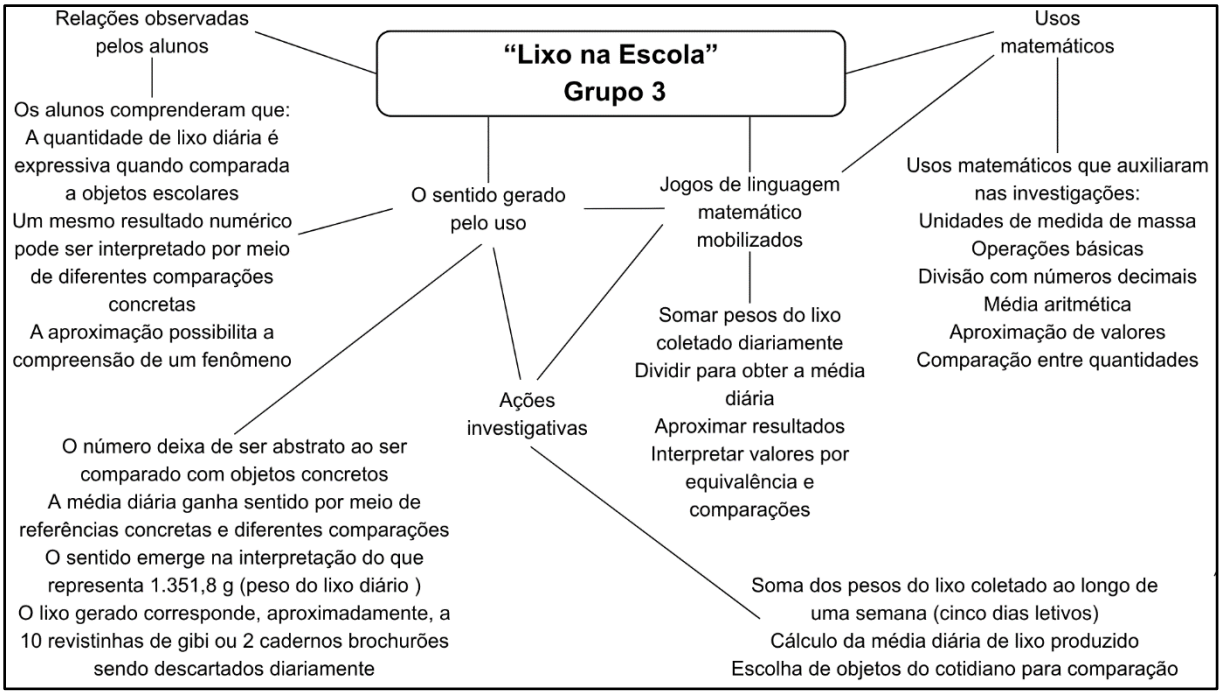
Em seguida, realizaram uma segunda comparação, dividindo novamente o lixo diário (1.351,8 g) pelo peso do caderno brochurão (485 g), chegando ao resultado de 2,78. Assim, interpretaram que essa quantidade de lixo seria equivalente a 2 cadernos brochurões. Dessa forma, o grupo concluiu que o lixo gerado por dia nas salas de aula da escola corresponde, aproximadamente, a 10 revistinhas de gibi ou 2 cadernos brochurões sendo descartados diariamente.

Mesmo sem organizar os dados, os participantes executaram corretamente as operações necessárias para a etapa de matematização, dividindo o

total pelos cinco dias letivos e chegando à média de 1.351,8 gramas de lixo produzido diariamente. Em seguida, avançaram para a etapa de interpretação do modelo, comparando o peso médio diário com objetos do cotidiano escolar. Esse movimento revela o sentido no uso, pois o número deixa de ser apenas uma medida e passa a representar, de forma visualizável, a quantidade de resíduos produzidos na escola.

A compreensão emergiu do uso da matemática na prática investigativa, alinhando-se às perspectivas de Wittgenstein e Moreno, e evidencia que alunos do 5º ano são capazes de fazer modelagem matemática.

Figura 15 - Sentido no uso pelos alunos do Grupo 3 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”



Fonte: a autora.

A Árvore de Associação de Ideias do Grupo 3 (Figura 15), evidencia que o sentido emergiu por meio dos diferentes aspectos que compõem uma atividade investigativa. Semelhante aos Grupos 1 e 2, o desenho analítico do Grupo 3, considerou a atividade como tronco da árvore, tendo como ramificações as relações observadas pelos alunos, o sentido no uso, os jogos de linguagem matemáticos mobilizados e os usos matemáticos.

O sentido emergiu, principalmente, da interpretação dos resultados, ao identificarem que as respostas numéricas não representam dados abstratos, mas sim um fenômeno real. Nesta atividade investigativa, a quantidade de lixo gerado na escola. Os alunos operaram com regras matemáticas que mobilizaram diferentes

jogos de linguagem. As comparações com objetos do cotidiano escolar corroboraram para a interpretação e as reflexões sobre o que representa, em média, 1.351,8 gramas de lixo sendo descartado diariamente e, consequentemente, para o estabelecimento do sentido, permitindo que a quantidade de resíduos deixasse de ser apenas uma medida abstrata e se tornasse compreensível para os alunos no contexto da escola.

O Grupo 4 conversou com as funcionárias da cozinha para obterem mais informações sobre o descarte do lixo orgânico. Elas explicaram que, por dia, costumam retirar um balde grande de 60 litros contendo restos de comida. Relataram que nem todos os dias o balde fica completamente cheio, mas que, ao longo de uma semana, é possível encher cerca de cinco baldes de 60 litros, representando o total de alimentos desperdiçados.

A conversa entre o Grupo 4 e as funcionárias da cozinha possibilitou que novos jogos de linguagem ligados a medidas, volume e quantidade fossem instaurados. Quando as funcionárias utilizaram os termos “balde grande”, “60 litros”, “nem todos os dias o balde fica completamente cheio” e “em uma semana é possível encher cerca de cinco baldes”, os participantes foram expostos a jogos de linguagem que, embora fizessem parte do cotidiano, naquele momento não configurava significado, visto que, matematicamente, foram termos, que para alguns, não permitiram a compreensão.

Nesse ponto, é importante considerar que a interação entre o Grupo 4 e as funcionárias foi o início da coleta de dados deste grupo, em que obtiveram informações relevantes e o conhecimento foi apresentado a partir das práticas da escola, evidenciando o uso da linguagem. O sentido se deu a partir da coleta de dados, em que, nas investigações práticas, puderam observar os novos jogos apresentados a eles, consolidando a perspectiva wittgensteiniana de que o sentido se configura no uso.

O Grupo 4, por não ter tido a oportunidade de realizar a coleta ao longo da semana, pediu às funcionárias da cozinha um balde do mesmo tamanho daquele utilizado para descartar o lixo orgânico. A intenção do grupo era utilizar esse balde para verificar as medidas e estimar quanto de alimento estava sendo desperdiçado. A Figura 16 apresenta momentos das coletas de dados.

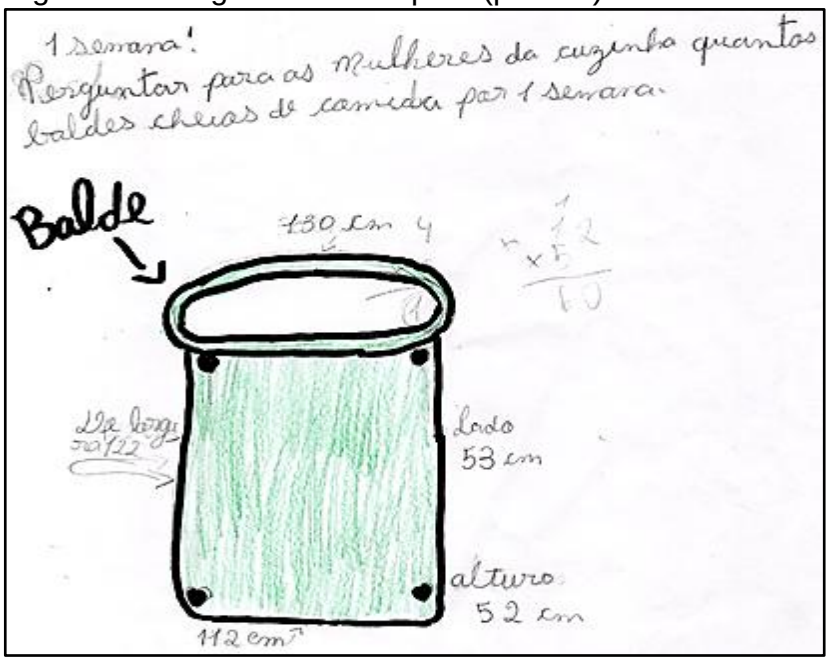
Figura 16 - Registros do Grupo 4 (parte 1) – Atividade 1

Fonte: a autora.

Ao utilizarem o balde real para observar medidas e estimar quantidades, os estudantes reforçam a relação entre prática e o sentido no uso, uma vez que o objeto físico se torna suporte para a compreensão dos novos jogos de linguagem apresentados a eles. A Figura 16 ilustra que a manipulação do balde durante a coleta de dados, permitiu ao grupo aproximar-se de uma leitura mais concreta do problema investigado.

A Figura 17 apresenta os resultados obtidos pelo Grupo 4 e a matematização envolvida.

Figura 17 - Registros do Grupo 4 (parte 2) – Atividade 1



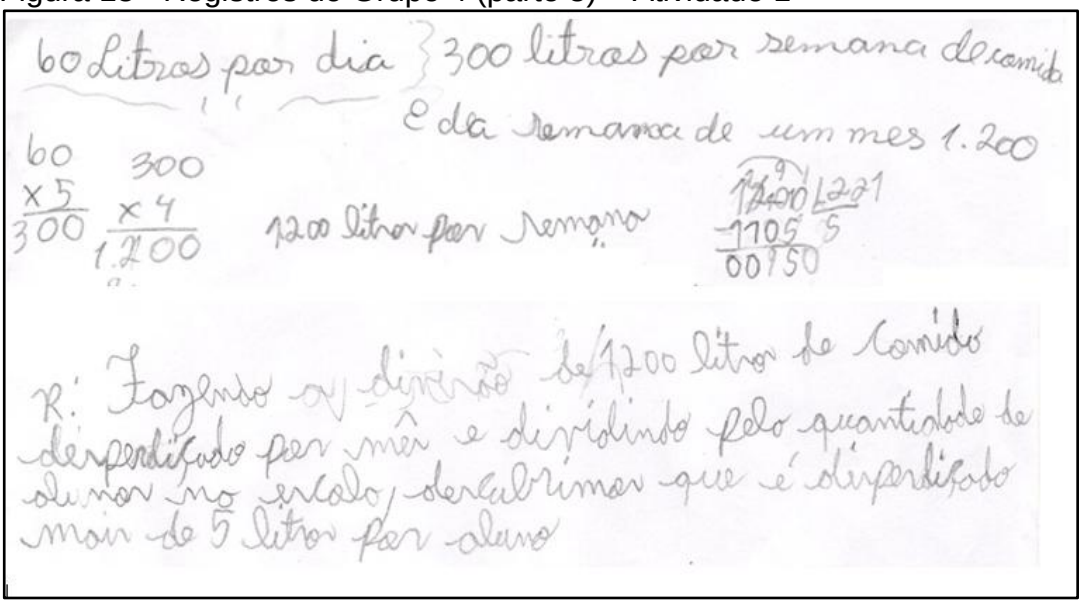
Fonte: a autora.

Em um primeiro momento, o Grupo 4 teve a ideia de utilizar um balde com as mesmas proporções daqueles usados para recolher a comida desperdiçada durante a semana. Planejaram realizar medições de largura, altura, comprimento e também do tamanho da circunferência da boca do balde (Figura 17). Contudo, perceberam que essas informações, naquele momento, não seriam relevantes para descobrir a quantidade de lixo gerado, especialmente porque não poderiam coletar e armazenar esse tipo de lixo devido a questões ambientais.

Esse reconhecimento levou o grupo a reformular o modelo, destacando um movimento essencial no processo de modelagem matemática: a capacidade de avaliar a adequação das informações e redefinir o procedimento investigativo.

Nesse processo, perceberam que a conversa que tiveram com as funcionárias da cozinha ofereceu novos dados e possibilidades de investigação, auxiliando-os a redefinir seus procedimentos de coleta (Figura 18).

Figura 18 - Registros do Grupo 4 (parte 3) – Atividade 1



Fonte: a autora.

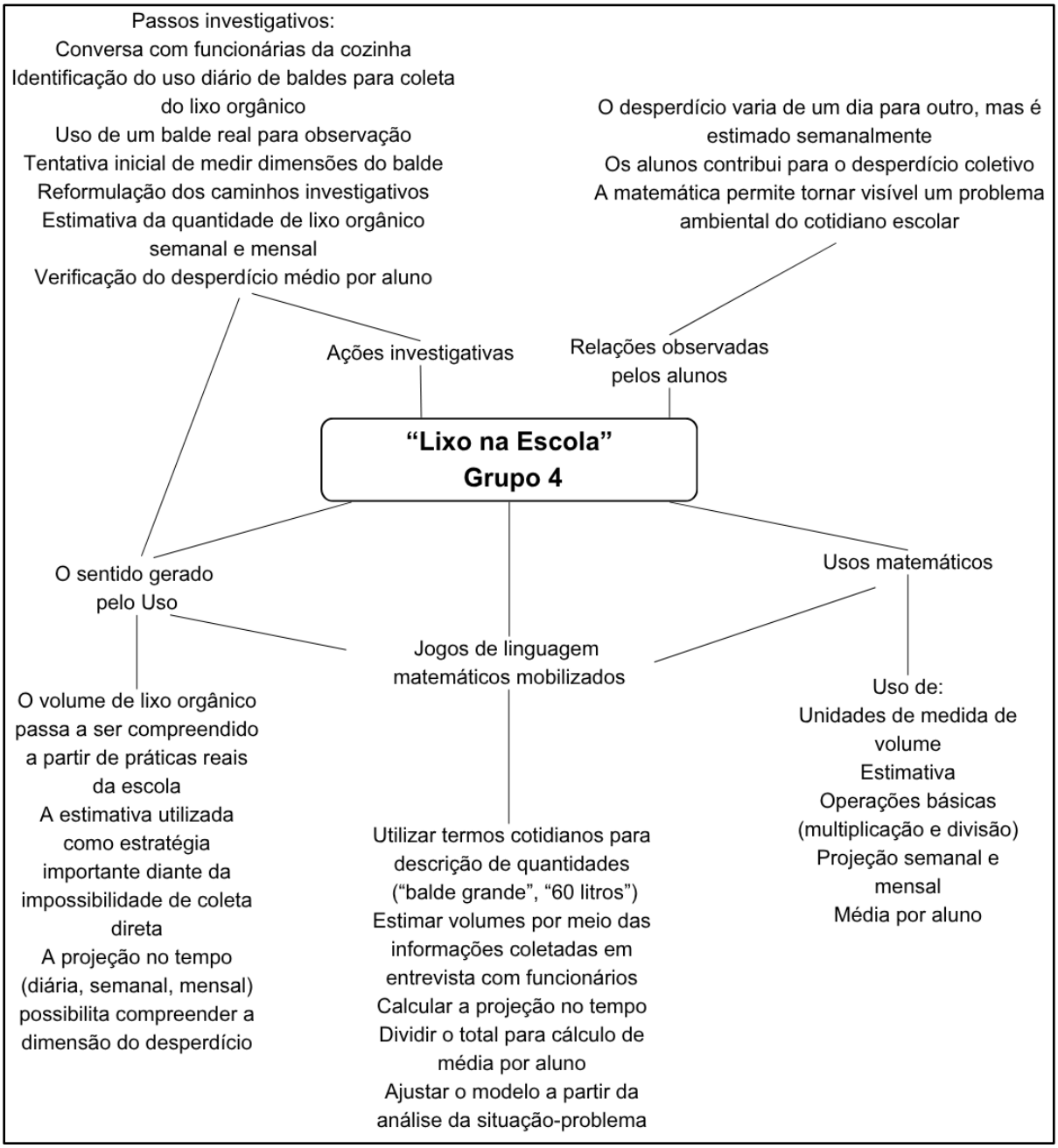
O Grupo 4 pontuou, a partir da conversa com as funcionárias, que são coletados na escola cerca de 60 litros de lixo orgânico por dia. Identificaram também que, ao longo de uma semana, com variações entre dias com mais ou menos resíduos, são recolhidos aproximadamente 5 baldes de lixo orgânico (Figura 18).

Com essas informações, o grupo realizou um cálculo estimativo: multiplicaram os 60 litros diários pelos 5 baldes, chegando ao total de 300 litros, concluindo que a escola gera em torno de 300 litros de comida desperdiçada por semana.

Em seguida, ampliaram essa estimativa para o período de um mês. Para isso, multiplicaram os 300 litros semanais por 4 semanas, obtendo o valor de 1.200 litros. Na resolução apresentada, observa-se um equívoco na escrita, em que registram “1.200 litros por semana”, embora o valor corresponda a 1.200 litros por mês. Apesar desse erro de anotação, o grupo também apresenta uma resposta por extenso, na qual confirma corretamente que o desperdício mensal estimado é de 1.200 litros de comida.

Os alunos também registram na Figura 18, que buscaram verificar quanto desse desperdício corresponde, em média, a cada estudante. Para compreender o impacto individual desse desperdício, utilizaram a informação de que, naquele momento, a escola contava com 221 alunos matriculados. A partir do total estimado de 1.200 litros de comida desperdiçada no mês, realizaram a divisão por 221, concluindo que, em média, cada aluno é responsável por mais de 5 litros de comida desperdiçada por mês. Esses procedimentos revelam não apenas domínio de operações matemáticas, como multiplicação, divisão e estimativa, mas também a configuração do sentido nos resultados, que passam a representar concretamente o fenômeno investigado.

Figura 19 - Sentido no uso pelo alunos do Grupo 4 na atividade de modelagem matemática “Lixo na Escola”



Fonte: a autora.

A Árvore de Associação de Ideias do Grupo 4 (Figura 19), apresenta o distinto percurso investigativo seguido por esse grupo em relação aos Grupos 1, 2 e 3. Em relação ao desenho analítico, o tronco da árvore também possui a atividade “Lixo na Escola” no centro, e organiza-se em cinco ramificações: ações investigativas, o sentido pelo uso, jogos de linguagem matemáticos mobilizados, usos matemáticos e relações observadas pelos alunos.

A árvore elaborada evidencia que o sentido emergiu por meio das investigações sobre a quantidade de lixo gerado na escola, neste caso, em relação aos resíduos orgânicos. Em todo o processo, foi possível observar diversos jogos de linguagem mobilizados pelos alunos ao interpretar, descrever e comunicar as informações obtidas.

As ações realizadas, contribuíram para a compreensão da situação-problema e a interpretação do fenômeno ambiental estudado. Em meio a dificuldades para coleta direta de dados, como sucedido com os grupos anteriores, o Grupo 4 utilizou estimativas como recurso para alinhar suas investigações.

O conhecimento matemático se viabiliza à medida que o Grupo 4 o utiliza para orientar decisões e reformular o modelo. O sentido emergiu ao transformar dados sociais (a fala das funcionárias) em grandezas matemáticas manipuláveis. Ao multiplicar, projetar semanalmente e mensalmente, e dividir pelo número de alunos da escola, os estudantes produziram interpretações que fazem sentido para eles porque estão ancoradas em um problema vivido, do contexto escolar. Assim, os 1.200 litros mensais e os “mais de 5 litros por aluno” não são números isolados, mas indicadores que expressam um problema ambiental concreto.

Atividade 2 – Derramamento De Petróleo No Mar

A atividade “Derramamento de Petróleo no Mar” tem o objetivo de trabalhar reflexões sobre o impacto ambiental do petróleo derramado no mar, questionando o que esse derramamento pode causar para a vida animal. No início da atividade, na página de acesso da Plataforma (Figura 20), os questionamentos iniciais tratam da origem do petróleo, convidando os modeladores — ou quem estiver acessando — a descobrir um pouco mais sobre os impactos do petróleo no mar.

Figura 20 - Recorte 2 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar”

Fonte: a autora.

Na sequência (Figura 21), os modeladores descobrem mais informações sobre esses impactos. Por fim, a atividade aborda a dificuldade de limpar o petróleo do mar, já que ele se espalha com a ajuda das ondas.

Figura 21 - Recorte 3 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar”

Petróleo

O petróleo é um óleo escuro que, ao ser lançado na água, forma uma grande barreira que impede a penetração da luz.

Por bloquear a luminosidade, o petróleo impede a realização da fotossíntese, afetando os seres vivos que vivem na água.

Toda a cadeia alimentar do ecossistema marinho é prejudicada. O ser humano também pode sofrer consequências ao ingerir organismos contaminados.

O petróleo intoxica animais marinhos, podendo afetar o sistema nervoso, causar asfixia e até a morte. Peixes e tartarugas são amplamente prejudicados.

Impacto marinho com petróleo

O vazamento de petróleo no mar causa muitos problemas para os animais e para as pessoas. As aves marinhas são muito afetadas: quando mergulham na água, suas penas ficam cobertas de óleo. Isso faz com que elas percam o isolamento térmico, ou seja, elas não conseguem manter a temperatura do corpo e podem acabar morrendo de frio. Além disso, elas não conseguem mais voar nem procurar alimento direito.

Peixes, tartarugas e outros animais marinhos também sofrem muito. O petróleo pode entrar em suas brânquias (como se fossem os "pulmões" dos peixes) e dificultar a respiração. As tartarugas podem confundir o óleo com alimento e engolir, o que faz muito mal para o seu corpo. Alguns animais ficam presos nas manchas de óleo e não conseguem escapar.

É muito difícil limpar o petróleo do mar, porque ele se espalha com a ajuda das ondas, das correntes e do vento.

Mesmo sendo muito usado para fazer gasolina, energia e objetos de plástico, o petróleo pode ser perigoso para o meio ambiente, especialmente quando não é cuidado do jeito certo.

Por isso, é muito importante proteger os oceanos e buscar formas de energia que não causem tanto dano à natureza!

Fonte: a autora.

Nesse momento inicial de inteiração com o tema, os alunos são convidados a refletir sobre ele a partir das informações fornecidas. Os grupos, após acessar o material disponível na plataforma, dialogam com a professora e com os demais participantes sobre o tema.

> **Professora:** Vocês conseguiram compreender pelas informações como o petróleo na água é prejudicial?
> **P15:** Sim, os animais podem sofrer muito e a gente também.
> **P 12:** Sem a luz do sol os animais não realizam a fotossíntese.
> **Professora:** Exatamente.
> **P1:** E quanto mais petróleo na água, mas poluída ela fica.
> **P7:** E mais animais marinhos podem morrer.
> (Transcrição áudio – Atividade Derramamento de Petróleo no Mar, 2026).

Observando esse momento de interação entre a professora e os alunos, algumas das respostas evidenciam o sentido que emerge do uso, visto que as

informações apresentadas ajudaram os alunos a responder aos questionamentos de forma efetiva. As falas de P15 “os animais podem sofrer” e de P12 “sem a luz do sol os animais não realizam a fotossíntese”, evidenciam jogos de linguagem ligados ao cuidado com a vida animal e também ao conhecimento científico.

Além disso, os alunos apresentam em suas respostas um sentido de causa e efeito, apresentando que a presença do petróleo na água tem consequências. As consequências ambientais abordadas pelos participantes demonstram que estão pensando criticamente sobre o assunto.

Do ponto de vista da modelagem matemática, o levantamento de suposições corrobora para a formulação de hipóteses. Pensando que os participantes são crianças de 9 a 11 anos, a construção de hipóteses parte por meio das relações estabelecidas.

O participante P1, ao dizer “quanto mais petróleo na água, mas poluída ela fica”, e o participante P7, ao dizer “e mais animais marinhos podem morrer”, apresentam pressupostos que, mesmo não sendo quantitativos, funcionam como uma relação de variações e relação de causa e impacto. São hipóteses iniciais partindo da compreensão do tema ambiental. Nesse aspecto, o sentido emerge dos usos da linguagem e das interpretações dos alunos sobre o tema.

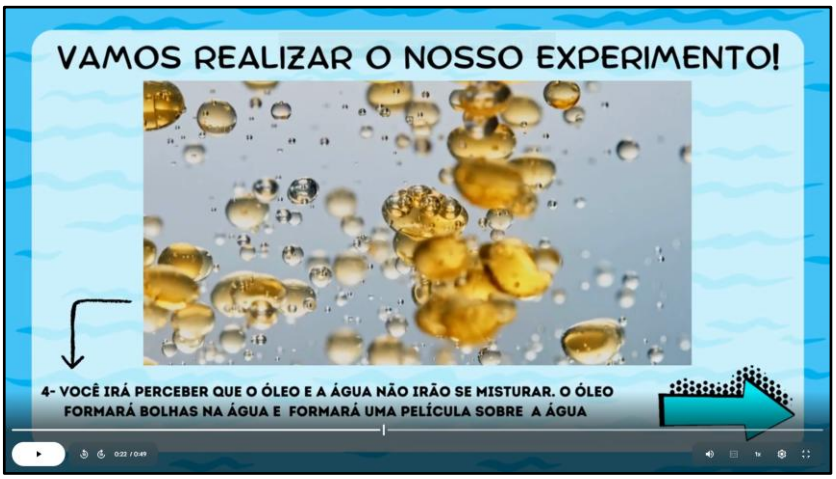
Na sequência (Figura 22), os participantes são convidados a realizar um experimento simples de poluição do mar, para compreender como o petróleo, que é um óleo, se comporta na água.

Figura 22 - Recorte 4 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar”

Fonte: a autora.

A plataforma apresenta os materiais necessários, que também foram disponibilizados pela professora, além de um vídeo de apoio mostrando como o experimento deve ser realizado (Figura 23).

Figura 23 - Recorte 5 da Plataforma - Atividade “Derramamento de Petróleo no Mar”



Fonte: a autora.

O vídeo tem a função de auxiliar os alunos no passo a passo da simulação, indicando como utilizar os materiais e em qual ordem. A partir dessa simulação, algumas considerações puderam ser observadas.

> **P14:** Professora, como que eu vou medir 1.800?
> **Professora:** Vocês podem somar observando a capacidade do copo medidor. Por exemplo, quanto é 500 mais 500?
> **P14:** 1.000.
> **Professora:** Mais 500?
> **P7:** 1.500.
> **Professora:** Falta quanto para chegar a 1.800?
> **P7:** Mais 300.
> **Professora:** Exatamente, vocês podem compor 1800ml de água de várias formas.
> **P17:** Então podemos ir colocando de 300 em 300 até dar o total, certo professora?
> **Professora:** Sim, nesse caso é possível porque 1800 é múltiplo de 300, assim como 18 é múltiplo de 3.
> **P14:** Ah, agora eu entendi. Eu tinha ficado na dúvida porque não tem o 1800 nas medidas. Mas juntando fica fácil.
> (Transcrição áudio – Atividade Derramamento de Petróleo no Mar, 2026).

O diálogo apresentado revela o sentido que emerge em relação a medidas de capacidade e evidencia diferentes jogos de linguagem.

O participante P14 manifestou uma dúvida ao perguntar “professora, como que eu vou medir 1.800?”. Essa pergunta demonstra que, naquele momento de

acesso às informações da simulação do petróleo na água, o participante não havia conferido sentido ao número 1800 no contexto da medição, isso porque não era visível no instrumento de medida, o copo medidor.

Essa dificuldade de compreensão é observada de forma frequente nos Anos Iniciais, pois, nessa fase, ainda estão construindo compreensões matemáticas e podem, em muitos momentos, confundir a quantidade real com marcações em um instrumento de medida. A compreensão de como medir 1800ml emergiu a partir do momento em que a este participante foi proporcionado exemplos de que não é necessário ter o número 1800, mas que esse número pode ser composto.

O papel da professora como mediadora, neste momento, é fundamental, principalmente no uso estratégicos de exemplos e questionamentos para provocar o raciocínio dos participantes, que conseguiram usar seus conhecimentos anteriores de composição e decomposição para compreender e explicar ao colega participante opções para compor o número 1800. A professora explica, mas não dá a resposta imediata, permitindo que os participantes compusessem o número em questão.

O diálogo também permite analisar que o conhecimento das unidades de medida de capacidade não é natural, mas se constitui no uso, conforme a perspectiva de Moreno (2012). Além disso, expõe que os participantes operaram jogos de linguagem próprios da matemática, reconhecendo a composição de medidas, soma acumulativa e relação entre números múltiplos. O P17, ao falar “colocando de 300 em 300 até dar o total”, apresenta uma regra para se chegar aos 1800ml. Neste ponto a explicação da professora se entrelaça com a resposta do participante ao mostrar que diferentes regras podem ser estabelecidas para jogar o jogo de composição da medida de 1800ml.

A fala final de P14 “Ah, agora eu entendi. [...] juntando fica fácil”, aponta que o sentido foi conferido a partir do momento em que o participante compreendeu as regras do jogo que seria a composição de medidas. A compreensão emergiu por meio da inteiração com os colegas, e com a professora, da própria atividade e da forma de usar o copo medidor.

Os quatro grupos (Quadro 8), cada um com seus próprios materiais, realizaram o experimento seguindo o passo a passo das instruções. Nos momentos de dúvida, pediram auxílio, mas conseguiram realizar o experimento de forma

autônoma. Foi possível observar que, de forma geral, não encontraram dificuldades para realizar as medições das medidas de capacidade tanto da água quanto do óleo. Utilizaram como instrumento de medida um copo medidor, trabalhando com líquidos em mililitros (ml), e, de maneira geral, todos os grupos compreenderam bem como utilizar esse instrumento.

A facilidade demonstrada pelos participantes na leitura e no uso desse instrumento evidencia que compreenderam a unidade de medida de capacidade e a relacionaram a quantidades reais manipuladas durante a atividade. Esse movimento representa uma etapa fundamental da modelagem matemática, na qual medir torna-se uma ação que produz dados necessários para a construção e interpretação de um modelo experimental.

Quadro 8 - Realização da Simulação de Poluição do Mar

GRUPO 1	GRUPO 2
GRUPO 3	**GRUPO 4**

Fonte: a autora.

Ao realizar a simulação do Petróleo no Mar por meio do experimento (Quadro 8), os alunos conseguiram fazer observações importantes em relação ao

comportamento do óleo na água. As fotos evidenciam empiricamente o trabalho colaborativo, as interações e as condições reais de coleta de dados e investigação, pontos importantes dentro do fazer modelagem.

Esta etapa da simulação foi o momento inicial para a coleta dos dados, mas também para promover discussões sobre o tema. Os alunos conversaram entre si e também com a professora sobre a separação da água e do óleo, levantando dúvidas ao observarem o experimento. Durante esse momento, ocorreu a seguinte conversa:

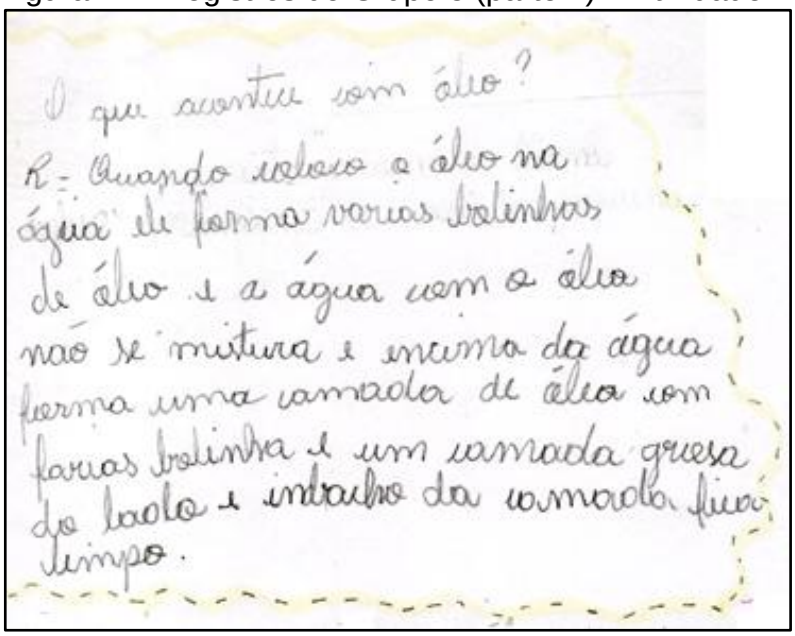
> **P10:** “Formou muitas bolhas, e quando tentamos misturar, criou uma barreira em cima da água. Isso é normal, professora?”
> **Professora:** “Sim, isso acontece porque a água e o óleo possuem densidades diferentes.”
> **P5:** “Então, como podemos fazer a limpeza da água?”
> **Professora:** “Esse é um ótimo questionamento. É possível tirar o óleo da água? Vamos pensar no petróleo… e se nós tentássemos utilizar alguns materiais?”
> (Transcrição áudio – Atividade Derramamento de Petróleo no Mar, 2026).

A professora disponibilizou para os participantes materiais de fácil acesso, como algodão, papel-toalha, esponja de cozinha e panos. Os alunos puderam escolher entre eles ou até utilizar todos para verificar com qual material conseguiriam limpar melhor a água.

Esse momento de experimentação é muito importante, porque, ao tentar, na prática, realizar a limpeza retirando o óleo da água, os participantes conseguem observar que, mesmo sem esses dois elementos se misturarem, quando colocam algum material na superfície para retirar o óleo, ainda assim parte da água também é recolhida.

Durante a prática, os alunos foram anotando as informações conforme utilizavam os materiais disponibilizados e puderam fazer comparações entre eles. As Figuras 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30, apresentam os registros dos alunos em meio à etapa de matematização e resolução da atividade.

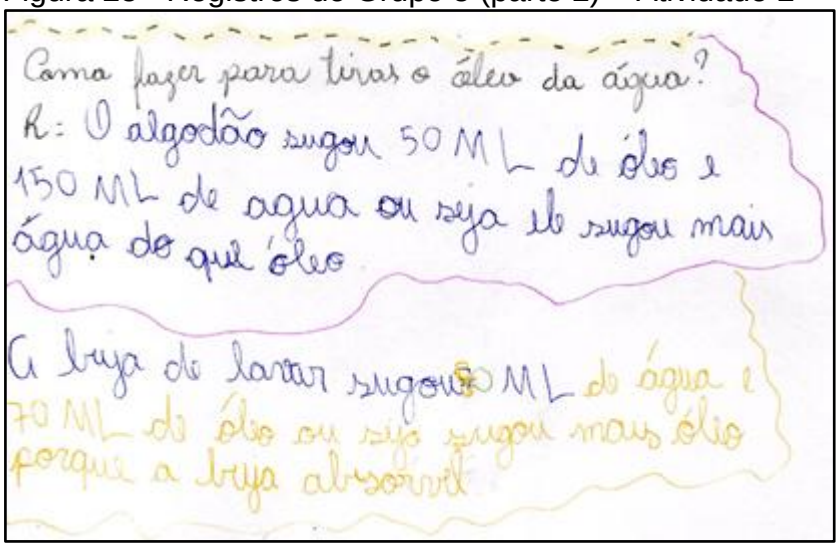
Figura 24 - Registros do Grupo 5 (parte 1) – Atividade 2


O que acontece com óleo?
R: Quando colocou o óleo na água ele forma varias bolinhas de óleo e a água com o óleo não se mistura e encima da água forma uma camada de óleo com varias bolinha e um camada grossa do lado e embaixo da camada fica limpo.

Fonte: a autora.

Na Figura 24, são apresentadas as observações do Grupo 5 em relação ao contato do óleo com a água. Eles registraram que os dois elementos não se misturam, destacando que o óleo forma uma camada sobre a superfície da água. Também apontam que, em alguns pontos, o óleo se fragmentou em pequenas bolhas.

Figura 25 - Registros do Grupo 5 (parte 2) – Atividade 2


Como fazer para tirar o óleo da água?
R: O algodão sugou 50 ML de óleo e 150 ML de agua ou seja ele sugou mais água do que óleo

A bucha de lavar sugou 50 ML de água e 70 ML de óleo ou seja sugou mais óleo porque a bucha absorve

Fonte: a autora.

Na Figura 25, observa-se que o Grupo 5 não conseguiu apresentar uma estrutura matemática para os dados coletados no experimento de simulação do

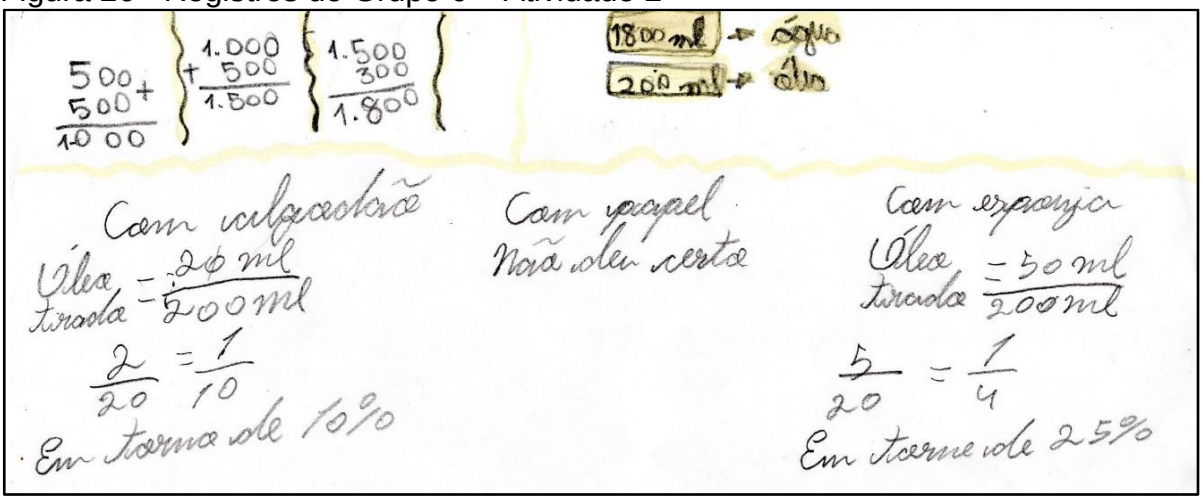
petróleo na água. Contudo, registraram que utilizaram diferentes materiais para verificar qual seria mais adequado para a limpeza da água.

Nas observações realizadas, identificaram que o algodão conseguiu absorver 50 ml de óleo, porém retirou também 150 ml de água, o que resultou em uma remoção maior de água do que de óleo. Apontam ainda que utilizaram a esponja, que absorveu 80 ml de água e 70 ml de óleo, concluindo que, para esse grupo, a esponja apresentou melhor desempenho, pois sua capacidade de absorção do óleo foi superior.

Em meio aos dados observados, é importante pontuar, enquanto análise, que a ausência de uma estrutura matemática formalizada não invalida o processo de modelagem, pois os registros apresentam que houve um processo investigativo, como coleta de dados, comparações entre diferentes materiais e seleção de alternativas. Com base nos estudos de Kaiser (1995) e Villa-Ochoa (2019), entende-se que a modelagem acontece por meio de um processo que envolve investigações, testes e interpretações. Neste ponto, observa-se que o Grupo 5 operou uma investigação: testou materiais, registrou quantidades absorvidas e interpretou os resultados.

Esse processo revela que, mesmo sem formalização matemática, houve matematização, e tomada de decisão baseada em evidências por meio do experimento. O sentido emergiu do uso que os alunos fizeram das medidas coletadas, à medida que interpretavam o experimento e buscavam compreender o fenômeno ambiental.

Figura 26 - Registros do Grupo 6 – Atividade 2



Fonte: a autora.

Na Figura 26, observa-se que o Grupo 6, em um primeiro momento, apresentou cálculos relacionados à decomposição da quantidade de água no copo medidor, de modo a somar os 1.800 ml de água indicados nos dados da simulação.

Em seguida, o grupo apresentou os dados obtidos ao realizar o experimento. Eles utilizaram algodão, papel e esponja para tentar remover o óleo da água e registraram os seguintes resultados:

Algodão: conseguiu retirar 20 ml dos 200 ml de óleo presentes no recipiente. O grupo simplificou essa relação, expressando-a como uma proporção de 20 ml para 200 ml, o que corresponde a aproximadamente 10% do total de óleo.

Papel: apontaram que esse material não foi eficaz, não apresentando resultados satisfatórios na absorção do óleo.

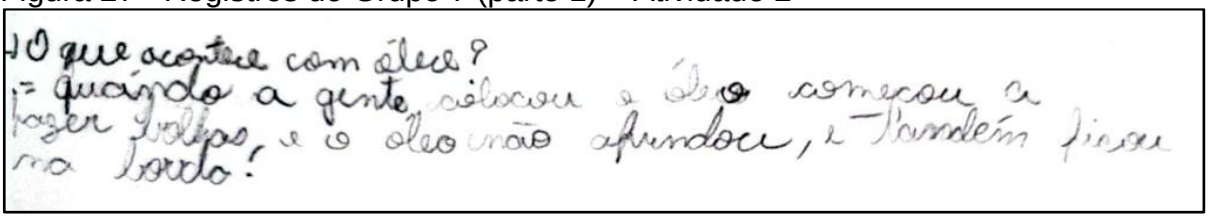
Esponja: absorveu 50 ml dos 200 ml de óleo disponíveis, equivalendo a 25% do total.

O grupo não apresentou uma formulação final sobre o experimento. No entanto, pelos dados registrados, é possível observar que, para o grupo, entre os materiais testados, a esponja apresentou maior eficácia na absorção do óleo.

O grupo anterior, Grupo 5, ao comparar os volumes de água e óleo absorvidos por diferentes materiais, realizou raciocínios proporcionais implícitos e utilizou os dados para justificar a escolha da esponja como o material de melhor desempenho. Já o Grupo 6 operou com composições de medida, proporções e porcentagens ao avaliar a eficiência dos materiais testados, concluindo que a esponja removeu 25% do óleo disponível.

Em ambos os casos, observa-se que a matemática ganha sentido porque emergiu do uso, em outras palavras, do próprio ato de investigar o fenômeno ambiental e decidir qual método de limpeza é mais eficaz.

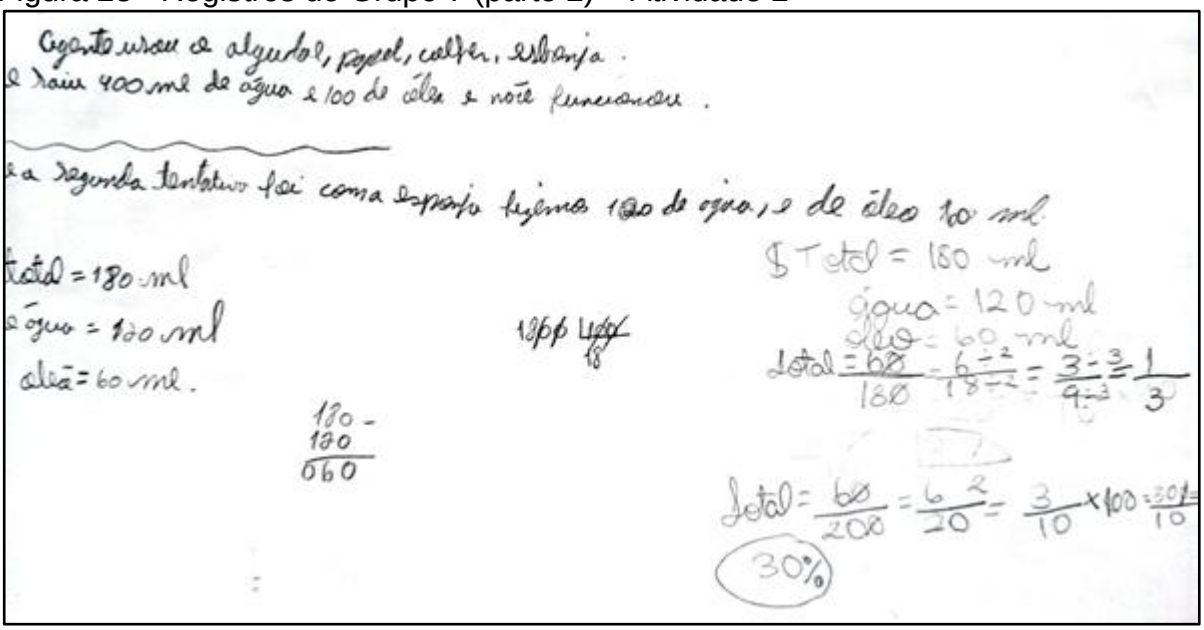
Figura 27 - Registros do Grupo 7 (parte 1) – Atividade 2



Fonte: a autora.

Na Figura 27, o Grupo 7 apresentou suas primeiras observações sobre o experimento, apontando que, ao entrar em contato com a água, o óleo formou bolhas e permaneceu na superfície, sem afundar.

Figura 28 - Registros do Grupo 7 (parte 2) – Atividade 2



Fonte: a autora.

Na Figura 28, o Grupo 7 apresenta que sua primeira tentativa de coleta de dados não funcionou, pois utilizaram vários materiais em conjunto e não obtiveram resultados claros. Diante disso, realizaram uma segunda tentativa utilizando apenas a esponja.

Nessa segunda tentativa, registraram que a esponja retirou um total de 180 ml, sendo 120 ml de água e 60 ml de óleo. A partir desses valores, representaram a proporção entre a quantidade de óleo e o total retirado, expressando a relação 60 para 180, que, ao ser simplificada, resulta em 1/3.

Em seguida, apresentaram uma segunda proporção, desta vez comparando o volume de óleo retirado na segunda tentativa (60 ml) com o volume total de óleo presente inicialmente no recipiente (200 ml). Essa relação 60 para 200 corresponde a 30%.

Apesar de o grupo não apresentar uma formulação final de conclusão, os dados registrados permitem compreender que esses 30% indicam que, ao retirar 60 ml de óleo entre os 180 ml totais absorvidos pela esponja, eles conseguiram remover 30% do óleo presente no recipiente. Isso evidencia que a esponja apresentou

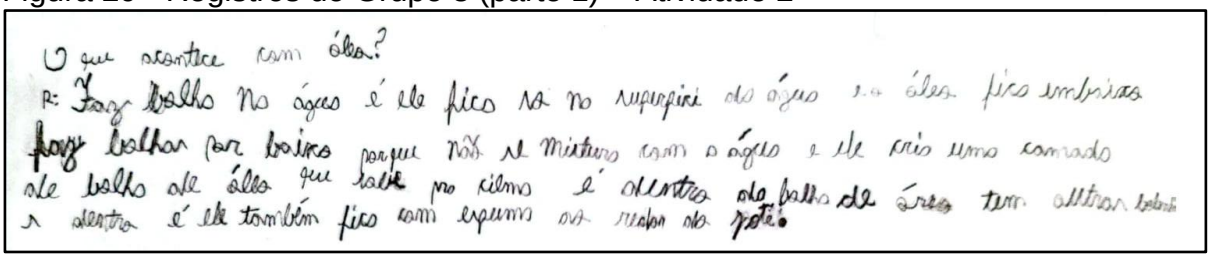
melhor desempenho na absorção do óleo quando comparada aos demais materiais utilizados anteriormente em conjunto.

O Grupo 7 apresentou um processo investigativo e de tomada de decisão ao reformular sua estratégia de coleta após identificar que a primeira tentativa não gerou dados claros. Na segunda tentativa, utilizando apenas a esponja, calcularam que, dentre os 180 ml retirados, 60 ml eram óleo, representando 1/3 do total absorvido. Além disso, compararam esse valor ao volume inicial de 200 ml de óleo, concluindo que removeram 30% do total disponível.

Esses cálculos apontam os conhecimentos e regras já estabelecidas pelo grupo, como fração, proporção e porcentagem, demonstrando que os estudantes utilizaram a matemática para interpretar o fenômeno e não apenas para registrar valores.

Assim, o sentido conferido aos números emergiu do uso e da necessidade de compreender a eficiência do material testado, o que reforça o potencial da modelagem matemática para produzir significado nos anos iniciais.

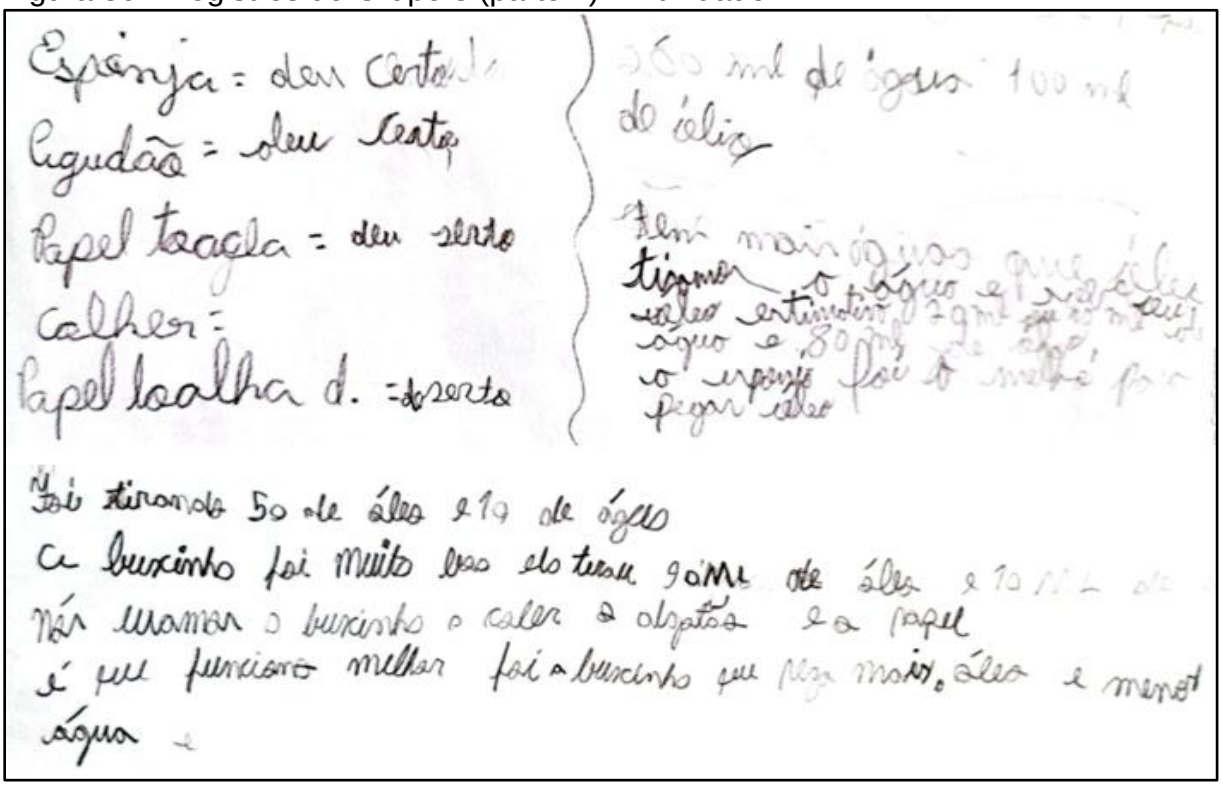
Figura 29 - Registros do Grupo 8 (parte 1) – Atividade 2


O que acontece com óleo?
R: Faz bolha no água e ele fica na superfície da água e o óleo fica embaixo
faz bolha por baixo porque não se mistura com a água e ele cria uma camada
de bolha de óleo que bate no vidro e dentro da bolha de água tem outras bolinhas
e dentro é ele também fica com espuma na volta do pote.

Fonte: a autora.

A Figura 29 apresenta as anotações do Grupo 8 sobre suas observações do comportamento do óleo ao entrar em contato com a água. Eles registraram que o óleo forma bolhas na superfície e não se mistura com a água. Notaram também que ocorre a formação de pequenas bolhas isoladas e que o óleo cria uma película, uma camada que se espalha pela superfície, cobrindo a área ao redor de todo o recipiente.

Figura 30 - Registros do Grupo 8 (parte 2) – Atividade 2



Fonte: a autora.

Na Figura 30, o Grupo 8 apresenta suas observações sobre o experimento por meio de anotações. Embora não tenham elaborado uma estrutura matemática formal, seus registros permitem identificar que utilizaram diferentes materiais e conseguiram visualizar qual deles foi mais eficaz na absorção do óleo.

Eles relatam que, em um primeiro momento, utilizaram esponja, algodão e papel-toalha, e que, de certa forma, todos funcionaram, pois houve absorção de óleo, ainda que em quantidade mínima, já que a absorção de água foi significativamente maior. Em um segundo momento, registram que foram retirados 50 ml de óleo e 10 ml de água, concluindo que a esponja foi o material mais eficaz, pois retirou maior volume de óleo em relação ao de água. Também mencionam que, em outra tentativa, observaram um total retirado de 90 ml, reforçando a efetividade da esponja.

Por fim, apontam que testaram a esponja, colher, algodão e papel, e concluíram que o material que apresentou melhor desempenho foi novamente a esponja, por permitir retirar mais óleo do que água.

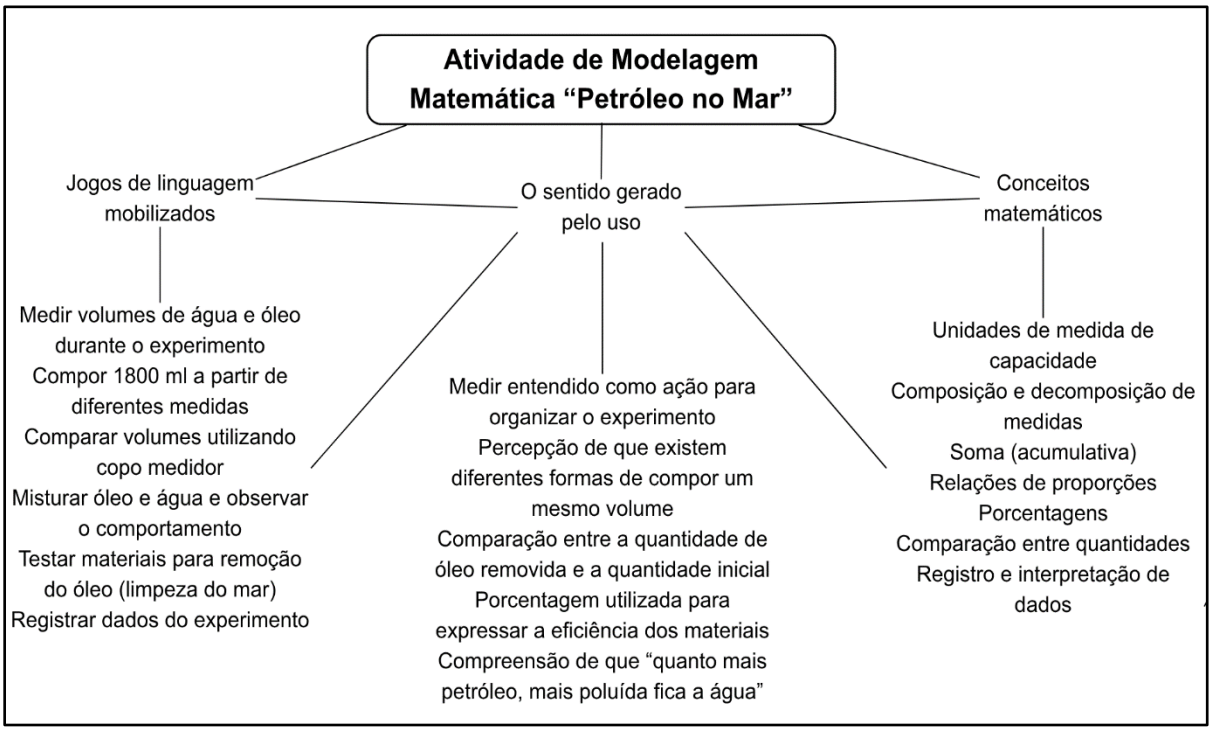
O Grupo 8 registrou suas observações por meio de descrições qualitativas e medições simples, demonstrando que, mesmo sem formalização

matemática elaborada, o processo investigativo característico da modelagem matemática esteve presente.

Ao comparar diferentes materiais e registrar valores como 50 ml de óleo e 10 ml de água retirados pela esponja, os alunos realizaram uma análise proporcional implícita que lhes permitiu concluir que a esponja foi o material mais eficaz. Esse movimento evidencia o sentido no uso, pois os estudantes interpretam as grandezas medidas a partir de sua utilidade prática. Mesmo sem registros numéricos estruturados, o Grupo 8 mobilizou a matemática em uso e compreendeu o sentido a partir da experiência.

De forma geral, os participantes puderam perceber que alguns materiais absorvem melhor o óleo do que outros, mas que, mesmo nas tentativas de limpeza, a água também era absorvida. Ao trocar de material, pode-se observar que algumas regras foram modificadas. Isso ocorreu porque, quando o participante percebeu que o material escolhido não teve o efeito esperado, ele precisou modificar as regras do jogo para tentar identificar outro material que fosse mais viável para a absorção do óleo e a limpeza da água.

Figura 31 - Sentido pelo Uso na Atividade de Modelagem Matemática “Petróleo no Mar”



Fonte: a autora.

A Árvore de Associações de Ideias da atividade de modelagem matemática “Petróleo no Mar” (Figura 31), evidencia que os alunos conferiram sentido à atividade desenvolvida a partir do uso da matemática na organização e interpretação de um experimento que simulou a poluição da água do mar pelo petróleo.

No desenho analítico dessa Árvore, identificou-se como raiz a própria atividade desenvolvida e, como ramificações, os jogos de linguagem mobilizados, o sentido no uso e os conceitos matemáticos utilizados. A investigação iniciou-se com a simulação do petróleo pela experimentação com a medição de volumes de água e óleo, mobilizando a compreensão de unidade de medida de capacidade e a composição dessas medidas.

Ao longo da atividade, medir tornou-se uma ação fundamental para a produção de dados e construção da análise. Os alunos utilizaram diferentes materiais para auxiliar na limpeza da água e avaliar as proporções eficientes na remoção do óleo. Esse percurso foi traduzido por meio dos resultados comparativos, que permitiram aos alunos reconhecer as limitações e também identificar o material mais adequado.

O sentido no uso manifestou-se durante todo o processo de experimentação e desenvolvimento da atividade, em que a matemática foi utilizada como ferramenta para interpretar as relações de causa e efeito entre o petróleo e a água. Assim, a atividade articulou a simulação de um fenômeno ambiental e jogos de linguagem, evidenciando o papel da matemática para representar situações reais.

ATIVIDADE 3 – DESPERDÍCIO DE ÁGUA

A terceira atividade da plataforma Modelando o Planeta apresenta o tema desperdício de água. Essa atividade teve como objetivo levar os alunos a investigarem o consumo e o desperdício de água percebidos na rotina escolar, articulando educação ambiental e práticas de sustentabilidade. Os participantes foram convidados a acessar novamente a plataforma e observar as informações apresentadas (Figura 32).

Figura 32 - Recorte 6 da Plataforma - Atividade “Desperdício de Água”

Fonte: a autora.

Eles assistiram ao vídeo inicial do tema, que aborda a conscientização sobre o uso da água, e visualizaram alguns exemplos do cotidiano em que ocorre o desperdício, seja na escola ou em suas próprias casas. Em seguida, foram convidados a refletir sobre como acontece o uso da água no ambiente escolar.

Nesse momento inicial de inteiração com o tema e para iniciar as investigações sobre o desperdício de água, os participantes conversaram com a professora sobre como são as suas práticas em relação ao desperdício de água, questionamento já iniciado na plataforma. A professora oportunizou um espaço de diálogo para que todos os grupos pudessem participar.

> **Professora:** Vocês bebem toda a água da garrafinha de vocês?
> **P9:** Sim, eu bebo muito água.
> **P17:** Não.
> **P3:** Não.
> **P1:** Às vezes sim, às vezes não.
> **Professora:** Bom, quando a água fica quente, vocês ainda bebem a água ou jogam fora?
> **P9:** Ah, eu bebo.
> **P17:** Eu bebo um pouquinho e jogo fora.
> **P8:** Eu completo.
> **P3:** Eu bebo.
> **Professora:** Então vocês nunca jogam água fora?
> **P8:** Eu sempre completo.
> **P9:** Ah, eu jogo quando a gente vai embora**.**
> **P3:** Eu jogo fora e se tiver só um pouquinho eu bebo.
> **P1:** Eu jogo fora para pegar água nova.
> [...]
> **Professora:** Quantas vezes vocês enchem a garrafinha de vocês por dia?

> **P9:** Uma.
> **Professora:** Uma?
> **P9:** Uma, porque é grande.
> **P8:** Quatro vezes.
> **P17:** Três, quatro ou cinco.
> **P1:** Ou nunca encho ou uma vez.
> **Professora:** Então aqui tem pessoas que jogam fora também. Isso acontece muitas vezes? Isso acontece só uma vez ou outra ou isso acontece meio que todo dia?
> **P17:** Ah, todo dia.
> **P9:** Algumas vezes.
> **Professora:** É normal acontecer isso, então. Certo?
> **P3:** Algumas vezes.
> **Professora:** Vocês acham que isso é um desperdício ou não?
> **P17:** Sim. Sim.
> **Professora:** Vamos lá, então, isso é um desperdício, certo? O que vocês acham que a gente pode fazer com essa água que é desperdiçada?
> **P9:** Jogar nas plantas, nas árvores.
> **P17:** Reutilizar.
> **Professora:** Vocês acham que isso acontece com a turma de vocês ou com outras turmas também?
> **P9:** Com a escola inteira.
> (Transcrição áudio – Atividade Desperdício de Água, 2026).

A partir do diálogo apresentado, é possível observar que a modelagem matemática, assim como o pensamento crítico, começa a emergir a partir das experiências vividas pelos alunos que relatam comportamentos próprios e percebem que suas ações estão relacionadas com o desperdício de água no ambiente escolar. Analisa-se que os participantes reconheceram a existência de um problema em relação ao desperdício, não apenas em sua turma, mas um problema coletivo da escola, e também citam possibilidades de solução para reutilizarem a água.

O diálogo evidencia que os participantes do Grupo 10 constroem sentido em relação ao desperdício de água a partir dos usos. Considerando o questionamento sobre beber a água da garrafinha, as falas do P1 “às vezes sim, às vezes não” e “eu jogo fora para pegar água nova”, e do P8 “eu completo”, se apresentaram como jogos de linguagem referentes à forma como compreendem o uso da água na rotina escolar. Essa instauração dos jogos de linguagem confirma a epistemologia do uso, visto que o sentido não emerge previamente, mas a partir das interações sobre o tema.

O papel da professora como mediadora se mostra congruente com a modelagem matemática, com questionamentos que possibilitaram reflexões sobre

hábitos e frequência em relação ao desperdício de água, sem oferecer respostas prontas.

Em conversa com o Grupo 12, tem-se:

> **Professora:** Vocês bebem toda a água de suas garrafinhas?
> **P15:** Não.
> **P5:** De vez em quando sim ou não.
> **P7:** Às vezes sim, às vezes não. [...]
> **Professora:** Quantas vezes por dia vocês enchem a garrafinha de vocês?
> **P15:** Uma.
> **P13:** Duas.
> **P7:** Umas dez.
> **Professora:** Umas dez vezes. Você bebe tudo, bebe bastante água. Você enche a garrafinha toda ou não? Você enche até a metade?
> **P7:** Eu encho às vezes até a metade ou cheia. [...]
> **Professora:** Nesse grupo aqui, então, tem pessoas que jogam água fora, certo? O que a gente pode fazer para usar melhor essa água que vocês jogam fora?
> **P18:** Reutilizar.
> **P15:** Reutilizar para regar plantas.
> **P7:** Regar plantas.
> **P15**: Lavar calçadas.
> (Transcrição áudio – Atividade Desperdício de Água, 2026).

No Grupo 12, assim como no Grupo 10, evidenciam-se os usos da linguagem pela descrição das práticas realizadas pelos participantes, que conferem sentido a “beber água”, “encher”, “jogar fora” e “reutilizar” como jogos conhecidos e utilizados por eles, em que as regras foram estabelecidas pelas experiências vivenciadas. Assim, como indicado por Wittgenstein (2013) e compatibilizado por Moreno (2012), os usos da linguagem são estabelecidos pela forma como os indivíduos compreendem o mundo e conferem sentido a ele. No caso da atividade “Desperdício de Água”, as experiências cotidianas dos participantes refletem suas respostas e, consequentemente, jogos de linguagem que compreendem o tema abordado.

Em uma atividade de modelagem matemática, a fase da inteiração apontada por Almeida, Silva e Vertuan (2016) é um importante momento para que os modeladores criem conexões com o tema e construam percepções para conectar um problema do cotidiano a uma solução matemática. Neste ponto, tem-se que esse momento inicial de conversa trouxe aos participantes aspectos para se investigar um problema ligado ao desperdício de água, caracterizando uma abordagem autêntica de

modelagem, visto que o problema está relacionado diretamente com o contexto escolar dos participantes, e não a um problema imposto.

O Grupo 9 também se manifestou em relação ao desperdício de água:

> **Professora**: Pessoal, vocês bebem toda a água da garrafinha de vocês?
> **P14:** Sim, às vezes sim, às vezes não.
> **P10:** Algumas vezes eu só tomo até a metade.
> **P2:** Algumas vezes eu só tomo até a metade e algumas vezes eu tomo a garrafa inteira.
> **Professora:** Quando a água fica quente, vocês ainda bebem ela ou vocês jogam fora?
> **P14:** Às vezes eu jogo ela fora ou às vezes eu bebo também.
> **P16:** Jogo fora. [...]
> **Professora:** Quantas vezes por dia vocês enchem a garrafinha, mais ou menos?
> **P2:** Uma ou duas vezes.
> **P10:** Eu uma.
> **P16:** cinco vezes por dia.
> **Professora:** E você P14?
> **P14:** Eu encho umas duas vezes.
> **Professora:** Então a gente sabe que aqui tem pessoas que jogam fora, né? Isso acontece muitas vezes? [...]
> **P14:** Praticamente todos os dias.
> [...]
> **Professora:** E vocês acham que outras turmas também fazem isso ou só vocês? De jogar água fora?
> **P14:** É, outras turmas também, porque isso é bem normal para o ser humano.
> **Professora:** Então vocês já viram elas fazerem isso. Ok. Que dica vocês dariam para outras pessoas, para elas tentassem desperdiçar menos água?
> **P10:** Ao invés delas jogarem fora as águas, podem dar para as plantas ou colocar no freezer.
> **P14:** Eu falaria para escovar os dentes com a torneira fechada, não deixar a torneira pingando, tomar banhos curtos, usar a máquina de lavar só quando estiver cheia e lavar a calçada com água usada.
> (Transcrição áudio – Atividade Desperdício de Água, 2026).

Os participantes do Grupo 9 demonstraram que reconhecem o significado de “desperdiçar água” por meio de suas vivências. Ao dizerem “às vezes sim, às vezes não”, “algumas vezes eu só tomo até a metade” e “jogo fora”, evidenciam suas práticas em relação à água que colocam na garrafinha, operando jogos de linguagem do dia a dia.

Por meio das implicações de Moreno (2012), é possível analisar que os participantes utilizam a linguagem como prática social e opinam sobre soluções para o desperdício de água, indicando como os seres humanos podem mudar suas ações e agir em relação ao desperdício.

Em relação às ações para o desperdício de água, o participante P10 discute que “ao invés delas jogarem fora as águas, podem dar para as plantas ou colocar no freezer”, e o participante complementa ao declarar: “eu falaria para escovar os dentes com a torneira fechada, não deixar a torneira pingando, tomar banhos curtos, usar a máquina de lavar só quando estiver cheia e lavar a calçada com água usada”, constatando a presença da consciência ambiental, uma atividade humana que corrobora para o pensamento crítico e para investigações por meio da modelagem.

> **Professora:** Vocês bebem toda a água da garrafinha de vocês?
> **P11:** Não, depende.
> **P12:** Não, eu bebo. Eu encho de novo e depois se eu não aguento eu jogo fora.
> **Professora:** Quando a água fica quente você ainda bebem ela ou vocês jogam fora?
> **P11:** Jogo fora.
> **P12:** Eu bebo um pouquinho e encho com água gelada.
> **P18:** Eu jogo fora.
> **Professora:** Quantas vezes vocês enchem a garrafinha por dia?
> **P11:** Nossa, acho que umas cinco. Umas cinco vezes, a garrafinha inteira.
> **P12:** Ou três, umas três.
> **P18:** Umas três também.
> **Professora**: Então, no grupo de vocês tem um pouco de desperdício. Isso acontece só uma vez ou outra? Ou vocês acham que acontece sempre?
> **P11:** Sempre.
> **Professora:** Vocês acham que isso é um desperdício? Sim ou não?
> **Todos:** Sim.
> **Professora:** E o que a gente poderia fazer para que esse desperdício não acontecesse? O que poderia ser feito com essa água?
> **P11:** Beber essa água.
> **Professora:** Beber essa água, e o que mais?
> **P11:** Não jogar ela fora e misturar.
> **Professora:** Certo, não jogar ela fora e misturar. O que mais?
> **P11:** Jogar nas gramas e nas plantas.
> (Transcrição áudio – Atividade Desperdício de Água, 2026).

Observou-se que os participantes do Grupo 11 possuem uma prática maior de jogar a água da garrafinha fora, mas possuem a consciência de que isso representa um desperdício e o conhecimento de que, por exemplo, a água que está quente pode ser simplesmente misturada ou usada para regar plantas. Essa consciência evidencia que o sentido está no uso e na compreensão do que é o desperdício de água.

Os jogos de linguagem instaurados são apontados nas falas dos participantes “eu encho de novo e depois se eu não aguento eu jogo fora”, “eu bebo

um pouquinho e encho com água gelada”, que se expressam sobre o uso da água no dia a dia da escola, corroborando com as interpretações de Wittgenstein sobre linguagem, em que a linguagem emerge do uso.

Durante os diálogos, os participantes reconheceram que, de alguma forma, acabam desperdiçando um pouco de água, especialmente no uso do bebedouro. A partir dessa reflexão inicial, discutiu-se coletivamente uma maneira de verificar a quantidade de água desperdiçada ao longo do tempo.

Os alunos, juntamente com a professora, concluíram que guardar a água que seria descartada seria uma boa forma de mensurar esse desperdício. Contudo, realizar essa coleta individualmente ou por grupos seria difícil de organizar. Assim, optou-se por realizar a coleta considerando toda a turma, visto que isso havia funcionado muito bem em uma atividade de modelagem matemática anterior, desenvolvida por eles.

Foram então separadas algumas garrafas PET para armazenar a água desperdiçada pelos alunos (Quadro 9). Esse processo ocorreu ao longo de uma semana.

Quadro 9 - Coleta de dados – Atividade “Desperdício de Água”

COLETA DA ÁGUA DAS GARRAFINHAS DURANTE UMA SEMANA
ORGANIZAÇÃO DA ÁGUA COLETADA

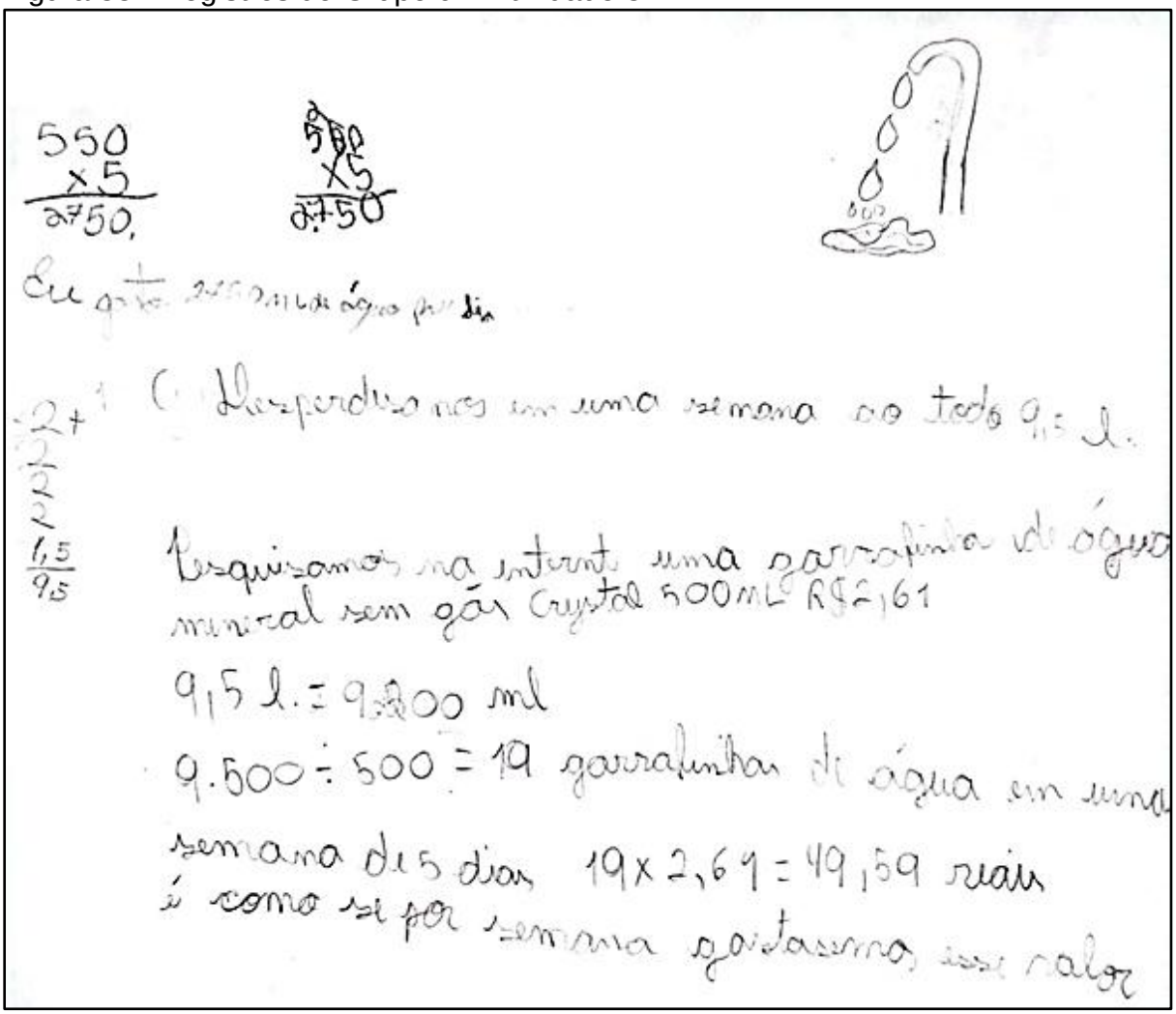
ÁGUA COLETADA

Fonte: a autora.

Toda a água armazenada nas garrafas corresponde exclusivamente àquela que os alunos não beberam e que seria descartada no bebedouro. Ao final do período de uma semana, as garrafas cheias foram reunidas para que os alunos pudessem verificar e analisar a quantidade total de água desperdiçada pela turma. Os alunos reuniram os dados coletados e iniciaram a fase de organização e matematização.

As Figuras 33, 34, 35 e 36 apresentam a matematização realizada pelos participantes dos Grupos 9, 10, 11 e 12 e os resultados obtidos a partir da coleta de dados.

Figura 33 - Registros do Grupo 9 – Atividade 3



Fonte: a autora.

Na Figura 33, são apresentados os resultados do Grupo 9 em relação à atividade sobre o desperdício de água. Ao investigar a quantidade de água desperdiçada quando ocorre a troca da água da garrafinha, o grupo inicialmente considerou uma garrafinha de 550 ml, que se assemelha a uma das que eles possuem, usada 5 vezes ao dia durante o período de aula. Com isso, constataram que cada integrante utiliza aproximadamente 2.750 ml de água por dia.

Em seguida, analisaram os dados coletados ao longo da semana em conjunto com os demais grupos, observando que a sala desperdiça um total de 9,5 litros (equivalentes a 9.500 ml) durante cinco dias de aula. Para interpretar esse valor, dividiram o total de água desperdiçada (9.500 ml) por 500 ml, que corresponde ao volume de uma garrafinha comum de água mineral, chegando a um total de desperdício equivalente a 19 garrafinhas.

Após essa constatação, realizaram uma pesquisa na internet para verificar o preço de uma garrafinha de água mineral sem gás da marca Cristal, de 500 ml, chegando ao valor aproximado de R$ 2,61. Intuitivamente, dividiram o total de ml desperdiçado pela turma (9.500 ml) pelo volume da garrafinha (500 ml), obtendo o resultado de 19 garrafinhas de água desperdiçadas em uma semana.

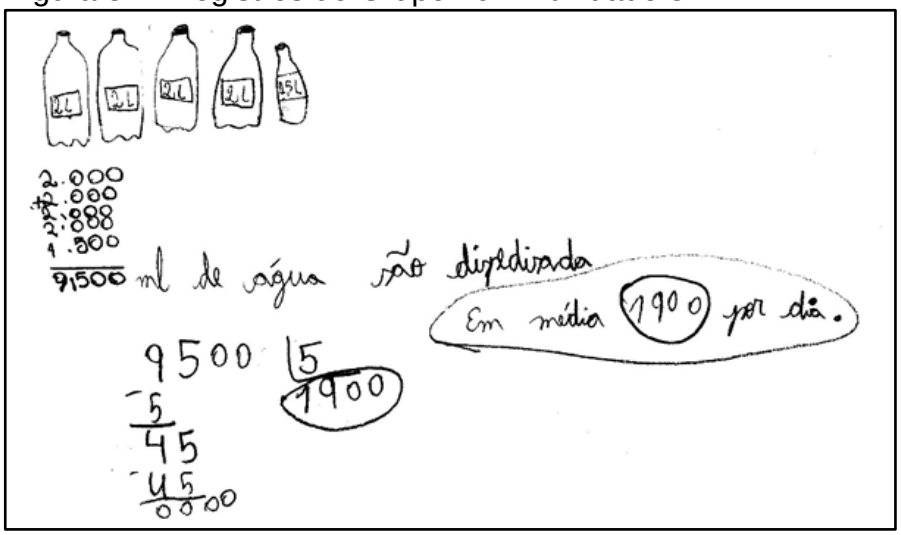
Esses dados evidenciam que o grupo realizou uma comparação entre o volume de água descartado e a quantidade equivalente de garrafas de 500 ml, concluindo que o desperdício semanal corresponde a cerca de 19 garrafinhas de água para um período de 5 dias letivos.

Além disso, o Grupo 9 considerou relevante calcular o valor financeiro correspondente a esse desperdício. Assim, multiplicaram o total de 19 garrafinhas pelo preço médio de R$ 2,61, chegando a R$ 49,59. Dessa forma, concluíram que, interpretativamente, é como se a sala estivesse desperdiçando R$ 49,59 por semana em água não consumida.

Esse processo revelou uma compreensão de proporcionalidade, conversão de unidades, comparação e cálculo financeiro, além de evidenciar a manifestação do sentido, na medida em que os estudantes traduzem o desperdício em uma situação concreta e em impacto econômico.

A ideia de converter litros para uma quantidade de embalagens materializa o dado e exige a compreensão de unidades de medida e proporcionalidade. Essa etapa demonstra uma extensão do modelo, incluindo uma análise econômica que combina matemática escolar, tomada de decisão e leitura crítica de dados. O uso espontâneo de preço unitário e multiplicação para representar o impacto do desperdício demonstra a capacidade dos participantes de usar a matemática como ferramenta para interpretar fenômenos reais e ambientais.

Figura 34 - Registros do Grupo 10 – Atividade 3



Fonte: a autora.

O Grupo 10, conforme apresentado na Figura 34, registrou a coleta de dados realizada em conjunto com a turma e o total de água acumulada, correspondente ao desperdício que ocorre quando os participantes trocam a água de suas garrafinhas. Esse total chegou a 9.500 ml de água desperdiçada durante uma semana.

A partir desse valor, o grupo realizou uma divisão para calcular a média diária de desperdício durante os dias de aula, obtendo 1.900 ml por dia. Embora não tenham aprofundado a análise ou realizado comparações, como feito pelo Grupo 9, o Grupo 10 conseguiu utilizar estruturas matemáticas formalizadas para organizar e apresentar seus dados.

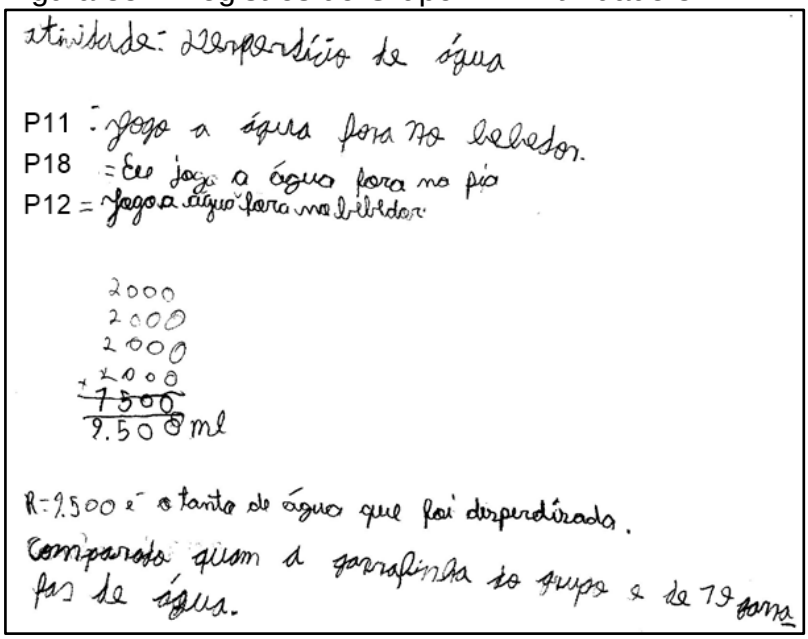
Ao trabalhar com unidades de medida (mililitros), o grupo mobilizou noções de conversão, além de demonstrar precisão no cálculo e na organização das informações. Embora não tenham avançado para etapas posteriores, como o Grupo 9, com comparação de objetos do cotidiano e análise proporcional ampliada ou interpretação econômica do desperdício, o grupo apresentou uma matematização sólida no processo de modelagem.

Mesmo com uma produção mais concisa, o Grupo 10 manifestou o sentido nos números produzidos ao utilizá-los para representar o comportamento real do desperdício de água na sala.

Ainda que não tenham explorado comparações mais amplas, o Grupo 10 demonstrou um movimento claro do sentido no uso ao transformar o cálculo em

uma forma de compreender melhor a realidade vivida, evidenciando que a modelagem matemática proporciona caminhos significativos.

Figura 35 - Registros do Grupo 11 – Atividade 3



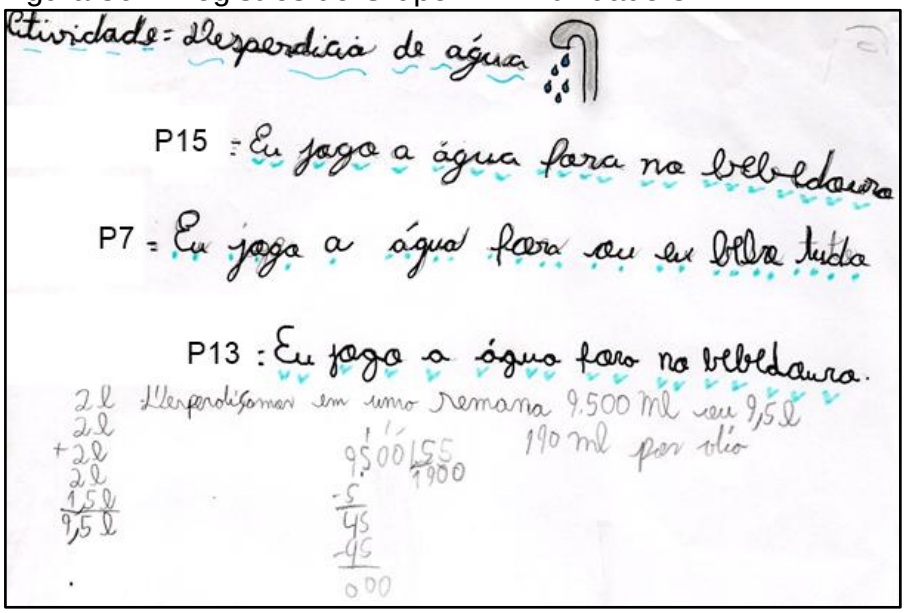
Fonte: a autora.

O Grupo 11 (Figura 35), registrou inicialmente que alguns participantes têm o hábito de jogar fora a água que resta na garrafinha ao enchê-la novamente, enquanto outros apenas completam com água gelada e misturam. Assim como os Grupos 9 e 10, o Grupo 11 também registrou os dados coletados coletivamente pela turma, indicando que, ao longo de uma semana, a sala do 5º ano desperdiçou 9.500 ml de água.

O grupo realizou uma comparação com o volume das garrafinhas que utilizam, entendidas como garrafas comuns de 500 ml, embora essa informação não apareça explicitamente nas resoluções. A partir dessa referência, concluíram que o desperdício semanal equivale a 19 garrafas de água.

O sentido emergiu quando o grupo transforma o valor total (9.500 ml) em uma referência concreta, como 19 garrafinhas de água. Essa tradução permite que o desperdício seja compreendido não apenas numericamente, mas também de forma concreta, conectando o fenômeno à experiência cotidiana dos alunos.

Figura 36 - Registros do Grupo 12 – Atividade 3



Fonte: a autora.

O Grupo 12 apresenta na Figura 36 que alguns participantes têm o hábito de jogar a água da garrafinha fora antes de enchê-la novamente, comportamento registrado por P15, P7 e P13. Assim como os demais grupos, utilizaram os dados coletivos da turma, observando que o desperdício semanal é estimado em 9.500 ml, ou 9,5 litros. Nesse ponto, fazem a conversão entre unidades de medida de capacidade, passando de mililitros para litros.

O grupo também estimou a média diária de desperdício, dividindo o total semanal de água descartada pelos 5 dias de aula, chegando ao valor de 1.900 ml por dia. Apesar de apresentarem um equívoco de notação ao escreverem “190 ml por dia” na resposta por extenso, o cálculo apresentado demonstra que compreenderam o procedimento corretamente, obtendo o resultado adequado.

O Grupo 12 evidenciou domínio dos processos centrais da modelagem matemática ao transformar o desperdício de água das garrafinhas em dados analisáveis, mobilizando proporcionalidade, conversão de unidades e cálculo de médias para interpretar o fenômeno. O sentido emergiu quando os participantes utilizaram esses cálculos para compreender o desperdício ao longo da semana, transformando os resultados em informações significativas sobre o comportamento da turma e evidenciando a articulação entre matemática e prática cotidiana.

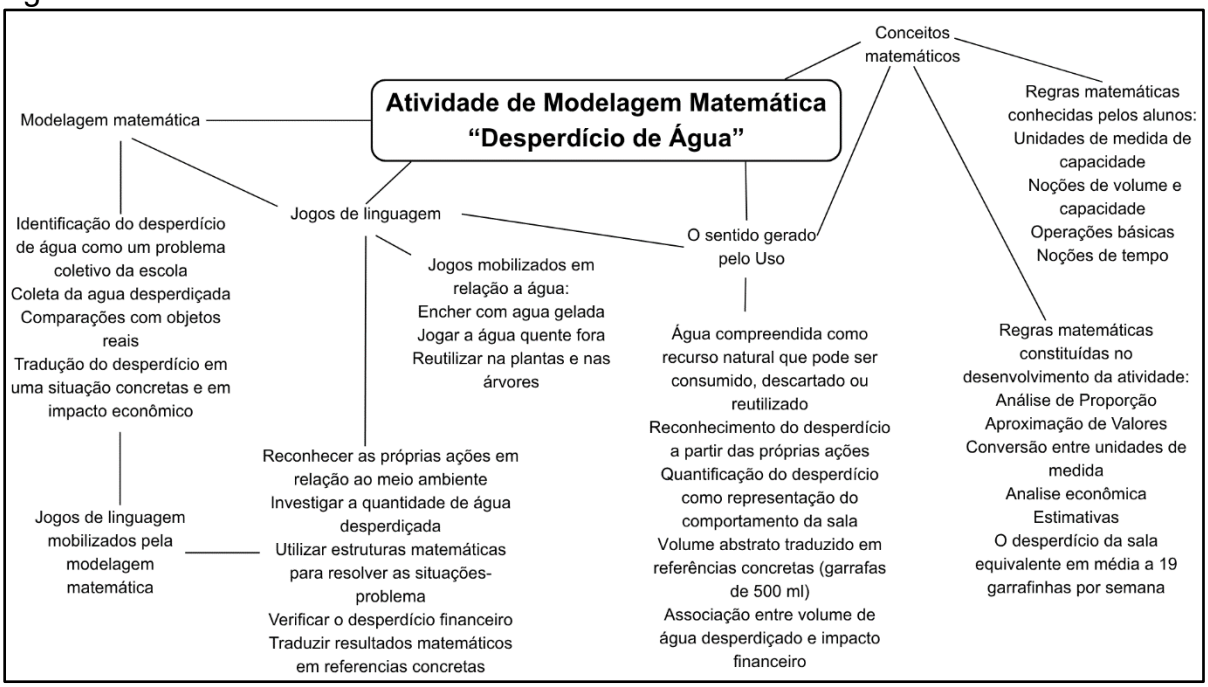
No decorrer da atividade, foi possível observar o entrelaçamento entre conhecimentos matemáticos já consolidados, como contagem, adição, subtração,

noções de tempo e comparação de quantidades, e novos conhecimentos que estavam sendo construídos, como estimativas mais refinadas. A matemática emergiu como ferramenta para compreender e explicar os fenômenos observados, permitindo que os alunos reconhecessem o sentido nos números construídos por eles.

No momento de socialização, os grupos apresentaram seus resultados e discutiram possíveis ações para reduzir o desperdício, como fechar a torneira ao ensaboar as mãos, utilizar copos reutilizáveis, evitar brincadeiras com água e denunciar vazamentos e, principalmente, não jogar a água fora, mas reutilizá-la, se possível.

A atividade foi finalizada com uma síntese conjunta, na qual os alunos refletiram sobre o consumo consciente de água e reconheceram que suas próprias ações impactam diretamente o meio ambiente.

Figura 37 - Sentido pelo Uso na Atividade de Modelagem Matemática “Desperdício de Água”



Fonte: a autora.

A Árvore de Associações de Ideias desenhada a partir dos desdobramentos da atividade de modelagem matemática “Desperdício de Água” (Figura 37) evidencia como o sentido emergiu a partir do uso da matemática como recurso para compreender práticas cotidianas dos alunos. Tendo como raiz a própria

atividade, ramificou-se em quatro seguimentos: a modelagem matemática, os jogos de linguagem, o sentido no uso e os conceitos matemáticos.

Considerando a atividade de modelagem, a investigação teve início com a identificação do desperdício de água como um problema coletivo da escola, seguida de ações que mobilizaram diversos jogos de linguagem, ancoradas nas ações dos próprios alunos.

No desenvolvimento da atividade, conferiram sentido por meio dos jogos de linguagem matemáticos ao converter o volume de água descartada em referências concretas, realizando comparações como a equivalência em garrafas de 500 ml, além de utilizar operações básicas, estimativas e conversão entre unidades de medida. Observou-se também que as regras que constituem as unidades de medida de capacidade, não eram naturais e foram sendo estabelecidas pelo uso durante o desenvolvimento da Atividade 2 “Poluição do Mar”. Nesta atividade, as regras foram utilizadas com mais segurança. Esses usos possibilitaram traduzir um volume abstrato em dados reais, associando o desperdício observado a um possível impacto econômico. Assim, a modelagem articulou o desenvolvimento de atividades investigativas, mobilizando jogos de linguagem e reflexões ambientais, evidenciando a matemática como ferramenta para compreender e problematizar a realidade vivenciada no contexto escolar.

ATIVIDADE 4 – ARBORIZAÇÃO

A atividade “Arborização”, no contexto urbano, foi acessada pelos participantes da pesquisa por meio da plataforma *Modelando o Planeta*. Os participantes puderam explorar o tema a partir das informações disponibilizadas, incluindo um vídeo introdutório e informativo sobre os benefícios da presença de árvores nas cidades (Figura 38).

Figura 38 - Recorte 7 da Plataforma - Atividade “Arborização”

Fonte: a autora.

O material apresentado também abordou como o crescimento e o desenvolvimento urbano têm reduzido as áreas verdes e, consequentemente, provocado impactos ambientais (Figura 39).

Figura 39 - Recorte 8 da Plataforma - Atividade “Arborização”

Fonte: a autora.

Após o momento introdutório de acesso à plataforma, os participantes foram divididos em grupos, e no primeiro momento puderam navegar pela página da atividade e observar outras informações relacionadas à arborização. Essas

informações serviram como apoio para uma conversa coletiva com a mediação da professora. Os participantes compartilharam suas compreensões iniciais sobre o tema e sobre o que significa arborizar um espaço urbano. Pensando em quais aspectos deveriam ser considerados para plantar árvores. Esse diálogo inicial foi essencial para levantar algumas ideias relacionadas ao tema.

> **Professora:** O que é arborização?
> **P12:** Pra mim a arborização são aqueles lugares que não têm árvores, que a gente pode plantar outras árvores, cultivar árvores ali para o nosso meio ambiente.
> **P1:** Eu acho que arborização é lugares onde não tem árvore, mas pra isso, a gente precisa plantar algumas árvores para que esses lugares que não tem árvores, pra ficar cheio de árvores, para melhorar nosso ar, pra nós respirar, para dar frutos para nós e para dar sombra para nós [...].
> **P3:** Lugares que não tem muita árvore, mas tem moradia, lojas, casas e mercados.
> **P12:** Lugares que tem casas que podem ser plantadas árvores e plantas.
> (Transcrição áudio – Atividade Arborização, 2026).

O diálogo demonstra que os participantes conseguiram compreender o sentido do termo arborização. Alguns já apresentavam conhecimento, outros tiveram acesso ao termo pelas informações da plataforma. Ao sugerirem que arborização está relacionada com “lugares que não têm árvores”, “para melhorar nosso ar”, “para dar frutos para nós e para dar sombra para nós” e “que a gente pode plantar outras árvores”, os participantes estão configurando diferentes jogos de linguagem para interpretar a arborização.

Utilizar a linguagem a partir das interações e práticas sociais, segundo Moreno (2012), é o que permeia a epistemologia do uso. Nessa atividade, o sentido emergiu quando os alunos relacionaram a arborização com árvores, com sombra, ar, frutos e lugares com construções.

Além disso, o diálogo aponta para um problema observado pelos participantes, que identificam que o meio urbano possui poucas árvores por causa da urbanização, ponto inicial na modelagem matemática para formulação de um problema.

A plataforma instiga reflexões sobre a arborização no ambiente escolar, incentivando a observação do espaço disponível e a elaboração de propostas de melhoria por meio da arborização, considerando também o pensamento matemático envolvido nesse processo.

Professora: Podemos relacionar a arborização com a matemática?
P12: A arborização e a matemática é aquilo que a gente pode analisar, coisa que a gente não faz. Na escola tem poucas árvores. A gente pode marcar alguns lugares e ver quantos metros tem pra gente plantar outras árvores.
[...]
Professora: Eu posso plantar quantas árvores eu quiser?
P3: Sim, pode.
P12: Depende se o lugar é nosso e tiver muito espaço.
Professora: Então o espaço depende também?
Todos: Sim.
Professora: Eu posso chegar em qualquer lugar da escola e plantar, por exemplo, dez árvores?
Todos: Não.
Professora: Porque não?
P12: Porque a gente tem que ver se vai dar o lugar certo. Se vai caber ali. Porque vai crescer a árvore.
P1: Tem que ver o espaço.
Professora: Então, por exemplo, se eu plantar duas árvores lado a lado. Uma pode atrapalhar a outra ou não vai dar nada?
P12: Pode atrapalhar.
P1: Pode atrapalhar.
P12: Por isso a gente tem que separar e ver o metro que está e também medir o espaço para não ficar muito junto, porque essas árvores vai crescer. Então se a gente ponhar uma junto com a outra. Que que pode acontecer? Desastres.
P1: Tipo assim, se você plantar uma árvore do lado da outra, a outra está crescendo a outra é pequenininha que não está crescendo, certo? Então a outra que está crescendo, a pequeninha vai atrapalhar ela a crescer. Porque ela vai estar colada e não vai ter como a outra crescer. E nenhuma das duas cresce. Por isso que as árvores têm que ter espaço.
Professora: E como resolveríamos esse problema?
P7: Medindo o espaço para plantar as árvores.
P12: E também a gente pode medir o tamanho do tronco da árvore, dar um espaço que a gente precisa para plantar outra árvore e vai ver se não vai ficar uma perto da outra.
Professora: Então porque não podemos plantar uma árvore do lado da outra?
P1: Porque quando crescer vai atrapalhar as outras. Porque se plantar muito perto na hora de crescer vão crescer todas juntas. Aí vão atrapalhar.
P12: Acho que não deve plantar uma do lado da outra porque se crescer uma, daí a outra pode entortar e pode até cair.
P12: As árvores não crescem adequadamente.
P15: Porque se não uma vai atrapalhar a outra a crescer.
P13: Vai atrapalhar o desenvolvimento e crescimento das árvores.
Professora: Temos que ter o que?
P7: Distância.
(Transcrição áudio – Atividade Arborização, 2026).

A professora mediou o diálogo e o conduziu para que os participantes fossem ativos e expusessem seus pensamentos e conhecimentos. Os estudantes

começaram a relacionar a arborização com aspectos matemáticos a partir dos usos da linguagem e do sentido que conferiam ao que seria arborizar o espaço escolar.

Jogos de linguagem matemáticos foram configurados quando os participantes fizeram uso dos termos “marcar alguns lugares”, “ver quantos metros tem”, “medir o espaço”, “ter espaço”, apresentando que o significado emergiu pelo uso.

Ao analisarem se é possível plantar em determinados locais e reconhecerem que a distância entre as árvores pode interferir no crescimento, identificaram variáveis, restrições e relações espaciais que constituem a etapa de inteiração na modelagem matemática, seguindo a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Além disso, de forma não formalizada, apresentaram hipóteses relacionadas à plantação das árvores, em que precisariam verificar o espaço necessário para a plantação. As árvores não podem ser plantadas lado a lado, pois isso influenciaria em seu crescimento. As restrições identificadas por eles “uma atrapalha a outra”, “plantar muito perto”, “as árvores têm que ter espaço”, reforçam essas hipóteses e revelam, neste momento, um raciocínio matemático relacionado a conceitos geométricos e espaciais que se constituiu como um ponto importante para a matematização a posteriori.

Os participantes observaram relações de causa e efeito que puderam influenciar na matematização da atividade, pois reconheceram que pouca distância entre as árvores poderia atrapalhar o crescimento, que duas árvores muito próximas podem atrapalhar uma à outra ou causar deformação no crescimento. Apresentando, de forma indireta, a dependência entre variáveis, em que a distância entre ás árvores qualitativamente influencia no crescimento e na quantidade de árvores que podem ser plantadas em determinado espaço.

A forma concreta como os participantes apresentam as ações que podem ser realizadas para se ter a arborização na escola reflete que a epistemologia do uso se manifesta ao reconhecerem o que podem fazer, não por definições abstratas, explicando, por exemplo, o que é medir ou o que é espaço, mas apresentando como agir para que a plantação de árvores possa ser efetivada por meio de ações práticas. Eles apresentam regras que precisam ser consideradas ao verificar o espaço adequado e a distância para que as árvores possam crescer de forma

adequada, mostrando que o conhecimento e a compreensão matemática emergem pelo uso e não por definições.

Após essas reflexões, cada grupo acessou a etapa seguinte da plataforma, que sugeria uma investigação observando o entorno da escola. Os grupos foram até os espaços externos para identificar áreas que consideravam apropriadas para a realização da plantação de árvores (Quadro 10).

Quadro 10 - Exploração do espaços da escola – Atividade 4

GRUPO 13	GRUPO 14
GRUPO 15	**GRUPO 16**

Fonte: a autora.

A professora forneceu instrumentos de medida de comprimento, como trena e fita métrica, para auxiliá-los. Surgiram dúvidas em relação a como realizar as medições, pois inicialmente foram consideradas apenas linhas horizontais. Foi necessária a intervenção da professora para esclarecer que o desenvolvimento de uma árvore não ocorre de forma plana, como uma figura bidimensional. Embora exista um crescimento horizontal, há também um crescimento vertical que precisa ser considerado ao registrar as medidas.

A professora exemplificou como as anotações deveriam ser feitas, explicando que a árvore, ao crescer, ocuparia um espaço geométrico. Para tornar essa compreensão mais concreta, ela apresentou uma árvore real e destacou

visualmente que seu crescimento não correspondia a uma figura plana, mas sim a um espaço tridimensional, envolvendo tanto extensão horizontal quanto vertical.

Essa observação direta possibilitou que os participantes compreendessem melhor o espaço ocupado pela árvore, levando-os a ajustar suas regras de medição. Essa mudança demonstra um processo de manifestação do sentido ao considerar o espaço necessário para o crescimento da árvore.

Os grupos começaram a medir os locais escolhidos, registrando dimensões, observações visuais e possíveis obstáculos. A experiência prática trouxe dúvidas importantes: como medir locais irregulares? Essas inquietações foram discutidas com a professora.

> **Professora:** Vocês foram lá foram e mediram vários lugares, cada um escolheu o lugar que achou que seria bom para plantar as árvores. Espaços que estão vazios, mas vocês notaram que foi um pouco difícil medir alguns lugares, porque não estavam planos, né. Alguns lugares que tem morro, tem uma decida. Onde estaríamos plantando arvore então?
> **P11:** Em volta da quadra.
> **P3:** Do campo.
> **P6:** Em volta da escola.
> **P9:** Do parquinho.
> **Professora:** De que outra forma eu consigo então medir, verificar o espaço que eu tenho dificuldade de medir por conta do local ou da deformidade do chão, sem ir lá?
> **P17:** Pela internet.
> **P9:** Pela internet.
> **Professora:** Mas como?
> **P9:** Pelo Google Maps.
> **P12:** Aplicativo que dá para ver.
> **Professora:** Que dê para ver o que?
> **P17:** A planta da escola.
> [...]
> **Professora:** Vocês citaram o Google Maps, que é uma possibilidade mesmo. Mas nós temos outros aplicativos como o P12 bem falou. Um outro aplicativo que se chama *Google Earth*. [...] Que nós conseguimos ver toda a escola de cima, como se tivéssemos olhando para baixo.
> **P1:** Tipo um drone?
> **Professora:** É, como se fosse um drone olhando a escola de cima. (Transcrição áudio – Atividade Arborização, 2026).

Wittgenstein, em suas proposições, defende que o significado de algo é revelado pelo uso (Wittgenstein, 2013). Os alunos, ao citarem “em volta da quadra”, “do campo”, do “parquinho”, “da escola”, utilizaram o espaço organizacional da escola como forma de dar sentido a lugares disponíveis para receberem árvores. A professora também fez uso de jogos de linguagem matemáticos e espaciais “mediram

vários lugares”, “espaços que estão vazios”, “não estavam planos” e utilizou uma linguagem próxima à dos participantes “alguns lugares que tem morro, tem uma decida”, como forma de aproximação, para produzir sentido e descrever lugares reais, evidenciando que o uso não é constituído de forma abstrata, mas por demandas concretas.

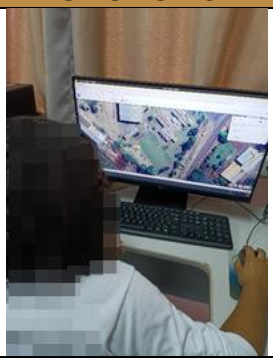
A professora percebeu que alguns lugares que os alunos escolheram para a plantação de árvores possuíam difícil acessibilidade para medição, emergindo uma nova vertente, como medir sem estar no lugar? O retorno para a sala de informática propiciou um novo diálogo e a introdução a novas ferramentas tecnológicas.

Alguns alunos obtiveram a percepção de utilizar a tecnologia para auxiliá-los, como observado nas respostas de P9 “pelo *Google Maps*” e de P12 “aplicativo que dá para ver”, apresentando um raciocínio de modelador, ao pensar em diferentes estratégias e modificando as regras estabelecidas anteriormente de que apenas a medição humana seria suficiente.

É proposto pela professora um novo caminho de medição utilizando o recurso *Google Earth* e, em termos simples, explica o que ele proporciona “nós conseguimos ver toda a escola de cima, como se tivéssemos olhando para baixo”. Na fala do participante P1 “Tipo um drone?”, é possível identificar que o sentido emerge quando ele associa a explicação da professora às imagens produzidas por um drone e evidencia o desenvolvimento de conceitos geométricos, do modo de se olhar para o problema, em que a perspectiva da área propiciou que conseguissem visualizar toda a área para determinar quantas árvores caberiam no espaço escolhidos por eles.

O diálogo apresentado demonstra que, em meio ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, as soluções para um problema não devem ser o único foco, mas também as articulações manifestadas pelos modeladores, neste caso, o refinamento do problema a partir das investigações iniciais.

Quadro 11 - Coleta de Dados no *Google Earth* – Atividade 4

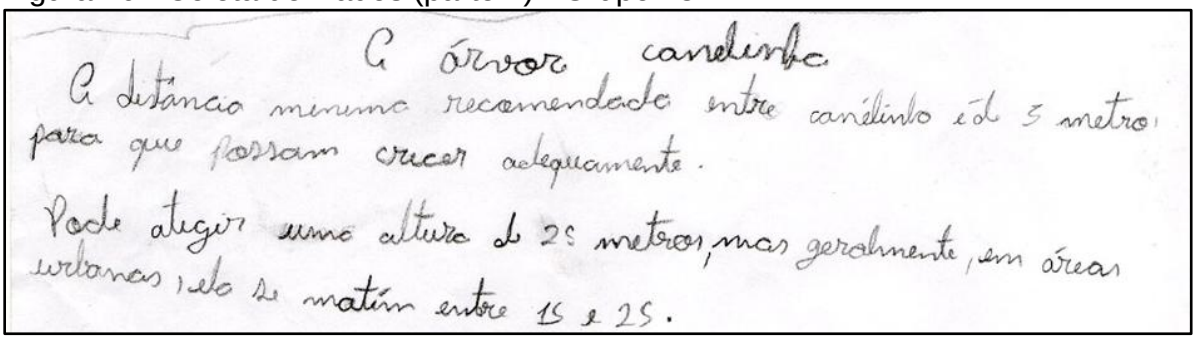
GRUPO 13	GRUPO 14
GRUPO 15	**GRUPO 16**
	

Fonte: a autora.

Os grupos tiveram um momento de exploração do *Google Earth* com mediação da professora e também de pesquisas para eleger quais árvores gostariam de plantar nos espaços escolhidos por eles (Quadro 11).

Na sequência, são apresentadas as resoluções dos Grupos 13, 14, 15 e 16, abrangendo a coleta de dados realizada, as definições estabelecidas por cada grupo e os procedimentos de resolução adotados ao longo da atividade “Arborização”.

Figura 40 - Coleta de Dados (parte 1) - Grupo 13



A árvor canelinha

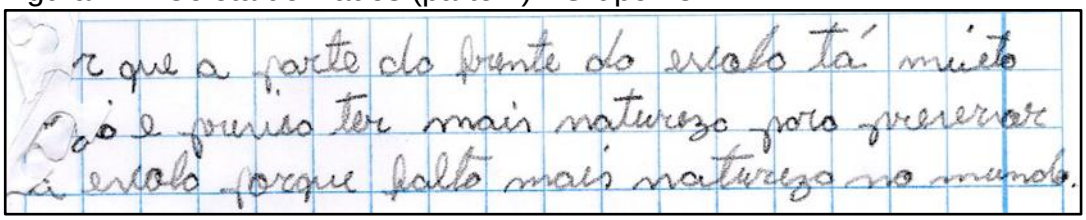
A distância mínima recomendada entre canelinha é de 3 metros para que possam crescer adequadamente.

Pode atingir uma altura de 25 metros, mas geralmente, em áreas urbanas, ela se mantém entre 15 e 25.

Fonte: a autora.

A Figura 40 apresenta que, em pesquisas iniciais realizadas pelo Grupo 13 sobre a escolha de uma árvore para a arborização, o grupo optou pela árvore Canelinha, cuja distância mínima recomendada entre uma árvore e outra é de 5 metros.

Figura 41 - Coleta de Dados (parte 2) - Grupo 13



Fonte: a autora.

Ao percorrerem o ambiente escolar, os grupos puderam observar quais áreas seriam adequadas para a plantação de árvores. O Grupo 13 registrou em suas observações (Figura 41), uma justificativa para a escolha da parte da frente da escola como local para a arborização, argumentando que esse espaço “precisa ter mais natureza”.

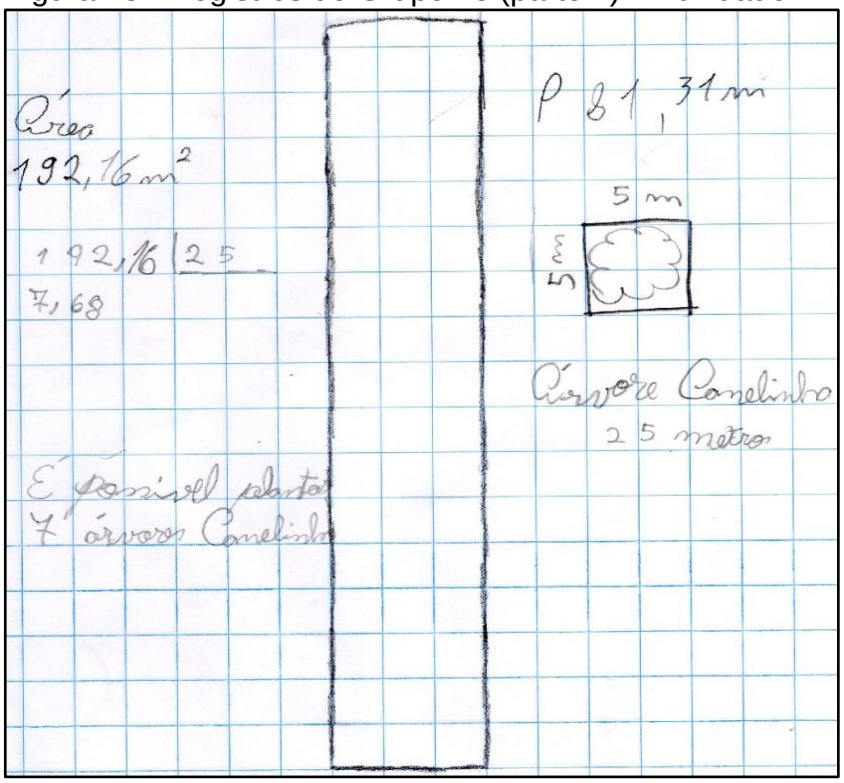
Figura 42 - Registros do Grupo 13 (parte 1) – Atividade 4

Fonte: a autora.

Na Figura 42, observa-se que o Grupo 13 utilizou o *Google Earth* para delimitar a área localizada na frente da escola, onde pretendiam realizar a plantação das árvores. É importante destacar que o uso dessa ferramenta possibilitou uma visualização aérea de todo o território da escola, permitindo aos participantes observar o espaço por uma perspectiva diferente. Essa visualização ampliada favoreceu a

identificação de vários pontos do ambiente escolar que poderiam receber árvores, evidenciando áreas com potencial para a arborização.

Figura 43 - Registros do Grupo 13 (parte 2) – Atividade 4



Fonte: a autora.

A Figura 43 apresenta que, com o uso do *Google Earth* e da delimitação da área localizada na frente da escola, o Grupo 13 calculou que essa região possui aproximadamente 192,16 m². Considerando que a árvore escolhida por eles, a canelinha, necessita de 5 metros de distância entre uma e outra, o grupo representou uma árvore dentro de um quadrado, estimando que ela ocuparia uma área de 5 metros em cada direção. Essa escolha retoma a observação feita anteriormente pela turma, com mediação da professora, de que o crescimento de uma árvore não ocorre apenas horizontalmente, mas também envolve um volume vertical, não podendo ser entendido como uma figura plana.

Ao multiplicar 5 × 5, o grupo concluiu que cada árvore precisaria de uma área de 25 m² para crescer adequadamente. Em seguida, dividiram a área total delimitada (192,16 m²) pela área estimada para cada árvore (25 m²), obtendo o resultado aproximado de 7,68. Sendo um valor decimal, o grupo compreendeu que

seria possível plantar 7 árvores canelinhas, e não 8, pois a área não comportaria o arredondamento para cima sem ultrapassar o espaço disponível.

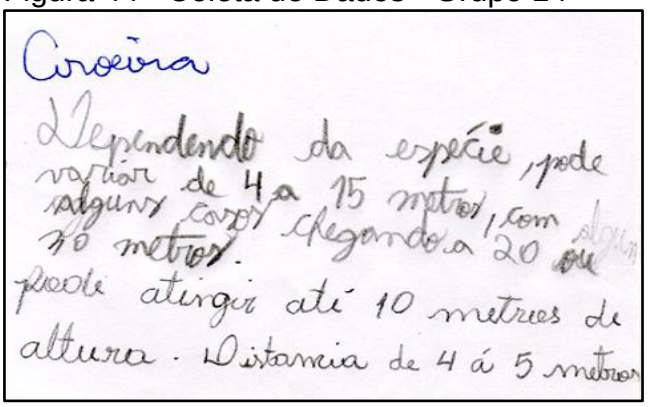
Observa-se também que, mesmo sem registrarem explicitamente que cada árvore ocuparia 25 m², a representação da árvore dentro do quadrado permite compreender que o grupo reconheceu o espaço necessário para o crescimento de uma árvore, demonstrando entendimento sobre a relação entre medida e ocupação do espaço.

O Grupo 13 mobilizou procedimentos da modelagem matemática ao utilizar o *Google Earth* para determinar a área disponível (192,16 m²) e relacioná-la ao espaçamento necessário para a espécie escolhida. Ao representar uma árvore dentro de um quadrado de 5 m × 5 m, os estudantes conferiram sentido ao espaço de crescimento, articulando medida, proporcionalidade e interpretação geométrica em um contexto real.

O cálculo de 25 m² por árvore, seguido da divisão da área total pelo espaço necessário (192,16 ÷ 25), evidencia o conhecimento de regras da relação entre grandezas e da leitura de resultados decimais, compreendendo que 7,68 não significa plantar “8 árvores”, mas sim que apenas 7 cabem no espaço delimitado. Esse processo revela compreensão de restrições espaciais, validação do modelo e configuração do sentido sobre ocupação, distribuição e crescimento das árvores.

Nas pesquisas realizadas para eleger a árvore destinada à arborização, o Grupo 14 reuniu informações sobre a árvore Aroeira (Figura 44), identificando que a distância recomendada entre uma árvore e outra varia de 4 a 5 metros.

Figura 44 - Coleta de Dados - Grupo 14

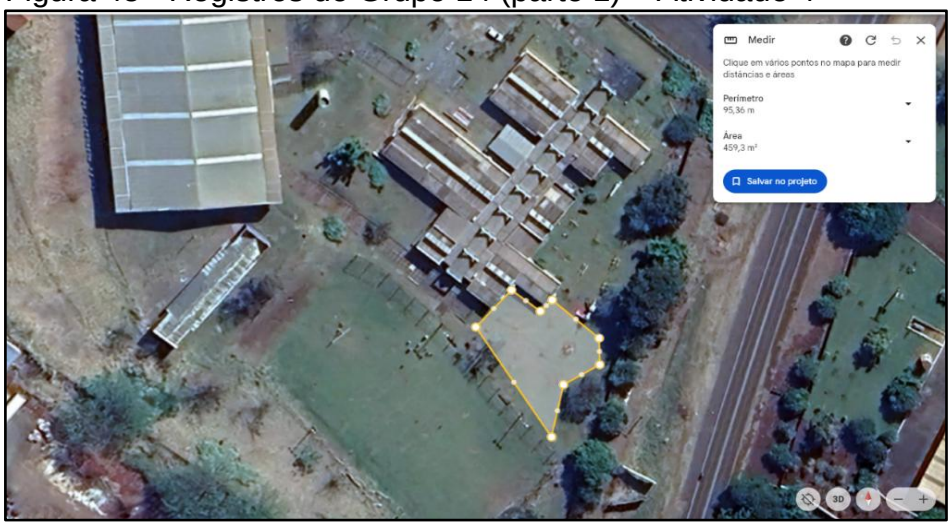


Fonte: a autora.

As informações coletadas pelos participantes são relevantes e integram um dos aspectos centrais do fazer modelagem. A coleta de dados constitui um passo fundamental, que permite ao participante compreender o sentido do problema investigado, pois é nesse momento que ele passa a observar a realidade, selecionar informações pertinentes, interpretar evidências e relacioná-las à situação-problema. Em outras palavras, é por meio da coleta de dados que o modelador aproxima a matemática de aspectos da realidade, evidenciando o sentido nas medidas, nas escolhas e nas representações construídas.

Considerando a compreensão de Moreno (2012), percebe-se que a coleta de dados constitui um movimento epistemológico que sustenta a configuração de sentido na modelagem matemática. Isso porque a coleta de dados é uma atividade humana situada, que parte da experiência concreta e fornece subsídios reais para enfrentar e solucionar um problema. Ao coletar informações, não se trata apenas de reunir números ou observações, mas de produzir critérios de uso que orientam as decisões tomadas no interior do jogo de linguagem da modelagem.

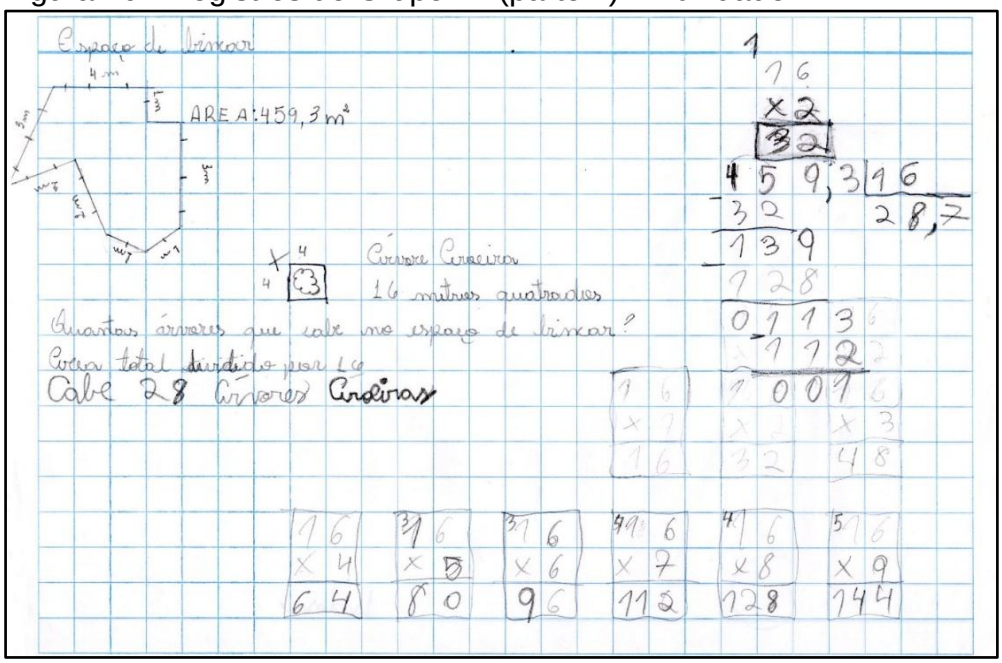
Figura 45 - Registros do Grupo 14 (parte 1) – Atividade 4



Fonte: a autora.

Na Figura 45, é apresentado que o Grupo 14 elegeu como local para a plantação de árvores o espaço vazio localizado próximo ao parquinho. Embora não tenham registrado formalmente, relataram que essa área necessita de maior arborização, pois os brinquedos ficam expostos ao sol e, dependendo do horário, não é possível utilizá-los devido ao calor.

Figura 46 - Registros do Grupo 14 (parte 2) – Atividade 4



Fonte: a autora.

Ao observar os registros do Grupo 14 apresentados na Figura 46, nota-se que a área delimitada por eles, com base nos dados coletados por meio do *Google Earth*, corresponde a 459,3 m². Assim como o Grupo 13, o Grupo 14 representou a árvore dentro de um espaço quadrangular para calcular a área necessária ao seu crescimento. A árvore escolhida, a Aroeira, necessita de uma distância entre 4 e 5 metros para o plantio, e o grupo adotou o valor mínimo de 4 metros, calculando a área necessária como 4 × 4 = 16 m².

Embora não tenham utilizado a notação matemática formal para m², optando por escrevê-la por extenso, isso não compromete a compreensão, pois seus registros indicam que entendem a área como uma grandeza bidimensional, reconhecendo a necessidade de calculá-la em metros quadrados.

O Grupo 14 reforçou por escrito o problema investigado: “Quantas árvores cabem no espaço de brincar?”, sendo este o espaço que foi delimitado por eles durante a coleta. Para responder a essa questão, realizaram a divisão da área total do espaço de brincar (459,3 m²) pela área necessária para cada aroeira (16 m²), obtendo o resultado de 28,7.

Reconhecendo que esse valor representa um objeto inteiro (uma árvore) e que não é possível plantar uma parte de árvore, concluíram adequadamente que, no espaço delimitado, cabem 28 árvores de aroeira.

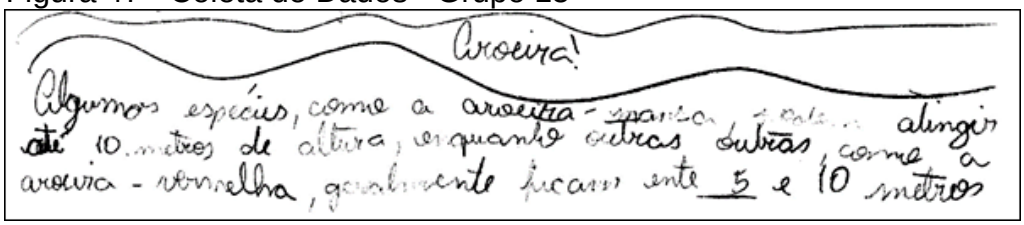
Os resultados do Grupo 14 evidenciam uma compreensão do problema investigado ao representar um problema ambiental por meio de representações matemáticas. Ao representar uma árvore dentro de um quadrado 4 x 4 de lado, o grupo demonstra compreensão da área como grandeza bidimensional e como parâmetro para estimar o espaço de crescimento de uma árvore. Esse movimento revela que os estudantes estabelecem uma relação direta entre distância recomendada de plantio e área mínima por árvore, indicando um raciocínio geométrico.

Ao dividirem a área total delimitada (459,3 m²) pela área estimada para cada aroeira (16 m²), os alunos elaboram um modelo proporcional que permite prever quantas árvores poderiam ser plantadas no espaço escolhido por eles. A decisão de não considerar a parte decimal do resultado mostra entendimento de que as árvores não podem ser fracionadas, um aspecto do pensamento matemático.

Percebe-se que, nas atividades, o sentido emergiu nos alunos por meio dos usos e das tomadas de decisão, pois o grupo interpreta a área não como um número abstrato, mas como um espaço vivido “o espaço de brincar”. Essa contextualização faz com que medidas e cálculos assumam significado concreto, alinhando-se à ideia wittgensteiniana de que o sentido emerge do uso.

A relação estabelecida pelos participantes entre medida e ocupação do espaço delimitado, permitiu que os participantes utilizassem a matemática, no contexto da Educação Ambiental, como ferramenta para organizar, prever e justificar decisões relacionadas ao ambiente escolar. Esse processo reflete a epistemologia do uso de Moreno (2012), em que o conhecimento matemático se legitima no modo como os alunos o empregam para responder a um problema da realidade.

Figura 47 - Coleta de Dados - Grupo 15


Aroeira!

Algumas espécies, como a aroeira - branca, [illegible] alcançar até 10 metros de altura, enquanto outras árvores, como a aroeira - vermelha, geralmente ficam entre 5 e 10 metros

Fonte: a autora.

O Grupo 15 também registrou, em suas anotações, a escolha da Aroeira como espécie destinada à arborização da escola (Figura 47). Embora possam ter utilizado uma fonte de pesquisa diferente da consultada pelo Grupo 14, observa-

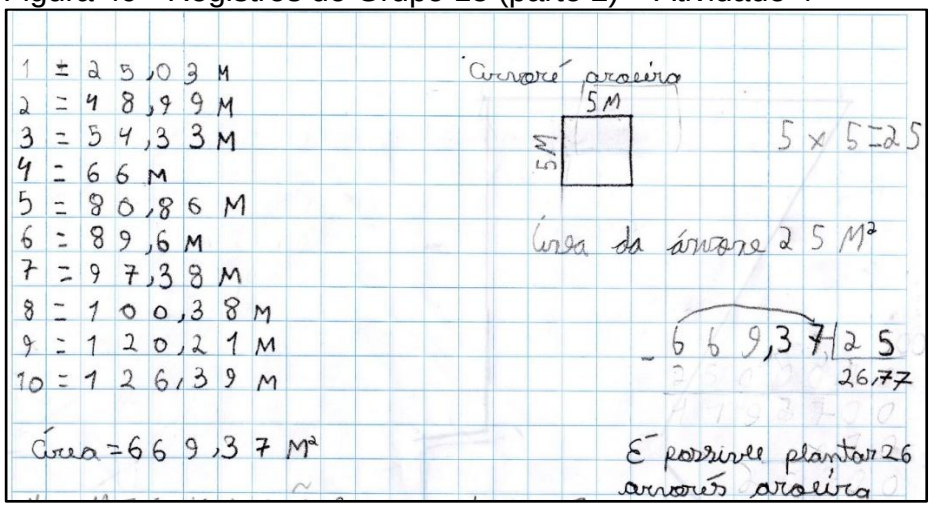
se que alguns dados apresentam pequenas variações. Ainda assim, o grupo mantém a mesma referência central adotada anteriormente: a necessidade de uma média de 5 metros de distância entre uma árvore e outra para garantir o crescimento adequado da espécie.

Figura 48 - Registros do Grupo 15 (parte 1) – Atividade 4

Fonte: a autora.

Conforme apresentado na Figura 48, obtida pelo *Google Earth*, o Grupo 15 escolheu uma área próxima ao estacionamento da escola para a plantação de aroeiras com o objetivo de promover a arborização do espaço. Trata-se de uma área livre de árvores e, segundo o grupo, um local que necessita de maior sombreamento, pois é onde permanecem no final da tarde enquanto aguardam as vans para irem embora, momento em que é difícil encontrar sombra quando o sol está forte.

Figura 49 - Registros do Grupo 15 (parte 2) – Atividade 4



Fonte: a autora.

Observa-se na Figura 49 que o Grupo 15 realizou dez marcações principais para delimitar a área, contornando todo o espaço ao redor do estacionamento. Essas conexões foram coletadas passo a passo, conforme apresentado na Figura 49, resultando na delimitação de uma área total de 669,37 m². Assim como os grupos anteriores, o Grupo 15 também realizou o cálculo da área necessária para o crescimento da árvore escolhida, a Aroeira, considerando a distância mínima adotada pelo grupo, de 5 metros. Dessa forma, calcularam que cada árvore ocuparia uma área de 25 m².

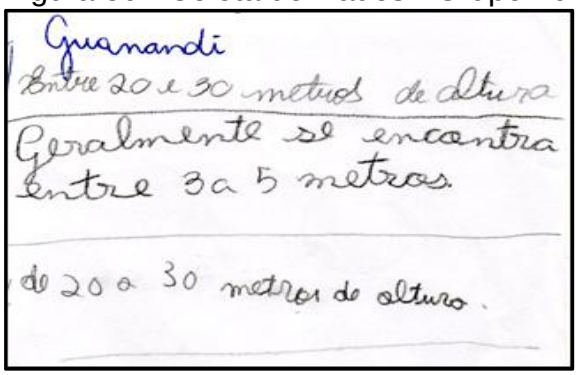
Em seguida, os participantes registraram, por meio de uma divisão, quantas árvores caberiam no espaço delimitado. Dividiram a área total identificada (669,37 m²) pela área necessária para cada aroeira (25 m²), chegando ao valor aproximado de 26,77. Reconhecendo que o plantio exige um número inteiro de árvores, concluíram que seria possível plantar 26 aroeiras no espaço selecionado.

Os registros do Grupo 15 apresenta os resultados obtidos pelo grupo e a mobilização realizada por eles no desenvolvimento da atividade. Ao delimitar a área escolhida com dez marcações no *Google Earth*, os alunos utilizaram regras convencionadas pelo grupo para a coleta e organização de dados espaciais, demonstrando de forma indireta que modelo está vinculado ao espaço real.

Na etapa de matematização, utilizaram a área total e a definição de que cada aroeira demandaria de 25 m², uma formulação que revela o entendimento da área como grandeza bidimensional e da necessidade de garantir condições de crescimento.

A divisão entre área total e área necessária por árvore mostra não apenas o uso adequado de operações multiplicativas, mas também um movimento de interpretação, ao obter o resultado 26,77, o grupo reconheceu a impossibilidade de plantar “árvores fracionárias”, compreendendo o sentido do número decimal e ajustando o resultado ao contexto real, concluindo pelo plantio de 26 árvores.

Figura 50 - Coleta de Dados - Grupo 16


Guanandi
Entre 20 e 30 metros de altura
Geralmente se encontra
entre 3 a 5 metros.

de 20 a 30 metros de altura.

Fonte: a autora.

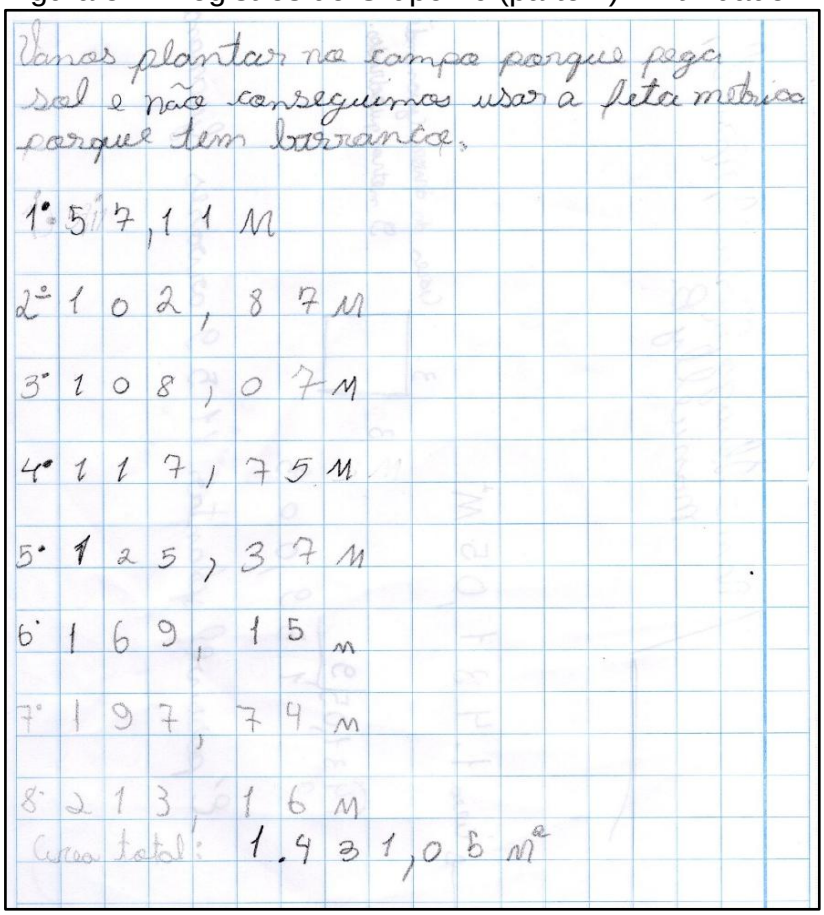
O Grupo 16 (Figura 50), diferentemente dos grupos anteriores, pesquisou informações sobre a árvore Guanandi, identificando que a distância adequada para o seu crescimento varia entre 3 e 5 metros.

Figura 51 - Registros do Grupo 16 (parte 1) – Atividade 4

Fonte: a autora.

O espaço escolhido pelo Grupo 16 para a plantação de árvores foi a área ao redor do campo. Durante a coleta de dados utilizando instrumentos de medida de comprimento, o grupo chegou a medir outros locais; porém, o espaço selecionado apresentou dificuldades de acesso, pois não se trata de uma área plana, mas sim uma região íngreme. Diante desse desafio, observa-se que o uso da ferramenta *Google Earth* (Figura 51), foi de extrema importância, pois possibilitou que o grupo delimitasse adequadamente a área ao redor do campo para o planejamento da arborização.

Figura 52 - Registros do Grupo 16 (parte 2) – Atividade 4


Vamos plantar no campo porque pega sol e não conseguimos usar a fita métrica porque tem barranco.

1° 57,11 M

2° 102,87 M

3° 108,07 M

4° 117,75 M

5° 125,37 M

6° 169,15 m

7° 197,74 m

8° 213,16 m

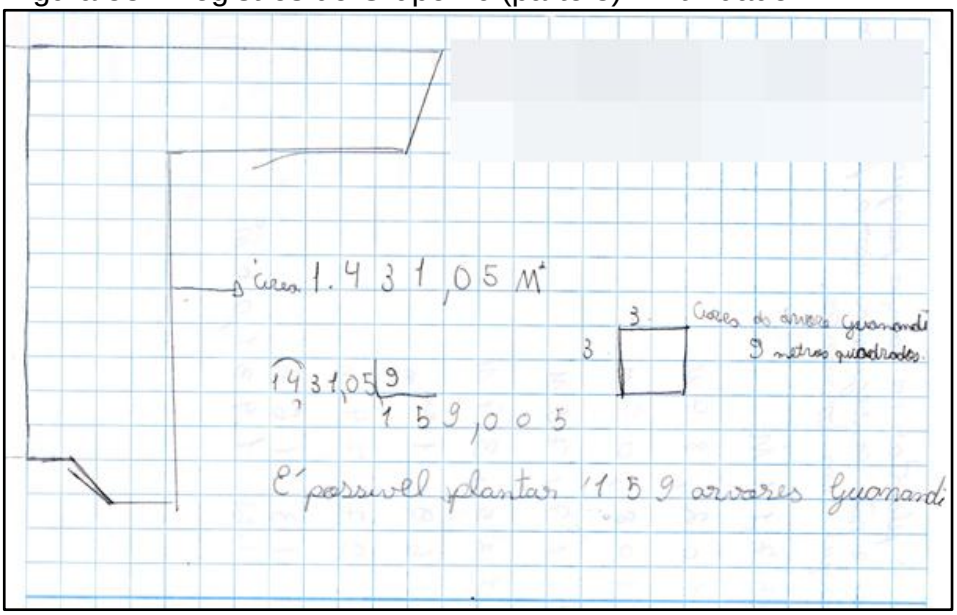
Área total: 1.431,05 m²

Fonte: a autora.

O Grupo 16 apresentou em seus registros (Figura 52), uma justificativa para a escolha da área delimitada, pontuando a seguinte fala: “Vamos plantar no campo porque pega sol e não conseguimos usar a fita métrica porque tem barranco.” Essa justificativa evidencia que características da localização do terreno influenciaram diretamente na decisão do grupo.

Assim como ocorreu com o Grupo 15, o Grupo 16 também registrou, passo a passo, as conexões realizadas na ferramenta *Google Earth* para a delimitação da área selecionada (Figura 52). Foram conectados oito pontos, resultando em uma área total de 1.431,05 m².

Figura 53 - Registros do Grupo 16 (parte 3) – Atividade 4



Fonte: a autora.

Os registros indicados na Figura 53, apresentam, por meio de um desenho, o contorno da área delimitada pelo Grupo 16, registrando que essa região corresponde a 1.431,05 m². Também calcularam a área necessária para o crescimento de uma árvore Guanandi, utilizando a distância mínima de 3 metros, o que resulta em uma área de 9 m² por árvore.

Em seguida, formalizaram o cálculo dividindo a área total do terreno ao redor do campo (1.431,05 m²) pela área estimada para cada árvore de guanandi (9 m²). Essa operação resultou em aproximadamente 159,005. Considerando que uma árvore corresponde a um objeto inteiro, concluíram que seria possível plantar 159 árvores de guanandi no espaço delimitado pelo grupo.

Nesse processo, os estudantes perceberam que não se trata apenas de “colocar árvores onde há um chão livre”, mas de pensar sobre crescimento e área disponível.

Ao analisar os registros do Grupo 16, observou-se que os participantes conferiram sentido à noção de espaço necessário para o desenvolvimento de uma árvore, ao representar matematicamente o cálculo de área (3 m × 3 m = 9 m²), bem como à escolha da distância mínima entre árvores.

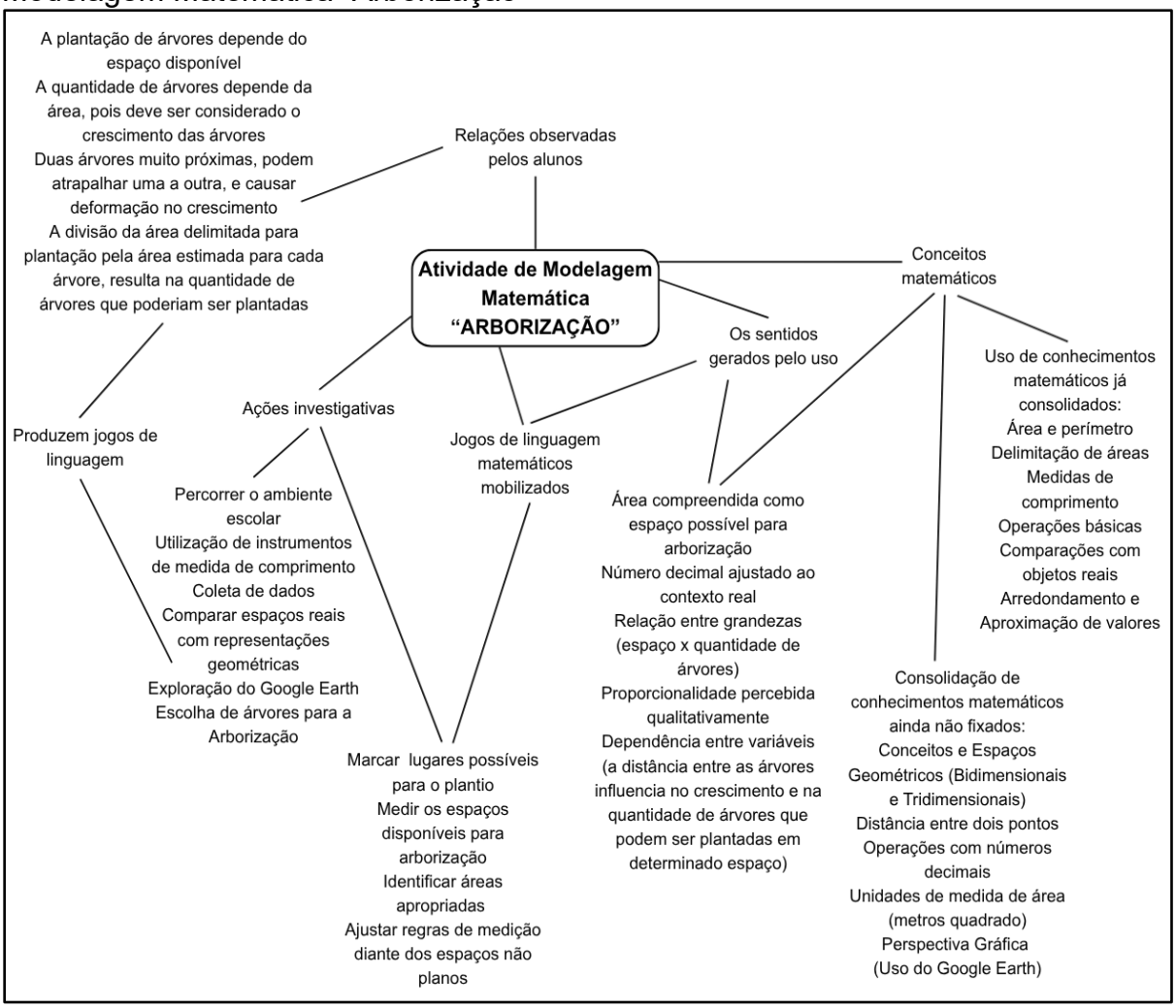
A divisão da área total delimitada (1.431,05 m²) pela área estimada para cada árvore (9 m²) revela não apenas o uso adequado de procedimentos matemáticos, mas, assim como no Grupo 15, também uma interpretação crítica do

resultado decimal, entendendo que 159,005 não corresponde a 160 árvores, mas a 159 árvores inteiras possíveis, o que evidencia compreensão de limites e de restrições do modelo.

Esse processo mostra que os alunos foram capazes de transformar um problema real, a quantidade de árvores que cabem no local delimitado para plantação, em um modelo matemático significativo, reinterpretando o espaço físico por meio de cálculos e reconhecendo o sentido dos números como respostas que dialogam com o mundo concreto, e não apenas como abstrações.

Finalizando a proposta, cada grupo apresentou seus resultados, explicando a espécie escolhida, o espaço analisado e o número estimado de árvores possíveis de plantar.

Figura 54 - Sentido por meio dos jogos de linguagem mobilizados na Atividade de Modelagem Matemática “Arborização”



Fonte: a autora.

A Árvore de Associações de Ideias da Atividade de Modelagem Matemática “Arborização” (Figura 54) evidencia como a investigação se constituiu a partir das ações dos alunos. A raiz está vinculada à própria atividade e, a partir dela, cinco vertentes se ramificaram: as relações observadas pelos alunos durante o desenvolvimento da atividade, as ações investigativas, os jogos de linguagem matemáticos que foram mobilizados, os sentidos e os conceitos matemáticos que serviram como meio para resolver a situação-problema investigada.

Considerando essas ramificações, algumas associações foram realizadas, o que possibilitou o delineamento de algumas reflexões sobre o sentido no uso por meio da atividade de modelagem “Arborização”. A situação-problema desenvolvida propiciou que os alunos compreendessem que a plantação de árvores depende dos espaços disponíveis, e que a quantidade de árvores a serem plantadas, em uma área delimitada, varia de acordo com a distância necessária entre elas.

Ao longo das investigações, os alunos realizaram ações como percorrer o ambiente escolar, identificar áreas apropriadas para o plantio, marcar possíveis locais de arborização, comparar espaços reais, utilizar instrumentos de medida de comprimento e ajustar regras de medição, que também se apresentaram como a mobilização de diferentes jogos de linguagem matemáticos. Tais movimentos evidenciam que as ações investigativas e os jogos de linguagem mobilizados colaboraram para que os alunos compreendessem o processo de arborização em um espaço urbano.

Com base na perspectiva wittgensteiniana, o sentido dos conceitos matemáticos emergiu do uso, quando as áreas escolhidas pelos alunos foram compreendidas como espaços para arborização e as relações entre grandezas e conceitos geométricos ganharam sentido em um contexto real. Assim como, identificaram diferentes relações e perceberam a dependência entre variáveis, ao reconhecerem que a distância entre as árvores influencia diretamente tanto no crescimento, quanto no número de árvores que poderiam ser plantadas em determinado espaço.

Em todo o processo de desenvolvimento da atividade, foram mobilizados diferentes conceitos matemáticos, alguns com regras já conhecidas, outros que foram sendo consolidados conforme novas regras foram sendo apresentadas, como operações com números decimais, unidades de medida de área

em metros quadrados, conceitos relacionados a espaços geométricos, distância entre dois pontos e o uso de perspectivas gráficas por meio do *Google Earth*.

Assim, a atividade de modelagem matemática evidenciou o sentido tanto matemático quanto ambiental, uma vez que os alunos compreenderam que a arborização de um espaço urbano, no contexto desta atividade, um espaço escolar, envolve não apenas a plantação de árvores, mas também planejamento, estudo das áreas disponíveis e seus limites físicos e quais espécies de árvores são adequadas para arborizar um ambiente. Nesse contexto, a matemática se apresentou como uma ferramenta que permitiu representar de forma concreta o tema ambiental abordado.

8 REFLEXÕES SOBRE O SENTIDO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo tem o objetivo de apresentar reflexões fundamentadas na análise dos dados obtidos ao longo do processo investigativo. As reflexões aqui desenvolvidas estabelecem um diálogo entre os resultados apresentados no capítulo anterior e o referencial teórico que fundamenta esta pesquisa. A partir da perspectiva filosófica de Wittgenstein, busca-se compreender como, ao longo do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, o sentido foi se constituindo nas situações investigadas, por meio dos usos da linguagem presentes nas interações e práticas vivenciadas.

O Sentido Nas Atividades De Modelagem Matemática

Nas diferentes atividades de modelagem desenvolvidas com os alunos participantes da pesquisa, foi possível observar que as investigações realizadas por eles, no decorrer de todo o processo das atividades, possibilitaram a manifestação do sentido por meio das práticas vivenciadas. Esses sentidos não foram definidos previamente, mas foram se constituindo no decorrer do desenvolvimento das atividades, à medida que os alunos se inteiravam dos problemas propostos, realizavam definições, discutiam entre si e utilizavam a linguagem para agir nas situações investigadas.

Conforme abordado por Moreno (2012), o sentido não se manifesta anteriormente à ação, mas se constitui por meio dos usos da linguagem, nas diversas atividades humanas. Assim, percebe-se que, para os alunos, os sentidos foram surgindo quando a matemática passou a ser usada como forma de compreender o mundo.

O percurso que os alunos seguiram no processo de desenvolvimento das atividades, desde o contato inicial até os resultados encontrados por eles, evidencia que a compreensão das situações não se deu de forma imediata ou apenas pelas informações iniciais apresentadas, mas emergiu do próprio fazer, das interações e das experiências construídas coletivamente.

Considerando esse percurso, percebe-se um alinhamento com as concepções de Gottschalk (2013) sobre a constituição de significados por meio dos conhecimentos adquiridos por parte dos alunos.

> [...] o conhecimento que vai sendo “armazenado” pelo aluno não é homogêneo. Parte deste saber tem uma função descritiva, suas proposições dizem como as coisas são, enquanto que outra parte deste saber tem uma função constitutiva dos significados que atribuímos às nossas experiências em geral, dizem o quê as coisas são (Gottschalk, 2013, p. 671).

Essa concepção reforça os pontos observados durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, em que os alunos foram compreendendo os fenômenos ambientais abordados nas situações-problema ao se apropriarem das regras que orientaram o uso da matemática, aprendendo a utilizá-las para a interpretação das atividades.

Respaldando-se na compreensão de Gottschalk (2007; 2010), de que o sentido se configura no uso que fazemos da linguagem nos diferentes contextos, a análise dos dados apresenta que o sentido emerge no uso e que, especificamente nas atividades de modelagem, esse processo é permeado pelas investigações realizadas pelos alunos. Nessas investigações, os alunos necessitaram tomar decisões, delinear critérios, reformular, quando necessário, as regras inicialmente estabelecidas e modificar ou definir novos procedimentos para o desenvolvimento.

Esse entendimento está ancorado nos níveis de articulação dos sentidos, tanto na introdução de paradigmas na linguagem, quanto na organização e no uso dos jogos de linguagem, como abordado em Moreno (1995), em que a compreensão e as ações dos alunos envolvem operar com regras, que não são absolutas e podem ser ajustadas conforme a necessidade dos jogos jogados pelos alunos.

Nas diferentes atividades, observaram-se ações recorrentes, como a coleta de dados por um período determinado, a definição de quais informações seriam relevantes e deveriam ser consideradas para a resolução dos problemas, o ajuste de regras, principalmente em relação a conhecimentos não estabelecidos que foram sendo construídos ao longo do processo, e a validação dos resultados a partir dos contextos de cada atividade. Esses movimentos, identificados nas árvores de associações e nas interações entre os grupos, relacionam-se diretamente às fases de uma atividade de modelagem matemática, conforme apresentadas por Almeida, Silva

e Vertuan (2016), e revelam que a compreensão das situações-problema se deu à medida que os alunos passaram a avaliar criticamente se suas escolhas faziam sentido para o andamento das investigações e para a interpretação dos fenômenos analisados.

A análise dos dados também evidenciou que o sentido está vinculado aos jogos de linguagem mobilizados pelos alunos ao longo do desenvolvimento das atividades. As expressões utilizadas nas interações, como “não faz sentido”, “recolher mais de um dia”, “não teria como guardar”, “como que eu vou medir?”, “juntando fica fácil”, “tentamos misturar” e “não jogar ela fora e misturar”, associam-se a momentos em que os alunos avaliaram os procedimentos, questionaram os caminhos inicialmente pensados ou perceberam a necessidade de redirecionar o percurso investigativo, reorganizando ações para a construção do modelo.

Em seus aforismos, Wittgenstein (2022) reflete sobre os jogos jogados, determinados por regras.

> § 54. Imaginemos em que casos dizemos que um jogo será jogado segundo uma determinada regra!
> A regra pode ser um recurso do ensino no jogo. Ela informaria o aprendiz e ensaiaria a sua aplicação. – Ou ela seria um instrumento do próprio jogo. – Ou: uma regra não tem emprego no ensino nem no próprio jogo; ou sequer é relegada a uma lista de regras. Aprende-se o jogo quando se assiste como os outros jogam. Mas nós dizemos que isto é jogado segundo tal e tal regra, porque um observador pode ler estas regras na prática do jogo, – como uma lei natural que as ações do jogo seguem — Como, entretanto, o observador diferencia, neste caso, entre uma falha dos jogadores e uma ação do jogo correta? – Há, para isto, indícios na conduta do jogador. Imagine a conduta característica daquele que corrige um ato falho. Seria possível reconhecer que alguém faz isto mesmo quando não compreendemos sua língua. (Wittgenstein, 2022 p. 58)

Considerando essa perspectiva, compreende-se que as regras de um jogo são visíveis pela forma como os jogadores agem e conduzem suas ações, distinguindo quais são adequadas ou equivocadas (Wittgenstein, 2022). No contexto dessa pesquisa, as expressões utilizadas pelos alunos e os ajustes realizados a partir da avaliação dos caminhos escolhidos para o desenvolvimento das atividades funcionaram como indícios de que estavam aprendendo a jogar o jogo da modelagem matemática, e o sentido foi se constituindo no próprio uso da linguagem.

Para Tortola e Sousa (2023, p. 356) “a aprendizagem das regras matemáticas, por sua vez, está associada também às especificidades dos jogos de

linguagem que circundam a matemática". Os usos da linguagem identificados nas interações entre os grupos, apontam que a compreensão de uma situação-problema esteve relacionada à forma como os alunos operam dentro de um conjunto de regras que está em uso e identificam que as regras não são fixas, ou seja, que, na matemática, quando um caminho traçado não resulta na resposta esperada ou não é adequado para determinada situação, as regras podem e devem ser ajustadas, estabelecendo, assim, novas regras, e no contexto da modelagem matemática, ajustando-se às necessidades que emergem da investigação.

Almeida e Tortola (2022, p. 228) dissertam que os usos "são regidos por regras e a descrição dos usos deve passar pela descrição das regras". Assim, compreende-se que o sentido não foi estabelecido partindo de definições formais, mas emergiu dos usos da linguagem articulados nas investigações realizadas pelos alunos, o que permitiu a configuração do sentido, à medida que interpretavam e validavam suas escolhas ao longo do desenvolvimento das atividades.

Conforme evidenciado na análise apresentada no capítulo anterior, o sentido emergiu quando números passaram a expressar fenômenos ambientais concretos e os alunos compreenderam que as ações humanas estão diretamente relacionadas aos problemas investigados, como o volume de resíduos gerados, a quantidade de água desperdiçada, a poluição dos mares e os impactos da urbanização sem arborização na qualidade do ar.

Caldeira, Costa e Cambi (2020, p. 7) apontam que "na concepção de Wittgenstein, uma afirmação matemática nem sempre é produto de algum tipo de constatação, mas ela é uma certeza, uma proposição que desempenha papel normativo que organiza a experiência empírica do ser humano". Nesse sentido, no percurso das investigações realizadas pelos alunos, a matemática assumiu um papel importante, pois é por meio do uso de diferentes recursos matemáticos, como medidas, comparações, estimativas, cálculos e representações, que os alunos conseguiram interpretar os fenômenos ambientais abordados, transformando resultados numéricos em informações que tenham sentido concreto na realidade vivida.

Dessa forma, os usos da linguagem mostraram-se essenciais nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas para que os alunos percebessem o sentido nas ações matemáticas realizadas e compreendessem que a matemática pode ser utilizada para interpretar diversos problemas reais. Por

conseguinte, o sentido não esteve vinculado a recursos matemáticos pré-estabelecidos, mas à articulação entre linguagem e matemática por meio de atividades investigativas, evidenciando que a compreensão de uma situação-problema envolve múltiplas ações humanas. Essa compreensão abre espaço para abordar, a seguir, o papel dos usos da linguagem na organização das ações, das decisões e das interpretações produzidas ao longo das atividades de modelagem matemática.

Os Usos Da Linguagem Nas Interações De Atividades Investigativas

A análise dos dados possibilita compreender que, nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas, a linguagem desempenhou um papel muito relevante na organização das ações dos alunos. Isso porque a linguagem não está vinculada apenas à fala ou à escrita, mas aos seus diferentes usos, como planejar ações, questionar um ponto não compreendido ou reformular regras. Nas interações entre os grupos, os alunos utilizaram a linguagem em todos os momentos, desde a fase inicial de inteiração com o tema de cada atividade até a validação dos resultados encontrados.

Esses usos manifestaram-se nos diálogos estabelecidos, nas tomadas de decisões, nas dúvidas expressadas, nas regras reestruturadas quando novos conhecimentos foram incorporados e nos diferentes jogos de linguagem mobilizados durante as atividades. Gottschalk (2010) salienta que o uso dos jogos de linguagem evidencia que a linguagem está imersa nas práticas e nos hábitos das atividades humanas.

Ainda sobre os jogos de linguagem:

> A dinâmica da linguagem expressa pelos jogos de linguagem, não compactua com a ideia de que para jogar um jogo é necessário que ele seja composto por regras rígidas ou prescrições situadas que descrevem limites precisos para o jogo. [...] as regras podem ter natureza convencional e podem ser aprendidas de modo tácito, nas vivências do cotidiano, por exemplo, ou de modo explícito, como é o caso das atividades de ambientes educacionais (Almeida; Tortola, 2022, p. 229).

Desse modo, compreende-se que a linguagem não foi utilizada pelos alunos apenas como um meio de comunicação, mas como um elemento que organizou suas ações e permitiu a realização das investigações nas atividades de

modelagem, orientando os caminhos escolhidos por eles para responder às situações-problema de cada uma das atividades desenvolvidas.

Nas interações estabelecidas durante as investigações realizadas, os usos da linguagem apresentaram-se como essenciais para a manifestação do sentido, pois, como abordado por Gottschalk (2010), é no uso que se compreendem os sentidos. As recorrências observadas nas árvores de associações, nas interações coletivas e nos registros dos grupos mostram que a linguagem em uso foi mobilizada para que os alunos conseguissem compreender as situações-problema investigadas, e, de forma indireta traçassem hipóteses, analisassem os dados que seriam necessários para matematizar cada atividade, fizessem uso de recursos matemáticos e de conhecimentos prévios para responder aos problemas.

Em diferentes momentos, quando as regras conhecidas não possibilitavam a continuidade das investigações, observou-se a mobilização de novos conhecimentos e a reorganização dos procedimentos adotados. Esse movimento de readequação evidenciou que novas regras podem ser operadas quando necessário. Essa percepção vai ao encontro com as conjecturas de Almeida e Tortola (2022), os quais apontam que a linguagem possibilita diversos caminhos, e que os jogos de linguagem libertam “para escolhas e encaminhamentos segundo pontos de vista diversos, seja para a situação da realidade, seja para a abordagem dos conceitos matemáticos no interior das atividades de modelagem (Almeida; Tortola, 2022, p. 239)”.

Os jogos de linguagem mobilizados pelos alunos ao longo das atividades favoreceram a interpretação dos resultados numéricos e a significação desses resultados no contexto ambiental. Assim, conforme indicado por Moreno (2012), compreende-se que esses jogos mobilizados evidenciam que o sentido emerge em meio às ações e às decisões tomadas pelos alunos no decorrer das investigações.

Essa compreensão ancora-se nos pressupostos de Tortola e Almeida (2016; 2018), Sousa (2017; 2021) e Sousa e Almeida (2019) sobre jogar o jogo da linguagem, em que a utilização da linguagem matemática em diferentes situações é determinada pelo uso.

Todos os movimentos estabelecidos pelo uso revelam que o sentido nas atividades de modelagem matemática não emergiu de forma imediata ou linear, mas foi se constituindo progressivamente, por meio das interações, à medida que os

alunos compreendiam como a matemática poderia ser utilizada para representar os fenômenos investigados.

Considerando o entendimento de Tortola e Almeida (2018) sobre linguagem, percebeu-se que, nas atividades, a formação matemática dos alunos ocorreu ao passo que conseguiram fazer uso de proporções matemáticas para resolver situações-problema, por meio de regras que orientaram os usos da matemática, inserindo-se, assim, em diferentes jogos de linguagem.

Costa (2019) alude que, ao levar em consideração a matemática como “[...] jogos de linguagem que marcam a presença de uma regra, e ao pensar sobre o significado de tais regras, vem à tona o modo como dar significado às elas no ensino de matemática” (Costa, 2019, p. 6). Nesse cenário, compreende-se que a modelagem matemática mostrou-se relevante por proporcionar um espaço em que a linguagem e a matemática se articulassem, possibilitando que, por meio de atividades investigativas, os alunos conferissem sentido ao perceber que representações matemáticas, como medidas, estimativas e proporcionalidade, podem estar diretamente vinculadas a um evento concreto da realidade.

Outro movimento verificado é em relação ao modo como os usos da linguagem estiveram diretamente associados à forma como os alunos lidaram com as regras estabelecidas e com as regras que ainda não tinham sido definidas. Expressões utilizadas por eles, observadas na análise, como “não faz sentido”, “como nós amos recolher por uma semana se somos grupos diferentes?”, “recolher mais de um dia”, “a gente pode?”, “como que eu vou medir 1800?”, não se configuraram apenas como falas espontâneas, mas como marcadores do próprio processo investigativo. Neste ponto, a linguagem foi utilizada para reorganizar as ações dos alunos, uma vez que os questionamentos expressados por eles demonstraram a compreensão de que as regras inicialmente estabelecidas poderiam ser alteradas.

A partir dessa compreensão, é possível interpretar que os questionamentos realizados pelos alunos e a forma como se expressaram revelam que não são apenas dúvidas pontuais, mas também a construção e reorganização de regras que possibilitaram a manifestação do sentido por meio dos jogos de linguagem mobilizados. Os alunos estavam, conforme apontado por Moreno (2012), estabelecendo critérios para eleger quais ações seriam adequadas ao contexto analisado. As regras foram sendo construídas no próprio uso da linguagem, possibilitando que o sentido emergisse em meio às investigações, quando os alunos

passaram a compreender que as regras podem ser ajustadas em função das necessidades que surgiam no desenvolvimento das atividades.

As árvores de associações e os registros dos grupos mostram que os alunos reconheceram que as regras em uso não eram fixas ou definitivas, mas passíveis de reformulação quando deixavam de atender aos objetivos da atividade. Assim, o sentido emergiu quando os alunos conseguiram compreender e determinar que os caminhos traçados não eram favoráveis para a resolução que estavam desenvolvendo, exigindo o estabelecimento de novas regras para a continuidade dos processos investigativos.

Sousa (2017, p. 60) salienta que “para jogar um jogo é preciso saber as regras que o regem, o comportamento que se espera neste ou naquele contexto”. Nessa pesquisa, a reorganização das regras, possibilitou que a matemática fosse mobilizada não apenas como um conjunto de procedimentos definidos, mas como uma ferramenta relevante para as investigações. As dúvidas relacionadas a como realizar as medições, por exemplo, evidenciam que a linguagem teve um papel mediador entre a situação investigada e os recursos matemáticos disponíveis. Foi nesses momentos de interação que os recursos matemáticos utilizados pelos alunos, tais como medidas, estimativas, aproximações, proporções e comparações, passaram a fazer sentido em um contexto concreto, assumindo relevância na interpretação do problema investigado.

Caldeira, Costa e Cambi (2020) argumentam que, quando um indivíduo ao conhecer melhor os jogos de linguagem da matemática, ele também se apropria das regras e convenções que constituem esses jogos, o que possibilita a leitura e a identificação da matemática presente no cotidiano, considerando que a própria matemática é uma atividade humana (Sousa; Tortola, 2021). Nessa perspectiva, compreende-se que a matemática não foi incorporada às atividades de modelagem desenvolvidas de forma definida, mas por meio dos usos, uma vez que as ações dos alunos e as decisões tomadas encaminharam o uso da matemática como uma ferramenta para compreender e resolver as situações-problema, interpretar os resultados e validá-los.

Dessa forma, este momento reflexivo evidenciou que modelar situações no contexto da Educação Ambiental envolve a articulação entre prática, matemática e linguagem, sendo a matemática compreendida como uma linguagem

em uso que possibilita aos alunos compreender sentidos ao agir, interpretar resultados e reestruturar seus próprios processos investigativos.

A Articulação Entre Modelagem Matemática E Educação Ambiental

Por meio da análise das atividades desenvolvidas, é possível observar que a Educação Ambiental (EA) como cenário investigativo para as atividades de modelagem matemática, constitui-se como um elemento central para o sentido no uso da matemática.

Almeida e Dias (2004) versaram que a modelagem matemática pode ser compreendida como uma atividade cooperativa em que as interações apresentam-se como elemento relevante para a construção de conhecimentos, além de possibilitar a fortificação de uma relação social, visto que as investigações podem partir desse meio. Nesse ponto, a articulação entre modelagem matemática e EA evidenciou que problemas socioambientais presentes no cotidiano e advindos da realidade, como a quantidade de lixo gerado, o desperdício de água, a poluição do mar e a arborização em espaços urbanos, possibilitaram que os alunos mobilizassem recursos matemáticos para interpretar fenômenos reais.

Nesse cenário, a EA não esteve presente como um tema desassociado da matemática, mas como um campo que oportunizou diversas ações investigativas, a tomada de decisões pelos alunos sobre os caminhos a serem seguidos em cada atividade e o uso de recursos matemáticos, tanto aqueles já conhecidos quanto outros que foram sendo construídos a partir da instauração de novas regras, favorecendo a manifestação do sentido na prática.

> Ao desenvolver atividades de modelagem matemática os alunos colocam em jogo conhecimentos associados tanto ao fenômeno investigado, quanto à matemática, podendo ser esses conhecimentos já apreendidos em outros momentos ou introduzidos na medida em que são necessários na investigação do problema (Tortola; Almeida, 2018, p. 144)

As atividades de modelagem apresentadas e desenvolvidas com os alunos possibilitaram que situações ambientais, inicialmente abordadas no âmbito dos problemas socioambientais, fossem articuladas e transformadas em situações passíveis de investigação matemática. Nesse contexto, com base nas disposições de Tortola e Almeida (2016), observou-se que a modelagem matemática mostrou-se

relevante ao colocar o aluno diante de situações da realidade que possibilitam a interpretação por meio da linguagem matemática.

Os pensamentos de Gottschalk (2023) sobre o papel das proposições e enunciados matemáticos no ensino de matemática, possibilitaram reflexões sobre as situações-problema delineadas nas atividades desenvolvidas pelos alunos. Nessa pesquisa, a modelagem matemática, como alternativa pedagógica, não abordou enunciados fechados, como em atividades padronizadas, principalmente por esse não ser o intuito da modelagem, mas oportunizou que, em meio aos temas trabalhados, os alunos pudessem configurar situações-problema que proporcionassem caminhos investigativos.

Ao tratar de questões como a quantidade de lixo gerado na escola, o desperdício de água, a dificuldade de limpeza das águas poluídas pelo petróleo e a distribuição de árvores em espaços escolhidos para arborização, os alunos precisaram realizar coletas de dados, definir quais informações seriam relevantes para a resolução das situações-problema e estabelecer os meios que seriam utilizados para representar essas situações por meio da matemática. Esse movimento, evidenciado na análise, permeia as fases compreendidas como parte de uma atividade de modelagem matemática, conforme definido por Almeida, Silva e Vertuan (2016), e revela que a matemática não foi mobilizada de forma aleatória, mas emergiu da necessidade de compreender os problemas ambientais investigados, funcionando como uma ponte entre o fenômeno real observado e a construção de representações matemáticas que possibilitassem interpretar a realidade.

Assim como apontado por Gottschalk (2023):

> [...] as relações entre a linguagem matemática e o mundo empírico são mediados por jogos de linguagem, que precisam ser aprendidos, suas regras são condições para que possamos descrever o mundo empírico com sentido em diferentes contextos de aplicação (Gottschalk, 2023, p. 15).

Em relação à modelagem matemática, Sousa e Almeida (2019, p. 173) indicam que ela “pode ser entendida como uma maneira de organizar situações empíricas por meio da linguagem matemática”. Nesta pesquisa, ao compreender a modelagem matemática como um jogo de linguagem, observou-se que, ao jogarem esse jogo, os alunos conseguiram lidar com diferentes temas da realidade e utilizaram

a linguagem matemática como recurso para representar as situações-problema desenvolvidas.

Outro fator relevante evidenciado na análise dos dados é que o sentido se evidenciou quando os números deixaram de ser compreendidos apenas como resultados de cálculos e passaram a representar os fenômenos ambientais investigados. Ao quantificar o lixo produzido nas salas de aula e o desperdício de alimentos nas refeições da escola, estimar a quantidade de água desperdiçada nas trocas de água das garrafinhas, comparar a quantidade de óleo removido da água na simulação do petróleo no mar e calcular o número de árvores que caberiam nos espaços ao redor da escola, os alunos compreenderam que os valores obtidos não eram números isolados, mas expressavam impactos reais decorrentes das ações humanas em relação ao meio ambiente.

> Mesmo que o ponto de partida para o uso da matemática seja uma situação empírica, associada a um modelo físico, é importante que a introdução das técnicas matemáticas de comparação, classificação e proporcionalidade sejam feitas para além do contexto empírico (Tortola; Sousa, 2023, p. 362).

Nessa compreensão, a matemática deixou de assumir um papel apenas abstrato e quantitativo e passou a desempenhar uma função interpretativa, permitindo que os alunos relacionassem grandezas numéricas a situações vivenciadas tanto no contexto escolar quanto no contexto socioambiental, favorecendo a percepção de que problemas ambientais podem ser analisados e discutidos por meio de representações matemáticas construídas em processos investigativos.

A articulação entre modelagem matemática e EA também proporcionou o desenvolvimento de uma postura mais crítica por parte dos alunos diante dos problemas investigados. Ao refletirem, e analisarem os dados produzidos por eles mesmos e interpretarem os resultados obtidos, foi possível observar que os alunos passaram a reconhecer que as ações cotidianas do ser humano, muitas vezes realizadas de forma naturalizada, acarretam consequências prejudiciais ao meio ambiente.

Os documentos oficiais e organizações sociais discorrem sobre a importância de ser trabalhada a EA em sala de aula, atrelada a outras áreas do conhecimento, para que os alunos tenham um olhar crítico em relação às questões

socioambientais e sustentáveis, com o intuito de reduzir os impactos ambientais causados pelas ações humanas (Menezes, 2021; Brasil, 1988, 1999, 2012; Comunidade Educativa, 2020).

O reconhecimento desses temas por parte dos alunos desencadeou reflexões tanto sobre as próprias ações no cotidiano quanto sobre práticas socioambientais em um contexto mais amplo, uma vez que os resultados obtidos ao longo das atividades “Lixo na Escola”, “Desperdício de Água” e “Petróleo no Mar” representam o impacto prejudicial das ações humanas, enquanto a atividade “Arborização” destacou que ações como o plantio de árvores podem contribuir para a melhoria da qualidade do ar e para o bem-estar em ambientes urbanos.

Como abordado por Costa (2019), a modelagem matemática “se constitui como uma situação empírica passível de verificação e refutação por meio da experiência e que implica no uso do sistema matemático escolar, [...] uso de regras para abordar tais situações” (Costa, 2019, p. 8). Nesse ponto, percebe-se que, nesta pesquisa a modelagem matemática contribuiu para que os alunos não apenas resolvessem situações-problema, mas também refletissem criticamente sobre o papel do ser humano nos fenômenos ambientais analisados.

O sentido por meio das atividades de modelagem matemática não se deu apenas pelos resultados obtidos, mas pelo que esses resultados passaram a representar, uma vez que os alunos conseguiram compreender os dados matemáticos como expressões concretas dos fenômenos investigados. Nesse processo, os resultados possibilitaram reflexões sobre os impactos ambientais, as ações humanas envolvidas e o modo como a matemática pode contribuir para representar, interpretar e discutir diversos problemas ambientais.

Em linhas gerais, as reflexões que emergiram a partir dos dados analisados evidenciam que a articulação entre modelagem matemática e EA favoreceu a manifestação do sentido no uso da matemática, uma vez que os alunos a utilizaram para compreender e interpretar problemas reais. Ao longo das atividades, a matemática emergiu como uma prática vinculada às ações humanas, sustentada pela linguagem, pelas investigações realizadas por parte dos alunos em meio às decisões tomadas em relação aos caminhos a serem seguidos para resolver as situações-problema.

Assim, o sentido não esteve associado a exercícios matemáticos padronizados, mas à possibilidade de usar a matemática como meio para interpretar

fenômenos ambientais e refletir criticamente sobre o papel do ser humano no cenário ambiental, consolidando a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que possibilita um espaço formativo no qual linguagem e matemática se articulam na prática.

A Figura 55 apresenta a Árvore de Associações de Ideias elaborada a partir das análises e reflexões decorrentes dos dados produzidos, com o objetivo de sintetizar os principais resultados advindos da pesquisa desenvolvida. A árvore tem como foco apresentar os principais elementos relacionados à constituição de sentido nos usos da linguagem em atividades de modelagem matemática, sendo este o ponto central da árvore.

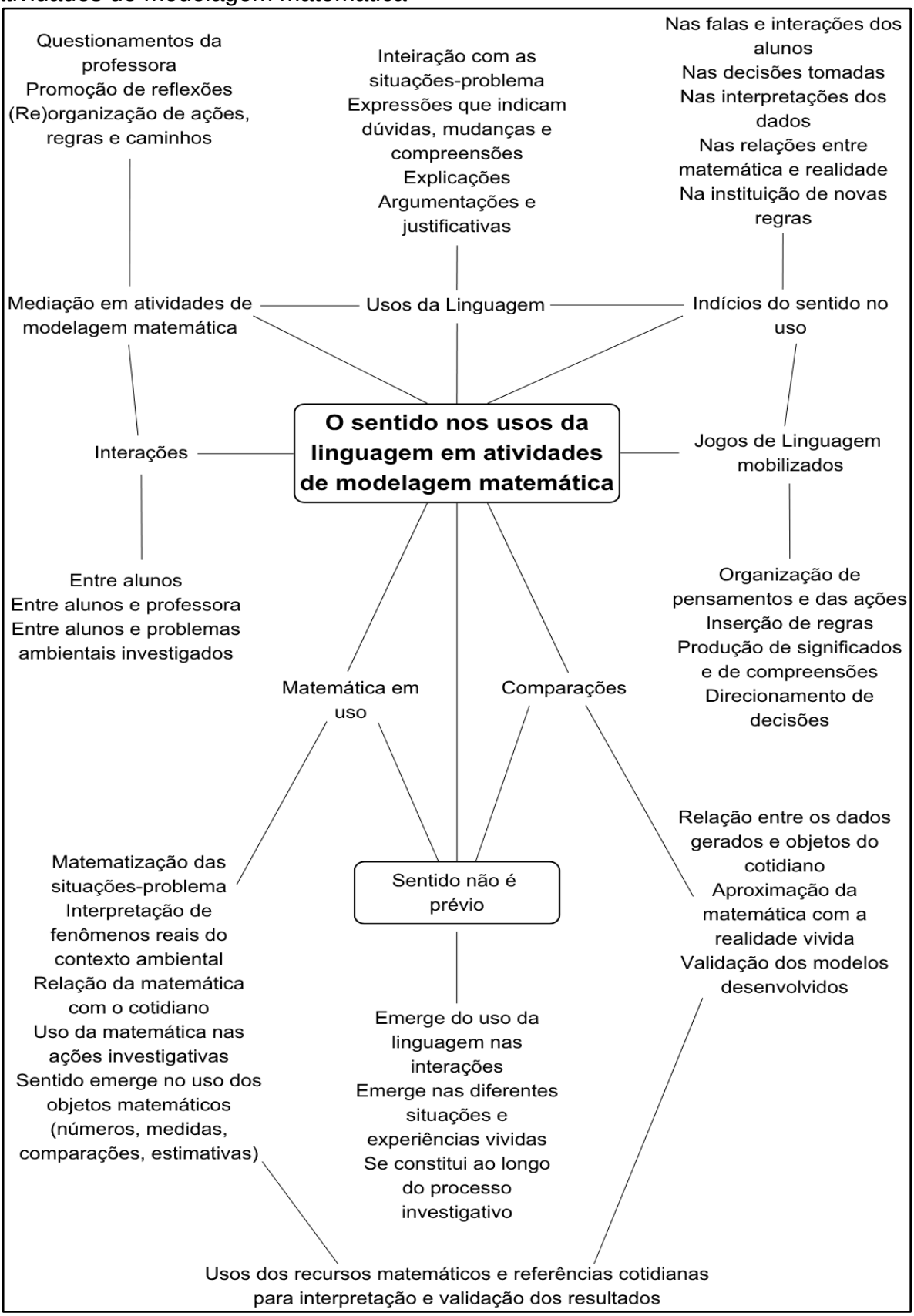
A partir desse ponto central, derivam-se oito ramificações que abordam aspectos importantes relacionados aos resultados da pesquisa. Entre esses elementos, destaca-se o sentido não prévio, observado durante todo o desenvolvimento das atividades. Entre os outros ramos, evidenciam-se as interações, os usos da linguagem, os indícios do sentido no uso, o papel dos jogos de linguagem mobilizados, as comparações e a matemática em uso.

Todos os pontos ligados ao centro da árvore evidenciam como o sentido se constituiu e se manifestou ao longo das ações e dos processos investigativos dos alunos nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por meio do produto educacional implementado.

Observou-se que as interações configuraram-se como espaço fundamental para o desenvolvimento das ações investigativas, enquanto a mediação da professora/pesquisadora atuou como elemento de articulação no processo do fazer modelagem, contribuindo para a construção dos caminhos investigativos a serem seguidos pelos alunos, bem como para o avanço nas discussões ambientais que se relacionavam a cada atividade.

Os usos matemáticos e as comparações realizadas pelos alunos desempenharam um papel fundamental na aproximação da matemática com a realidade, permitindo a validação dos modelos e a compreensão dos resultados produzidos. Os usos da linguagem e os jogos de linguagem mobilizados orientaram os modos de agir, pensar, tomar decisões e definir ações, evidenciando o papel da linguagem na construção de significados, o que contribui para os indícios de sentido observados.

Figura 55 - Árvore de Associações de Ideias: o sentindo nos usos da linguagem em atividades de modelagem matemática



Fonte: a autora.

De modo geral, a Árvore (Figura 55) evidencia que o sentido nos usos da linguagem se constituiu de forma articulada na relação entre modelagem matemática e a Educação Ambiental, enquanto cenário para o desenvolvimento de atividades investigativas, bem como nas interações entre os alunos e na forma como estes utilizaram a matemática para interpretar situações do cotidiano.

Para finalizar, o próximo capítulo retoma a questão norteadora e o objetivo da pesquisa, apresentando considerações sobre os dados analisados, sintetizando as contribuições desta pesquisa, assim como suas limitações e possibilidades para investigações futuras.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa estabelece um diálogo entre a modelagem matemática e os princípios da filosofia de Ludwig Wittgenstein, partindo da questão norteadora: que usos da linguagem se evidenciam em atividades de modelagem matemática e contribuem para o sentido que os alunos conferem àquilo que aprendem? Para tanto, teve-se como objetivo investigar os usos da linguagem que se evidenciam em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando sua contribuição para o sentido que os estudantes conferem àquilo que aprendem, à luz da perspectiva wittgensteiniana.

Nesse contexto, retoma-se o percurso investigativo desenvolvido, considerando as principais compreensões construídas a partir da análise e das reflexões realizadas sobre o sentido em atividades de modelagem matemática articuladas à Educação Ambiental. Nessa direção, as considerações finais buscam explicitar, à luz dos referenciais teóricos que fundamentam essa pesquisa, os principais entendimentos produzidos, evidenciando a relação entre linguagem, modelagem matemática e Educação Ambiental.

Como parte inicial desta pesquisa, foi realizado um Mapeamento Sistemático de Literatura (MSL) para identificar os Produtos Educacionais desenvolvidos nos Programas Profissionais *Stricto Sensu* nos últimos anos, no estado do Paraná. A partir desse mapeamento, observou-se que, embora existam diversas pesquisas no campo da modelagem matemática, ainda há muitas possibilidades a serem exploradas no que se refere ao público do Ensino Fundamental, Anos Iniciais, uma vez que, em grande parte dos casos, os produtos desenvolvidos apresentam uma natureza mais teórica e são direcionados, principalmente, aos professores.

Diante desse cenário, foi desenvolvida como Produto Educacional (PE), uma plataforma digital intitulada *"Modelando o Planeta"*, composta por atividades de modelagem matemática no âmbito da Educação Ambiental, destinadas principalmente a alunos dos Anos Iniciais. O desenvolvimento deste PE teve como propósito ampliar as possibilidades para essa faixa etária, por meio de recursos interativos e atividades investigativas que exploram temáticas ambientais. Nessa perspectiva, o Produto Educacional articula a modelagem matemática com questões socioambientais, em consonância com os pressupostos da Educação Ambiental, compreendida como uma prática social e formativa (Brasil, 2012). Além disso,

considera-se que o papel da matemática, nesse contexto, é o de atuar como meio para interpretar e representar fenômenos da realidade, e não como um fim em si mesma (Caldeira; Meyer, 2001). O PE foi produzido com base no Design de Interações (Rogers; Sharp; Preece, 2005), de forma a promover não apenas a interatividade, mas principalmente a manter um teor pedagógico e coerente com as intencionalidades educacionais da pesquisa.

Os referenciais teóricos adotados nesta pesquisa corroboraram para a compreensão dos dados produzidos e orientaram as escolhas metodológicas realizadas ao longo do percurso investigativo. Nesse sentido, a perspectiva filosófica de Wittgenstein, que compreende o sentido a partir dos usos da linguagem (Wittgenstein, 2013; 2022), ancorada no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e articulada a uma abordagem qualitativa, possibilitou a análise dos dados considerando as ações, interações e registros dos alunos. Somam-se a isso as contribuições da epistemologia de Moreno acerca do sentido pelo uso (Moreno, 2012) e as discussões de Gottschalk sobre jogos de linguagem (Gottschalk, 2010; 2013), que também ofereceram sustentação para a interpretação dos dados produzidos.

A utilização da Árvore de Associações (Spink, 2010; 2013) como recurso analítico mostrou-se coerente com os pressupostos teóricos da pesquisa, pois possibilitou que as análises fossem realizadas não apenas a partir dos resultados obtidos, mas também considerando todo o processo investigativo que permeou as atividades de modelagem matemática e o sentido evidenciado pelos alunos em seus diferentes usos da linguagem ao longo do desenvolvimento das atividades.

A partir da análise dos dados coletados ao longo das atividades, foi possível compreender que o sentido em atividades de modelagem matemática não ocorre de forma direta ou a partir de definições previamente estabelecidas, mas se manifesta progressivamente, à medida que o modelador, neste caso, os alunos, utiliza a linguagem por meio de suas ações e práticas investigativas. Nesse processo, o sentido emergiu à medida que os alunos realizaram definições, tomaram decisões, estabeleceram e reorganizaram regras, interpretaram dados, utilizaram a matemática como recurso para compreender os fenômenos ambientais e validaram os resultados obtidos. Em todos esses processos, a linguagem se fez presente, mostrando-se associada às fases de uma atividade de modelagem matemática (Almeida; Silva; Vertuan, 2016), evidenciando que a compreensão de uma situação-problema envolve

múltiplas ações, como agir, comunicar, interpretar e refletir sobre o percurso escolhido no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

Essa compreensão destacou-se nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas ao longo da pesquisa, nas quais foi possível observar que o sentido emergiu no decorrer das investigações realizadas pelos alunos. As situações-problema, situadas em contextos ambientais, relacionadas à quantidade de lixo gerado na escola, ao desperdício de água, à simulação do mar poluído pelo petróleo e à arborização dos espaços nas escolas, possibilitaram que os alunos mobilizassem diferentes jogos de linguagem, evidenciando que a linguagem foi utilizada nos diferentes processos que envolvem a modelagem.

Os jogos de linguagem mobilizados apresentaram-se especialmente nos momentos em que se fez necessário definir caminhos investigativos, esclarecer dúvidas, refletir sobre os temas abordados, realizar escolhas matemáticas, mobilizar regras conhecidas pelos alunos e reorganizar ações para o estabelecimento de novas regras. Expressões identificadas nas interações entre os grupos, como “não faz sentido”, “como que eu vou medir?” e “recolher mais de um dia”, indicam que, em diversos momentos, os alunos precisaram avaliar seus caminhos investigativos. Nos jogos de linguagem utilizados, o sentido não foi prévio, mas emergiu e foi se constituindo por meio dos usos que os alunos fizeram da linguagem, à medida que a matemática passou a ter um caráter concreto, não sendo compreendida apenas como um conjunto de números abstratos, mas como forma de representar e interpretar fenômenos ambientais, o que dialoga com a perspectiva wittgensteiniana de que o significado se constitui nos diferentes usos da linguagem (Wittgenstein, 2013; 2022), em articulação com a compreensão de Moreno (2012) acerca da constituição de sentido pelo uso.

A partir das práticas desenvolvidas nas atividades de modelagem matemática, os alunos passaram a utilizar números, medidas, estimativas, cálculos e comparações como recursos para interpretar e compreender os fenômenos ambientais abordados nas situações-problema. Ao quantificarem os resíduos produzidos na escola, estimarem a água desperdiçada a partir do uso das garrafinhas, ponderarem sobre os materiais mais adequados para a limpeza da água poluída com óleo, na simulação do derramamento de petróleo no mar, e identificarem espaços possíveis para arborização na escola, observou-se que os dados matemáticos produzidos deixaram

de ser apenas resultados numéricos e passaram a representar informações com sentido para a realidade vivida.

Outro entendimento relevante evidenciado por meio da análise, refere-se ao trabalho coletivo proporcionado pela modelagem matemática. Foi perceptível, em meio às interações, que o desenvolvimento das atividades em grupo favoreceu a troca de ideias, a compreensão de que existem diferentes pontos de vista que podem ser alinhados e a organização dos caminhos investigativos. Nesse sentido, observou-se que as interações entre os alunos oportunizaram a construção de estratégias coletivas e a percepção do uso da matemática. Assim, possibilitou-se que os alunos compreendessem que a utilização da matemática não é imutável, mas passível de ajustes quando se faz necessário. Nesse contexto, evidenciou-se que a matemática se configura como uma prática humana construída e reconstruída no uso, o que contribuiu para a consolidação do sentido nas atividades de modelagem.

Ainda que as contribuições observadas evidenciem que atividades investigativas, tendo a modelagem matemática como alternativa pedagógica, possibilitaram a manifestação do sentido na matemática, reconhece-se que esta pesquisa apresenta algumas limitações, as quais também podem ser compreendidas como possibilidades para investigações futuras. O estudo foi desenvolvido em um contexto específico, com uma turma dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que não permite a generalização dos resultados obtidos para diferentes contextos.

Além disso, o tempo destinado ao desenvolvimento das atividades de modelagem matemática disponibilizadas na plataforma digital, embora suficiente para as investigações propostas, delimitou outras possíveis observações. Tal delimitação relaciona-se, entre outros fatores, à organização curricular da escola, que demanda o cumprimento dos conteúdos previstos nos documentos oficiais, bem como ao tempo destinado à preparação dos alunos do 5º ano dos Anos Iniciais, para avaliações externas exigidas pelos sistemas de ensino brasileiro, com materiais específicos que também devem ser trabalhados. Soma-se a isso o fato de a pesquisadora não ser professora regente da turma no ano de desenvolvimento das atividades, o que restringiu o tempo de convivência com os alunos e dificultou, por exemplo, a exploração mais aprofundada de algumas ferramentas digitais. Esses aspectos, de modo geral, limitaram a observação de processos em que o sentido se manifesta em períodos mais longos.

No que se refere às dificuldades encontradas ao longo do percurso investigativo, destaca-se a necessidade de adequação das atividades à dinâmica da escola. Em diferentes momentos, os alunos precisaram utilizar distintos ambientes para o desenvolvimento das atividades, o que exigiu reorganização e planejamento, sem, contudo, inviabilizar a realização das atividades. O uso de recursos tecnológicos também demandou adaptações, tanto em relação ao tempo disponível quanto às condições de acesso, exigindo flexibilidade na condução das atividades. Conforme já apontado nas limitações desta pesquisa, tais dificuldades não impediram o desenvolvimento das propostas, mas evidenciaram a necessidade de ajustes ao longo do processo investigativo.

Contudo, as limitações e dificuldades identificadas abrem espaço para pesquisas futuras. Estudos que possibilitem um tempo maior para o desenvolvimento de atividades e que envolvam diferentes turmas ou níveis de ensino, bem como pesquisas que aprofundem os temas relacionados à Educação Ambiental e à Sustentabilidade ou a outros temas transversais indicados nos documentos oficiais, podem possibilitar o aprofundamento da compreensão dos processos de uso da linguagem na constituição do sentido por meio de atividades de modelagem matemática.

Do ponto de vista científico, espera-se que os dados produzidos nessa pesquisa contribuam para o avanço das discussões sobre as potencialidades que o trabalho com a modelagem matemática pode proporcionar para o ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. No âmbito pedagógico, a plataforma digital *Modelando o Planeta*, Produto Educacional resultante dessa pesquisa, é disponibilizada como um recurso educacional aberto, ampliando as possibilidades de uso por outros professores interessados em desenvolver atividades investigativas no ensino de matemática. No campo social, a articulação entre modelagem matemática e Educação Ambiental apresentou-se como um cenário para a promoção de reflexões críticas sobre questões socioambientais e o impacto das ações humanas no meio ambiente, em consonância com perspectivas que defendem uma Educação Matemática comprometida com a compreensão crítica da realidade, reafirmando seu compromisso social.

Diante da pesquisa desenvolvida, compreende-se que a modelagem matemática, articulada aos usos da linguagem, mostrou-se uma alternativa pedagógica que favorece o sentido que os alunos conferem ao uso da matemática nos Anos Iniciais

do Ensino Fundamental. Ao integrar linguagem e matemática, as atividades investigadas de modelagem possibilitaram que os alunos compreendessem que o uso da matemática se configura como uma prática humana que pode representar diferentes aspectos da realidade. Dessa forma, esta pesquisa reafirma a importância de propostas pedagógicas que oportunizem a vivência da matemática na prática, a partir de situações-problema não oriundas da matemática, reconhecendo que os resultados matemáticos não são apenas elementos abstratos, mas podem servir para interpretar e representar fenômenos reais, contribuindo para uma formação sociocrítica dos alunos.

10 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E . Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa** (IMPRESSO), v. 24, p. 219-243, 2022.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais**... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45–58, 2009.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: CHO, Sung Je (Org.). **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education.** Cham: Springer, 2015. p. 73–96.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRANCALIONE, L. Educação Ambiental: Refletindo sobre aspectos históricos, legais e sua importância no contexto social. Rei. **Revista De Educação Do Ideau**, v. 11, p. 1-13, 2016.

BRASIL. **Lei nº 6.938, de 31 de agosto de 1981.** Diário Oficial da União: Brasília, DF, 2 set. 1981.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988.** Brasília, DF: Presidência da República, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Lei nº. 9.795 de 27 de abril de 1999.** Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, n. 79, 28 abr. 1999.

BRASIL. **Decreto nº 4.281, de 25 de junho de 2002.** Regulamenta a Lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999. Diário Oficial da União: Brasília, DF, 26 jun. 2002.

BRASIL. **Programa Nacional de Educação Ambiental (PRONEA).** Ministério do Meio Ambiente. Ministério da Educação. Brasília: 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 2, de 15 de junho de 2012.** Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Lei nº 14.926, de 17 de julho de 2024.** Diário Oficial da União: Brasília, DF, 18 jul. 2024.

BORROMEO FERRI, R. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.** Cham: Springer, 2018.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: Ações e interações no processo de ensinoaprendizagem.** Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp, 1992.

BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 1, jan-abr. 2015.

CALDEIRA, A. D.; MEYER, J. F. C. A. Educação Matemática e Ambiental: uma proposta de formação continuada – e de mudanças**. Zetetike**, Campinas, v. 9, n. 15/16, p. 155–170, jan./dez. 2001.

CALDEIRA, A. D.; SOARES, M. T. C. Modelagem matemática de fenômeno ambiental e as práticas escolares de professores das séries iniciais do litoral do Paraná. **Série-Estudos**, Campo Grande, n. 26, p. 113–123, jul./dez. 2008.

CALDEIRA, A. D. Formação de professores de matemática para uma sociedade sustentável: contribuições da modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)**, Campo Mourão, v. 2, n. 2, p. 10–27, jan./jun. 2013.

CALDEIRA, A. D.; COSTA, D.; CAMBI, B. Modelagem Matemática e Filosofia da Linguagem: algumas articulações. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 1, p. 1-21, 2020.

CAPES. **Orientações para APCN – 2019 – Ensino**. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/ENSINO.pdf>. Acesso em: 20 out. 2024.

CAPES. **Plataforma Sucupira.** Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/>. Acesso em: 04 nov. 2024.

COMUNIDADE EDUCATIVA. **ABC dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável.** Rede para o Desenvolvimento: 2020. Disponível em: <https://rumoa 2030.pt/wp-content/uploads/2021/03/ABC-ODS-Professores.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2024.

CONDÉ, M**. "Ciência e linguagem - Fleck e Wittgenstein"**. In: Condé, M. L., (Org.) Ludwik Fleck: estilos de pensamento na ciência. Belo Horizonte: Ed. Fino Traço, 2012.

COSTA, D. Jogos de linguagem no contexto da Modelagem Matemática: quais mobilizações? Primeiras aproximações. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 2019, Belo Horizonte-MG. **Anais da XI CNMEM**, p. 2019, p. 1-12.

CZAPSKI, S. **A Implantação da Educação Ambiental no Brasil**. 1. ed. Brasília – DF: Coordenação de Educação Ambiental do Ministério da Educação e do Desporto, 1998. 166 p. Disponível em: <https://www.icmbio.gov.br/educacaoambiental/images/ stories/biblioteca/educacao_ambiental/A_implanta%C3%A7%C3%A3o_da_EA_no_ Brasil.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2024.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 17. ed. Campinas: Papirus, 2009.

D'AVILA, B. G. **Educação ambiental crítica e modelagem matemática: reflexões sobre uma proposta para o ensino médio.** 2025. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2025.

DERMEVAL, D.; COELHO, J.; BITTENCOURT, I. I. Mapeamento Sistemático e Revisão Sistemática da Literatura em Informática na Educação. In: **Metodologia de Pesquisa Científica em Informática na Educação: Abordagem Quantitativa.** Porto Alegre: SBC, v. 2, p. 26, 2020.

FERREIRA, D. H. L.; WODEWOTZKI, M. L. L. Modelagem matemática e educação ambiental: uma experiência com alunos do ensino fundamental. **Zetetike**, Campinas, v. 15, n. 28, p. 63–85, jul./dez. 2007.

FIGUEIREDO, T. B. **Almanaque Maker: Matemática em Ação.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática e Cultura Maker: possibilidades para os anos iniciais do ensino fundamental*. Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, 2025.

GOMES, J. C. S. P. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Possibilidades.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em práticas de Modelagem Matemática.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2018.

GOTTSCHALK, C. M. C. Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. **Educação e Pesquisa (USP)**, v. 33, n.3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GOTTSCHALK, C. M. C. As relações entre linguagem e experiência na perspectiva de Wittgenstein e as suas implicações para a educação. *In*: PAGNI, P. A.; GELAMO, R. P. (org.). **Experiência, Contemporaneidade e Educação**. Marília: Cultura Acadêmica; Poiésis Editora, 2010, v. 1, p. 105-126.

GOTTSCHALK, C. M. C. O Paradoxo do Ensino da Perspectiva de uma Epistemologia do Uso. **Educação e Filosofia.** Uberlândia, v. 27, n. 54, p. 659-674, jul./dez. 2013.

GOTTSCHALK, C. M. C. Apontamentos para o ensino da matemática escolar sob inspiração wittgensteiniana. **REMAT: REVISTA ELETRÔNICA DA MATEMÁTICA**, v. 20, p. 1-20, 2023.

GT AGENDA 2030. **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável Traduzidos.** 2015. Disponível em: <https://gtagenda2030.org.br/wp-content/uploads/2015/08/odstraduzidos.pdf>. Acesso em: 04 nov. 2024.

HAMLYN, D. W. **“Education and Wittgenstein's Philosophy”.** Journal of Philosophy of Education, vol. 23, no. 2, 1989.

HORA, T. D. **Caderno de Atividades: o uso Estratégico do Desenho em Atividades de Modelagem Matemática.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para o uso estratégico de desenhos.* Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, 2024.

KAISER, G. A survey of modelling approaches in mathematics education. ZDM – **The International Journal on Mathematics Education**, v. 27, n. 3, p. 82–85, 1995.

LOVO, E. S. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta de formação continuada.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática e Avaliação: uma proposta de Trabalho com Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2020.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. **Alexandria:** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 135-157, jul. 2009.

MARQUEZEPE, A. P. **Modelagem Matemática: uma alternativa para o Ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar sobre as publicações em periódicos nos últimos cinco anos.* Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Jacarezinho, 2021.

MARTINS, N. **Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Percepção da Matemática por alunos do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2023.

MENEZES, P. K. **Educação Ambiental.** 1. ed. Recife: Editora UFPE, 2021. 85p.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. Campinas: São Paulo, Editora da UNICAMP, 1995.

MORENO, A. R. Introdução a Uma Epistemologia do Uso. **Caderno CRH**, Salvador, v. 25, n. spe 02, p. 73-95, 2012.

NUNOMURA, A. R. T. **Explorando a Escola: Possibilidades de Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para os Registros de Representação Semiótica.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2021.

ONU. **Nações Unidas Brasil.** 2024. Disponível em: <https://brasil.un.org/pt-br>. Acesso em: 04 nov. 2024.

PACHECO, M. A. **Modelagem na Educação Matemática: uma alternativa metodológica para promover o Raciocínio dos Estudantes.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Raciocínio Matemático em Práticas com Modelagem na Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.* Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), Guarapuava, 2025.

PALMA, R. M. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Caderno de Atividades de Modelagem Matemática para os Anos Iniciais.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Manifestações da Criatividade em Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2019.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica: matemática.** Paraná: SEED/DEB, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações.** Curitiba: Seed, 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica: matemática.** Paraná: SEED/DEB, 2019.

PARANÁ. Escola Digital Professor. **Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP).** Curitiba: Seed, 2021.

PELAQUIM, S. C. P. **Modelagem Matemática divertida nos Anos Iniciais: Algumas Brincadeiras.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma interpretação dos diagrama semióticos.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2023.

PFAHL, K. C. C. **Atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais: um**

caderno de atividades. Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, 2021.

POLLAK, H. O. The interaction between mathematics and other school subjects. In: HOWSON, A. G.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. (Org.). **Curriculum development in mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1979. p. 232–248.

PROFMAT. **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.** Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/apresentacao/>. Acesso em: 04 nov. 2024.

RODRIGUES, R. S. S. **Modelagem Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Meta-Análise das Dissertações e Teses produzidas no Brasil (2010-2022).** 2023. 157 p. Dissertação (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Barra do Bugres, 2023.

ROGERS, Y.; SHARP, H.; PREECE, J. **Design de Interação: Além da Interação Humano-Computador.** 1ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

SELLETI, M. C. S. **Atividades de Modelagem Matemática para os Anos Iniciais Mediando o Ensino de Tópicos de Geometria.** Produto educacional desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Modelagem matemática nos anos iniciais: um design usando sequência de atividades.* Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Cornélio Procópio, 2023.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. O fazer Modelagem Matemática: Uma Análise à luz da Filosofia da Linguagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - XII EPREM, 2014, Campo Mourão. **Perspectivas e Diálogos entre os diferentes níveis de ensino**, 2014. v. 1. p. 1-17.

SOUSA, B. N. P. A. **A Matemática em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana.** 2017. 316 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Linguagem em Atividades de Modelagem Matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 31, p. 171-191, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Modelos Matemáticos em Atividades de Modelagem Matemática: considerações a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 12, p. 1-25, 2021.

SOUSA, B. N. P. A.; GOTTSCHALK, C. M. C. **Filosofia da Linguagem e Epistemologia do Uso: reflexões para a sistematização de conteúdos em**

Educação Matemática. In: Cintya Regina Ribeiro; Bruno Bontempi Junior; Maria Letícia B. P. Nascimento; Bruna Soares Polachini; Fabíola Alice dos Anjos Durães; Fernanda Aparecida Yamamoto. (Org.). Pesquisas caleidoscópicas: modos de ver e criar. 1ed. SÃO PAULO: FEUSP, 2023, v., p. 161-178.

SOUSA, B. N. P. A. **"Wittgenstein na Educação Matemática: dos usos da matemática à ampliação dos "modos de ver" o mundo"**. In: GOTTSCHALK, C. M. C.; SOUSA, B. N. P. A., (Org.). Diálogos com Wittgenstein na Educação. São Paulo: FEUSP, 2025.

SOUSA, V. M. L. **Construção do Pensamento Matemático das noções de discreto e contínuo no ambiente da Modelagem Matemática.** 2015. 71 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, 2015.

SOUZA, E. G.; BARBOSA, J. C. Contribuições teóricas sobre a aprendizagem matemática na modelagem matemática. **ZETETIKÉ (ON LINE)**, v. 22, p. 31-58, 2014.

SPINK, M. J. **Linguagem e produção de sentidos no cotidiano.** Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010. 72 p.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano.** Ed. Virtual. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2013, p. 22-41.

TEODORO, F. P.; KATO. L. A. A prática pedagógica com modelagem matemática no anos iniciais do Ensino Fundamental. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,** v. 12, p. 1-12, 2021.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** 2016. 305 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, pág. 83-105, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 11, p. 142-161, 2018.

TORTOLA, E.; SOUSA, B. N. P. A. Modelagem Matemática e a Atribuição de Sentidos nos Primeiros Anos Escolares. **Vidya (Santa Maria),** v. 43, p. 353-369, 2023.

VIANA, E. R. **Criatividade e Modelagem Matemática.** Produto educacional

desenvolvido como parte da dissertação de mestrado: *Estratégias de Estímulo do Pensamento Criativo em Atividades de Modelagem Matemática.* Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, 2020.

VILLA-OCHOA, J. A. et al. Research trends in digital technologies and modeling in mathematics education. **Eurasia Journal of Mathematics**, Science and Technology Education, v. 15, n. 8, em1736, 2019.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas.** 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas*.*** Tradução e notas João José Rodrigues Lima de Almeida. (Edição Bilíngue). Curitiba, Paraná: Horle Books, 2022.

ZANELLA, M. S. ; KATO, L. A. O Desenvolvimento de Competências a partir da Modelagem Matemática: Um estudo com alunos da quarta série da escola primária Alemã. **EDUCERE ET EDUCARE** (VERSÃO ELETRÔNICA), v. 12, p. 1-15, 2017.

11 APÊNDICES

APÊNDICE I – DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA DA INSTITUIÇÃO ESCLARECIDO.

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA DA INSTITUIÇÃO

Professor/Pesquisador Responsável: Michelle Fernanda da Silva
Endereço: Rua Pedro Frassetto Netto, 23 – São Geraldo – Bandeirantes/PR – CEP: 86366-531
Fone: (43) 99971-6923 E-mail: miih.mf@live.com
Pesquisadora Orientadora: Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO

Pesquisa desenvolvida na Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), no Mestrado Profissional em Ensino (PPGEN)

Declaro que os pesquisadores do presente projeto de pesquisa se comprometem a preservar a privacidade dos participantes, de cujos dados serão coletados por meio de instrumentos de coleta de dados (produções dos alunos, registros escritos e registros audiovisuais). Concordam, igualmente, que todas as informações serão utilizadas única e exclusivamente para execução do presente projeto e que somente poderão ser divulgadas de forma anônima. Diante disso, a direção da Escola Municipal Yukiti Matida, Bandeirantes/PR autoriza a realização da coleta de dados referente à pesquisa em questão.

_____
Diretora da Escola

Bandeirantes, _____de _____ de 2025.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UENP - Universidade Estadual do Norte do Paraná - *Campus* Luiz Meneghel de Bandeirantes Fone/Fax: +55 (43) 3542 8056 I Rodovia BR-369 Km 54, Vila Maria, CP 261 - CEP 86360-000 Bandeirantes - Paraná – Brasil.

APÊNDICE II – TERMO DE CONSENTIMENTO DE PARTICIPAÇÃO DE CRIANÇAS/ADOLESCENTES (TCLE).

TERMO DE CONSENTIMENTO DE PARTICIPAÇÃO DE CRIANÇAS/ADOLESCENTES

Professor/Pesquisador Responsável: Michelle Fernanda da Silva
Endereço: Rua Pedro Frassetto Netto, 23 – São Geraldo – Bandeirantes/PR – CEP: 86366-531
Fone: (43) 99971-6923 E-mail: miih.mf@live.com

Este é um convite especial para seu/sua filho(a) participar voluntariamente da pesquisa **"MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO".** Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dar seu consentimento. Qualquer dúvida sobre o estudo ou sobre este documento entre em contato diretamente com a pesquisadora responsável.

OBJETIVO E BENEFÍCIOS DO ESTUDO

Pretendemos, com esta pesquisa, investigar qual é o papel da modelagem matemática na atribuição de sentido por meio dos usos da linguagem. Durante a pesquisa, seu/sua filho(a) poderá desenvolver a capacidade de relacionar a matemática com situações reais do cotidiano, como o desperdício de água e a poluição, por meio de atividades interativas e práticas.

PROCEDIMENTOS/METODOLOGIA

Os alunos da turma do seu/sua filho(a), do 5º ano da Escola Municipal Yukiti Matida, irão participar de atividades contextualizadas que exploram a matemática por meio da modelagem matemática. Essa abordagem pedagógica permite trabalhar conteúdos matemáticos a partir de problemas reais do cotidiano, como a poluição e o desperdício de água, ou seja, envolvem temas ligados a sustentabilidade e Educação Ambiental (EA). Todas as atividades estão de acordo com a proposta pedagógica da escola, e seu/sua filho(a) não fará nada diferente da rotina escolar. Durante o processo, a pesquisa analisará como os alunos utilizam a linguagem para resolver os problemas apresentados, buscando compreender o papel da modelagem matemática na atribuição de sentido. Seu/sua filho(a) será acompanhado durante todas as etapas pela professora/pesquisadora, que oferecerá o suporte necessário ao seu aprendizado. Na divulgação da pesquisa, poderão ser utilizados textos ou atividades escritas produzidas por seu/sua filho(a) em sala de aula. No entanto, garantimos que nem o nome dele(a), nem o nome da escola, ou outras informações pessoais serão divulgados. Cada participante será representado(a) por um nome fictício ou código numérico aleatório, evitando qualquer possibilidade de identificação. Caso utilizemos produções escritas, elas serão digitadas e não escaneadas, para que a letra da criança não seja reconhecida. Todas as informações coletadas serão armazenadas em ambiente seguro, sob responsabilidade da pesquisadora, e não serão compartilhadas com terceiros. O sigilo e a confidencialidade dos dados serão mantidos em todas as etapas.

USO DE IMAGEM, ÁUDIO E VÍDEO

Durante a realização da pesquisa, poderão ser realizadas gravações de áudio e vídeo das atividades desenvolvidas pelos participantes, com o objetivo de registrar interações, falas e produções relevantes para a análise científica. Essas gravações serão utilizadas exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, com total garantia de sigilo. As imagens e vozes dos participantes não serão divulgadas publicamente e os dados serão armazenados em local seguro, sob responsabilidade da pesquisadora. Ao assinar este termo, o responsável legal autoriza expressamente a gravação de áudio e vídeo de seu(sua) filho(a) durante a participação na pesquisa, ciente de que poderá revogar essa autorização a qualquer momento, sem qualquer prejuízo à continuidade na pesquisa.

DESPESAS/ RESSARCIMENTO DE DESPESAS DO VOLUNTÁRIO

Todos os participantes envolvidos nesta pesquisa são isentos de custos. Qualquer eventual prejuízo financeiro proveniente da pesquisa será de responsabilidade da pesquisadora. Caso o participante venha a ter alguma despesa decorrente de sua participação na pesquisa, será garantido o ressarcimento integral desses valores, preferencialmente mediante apresentação de comprovantes.

Rubrica do Responsável	Rubrica da Pesquisadora

PARTICIPAÇÃO VOLUNTÁRIA

A participação de seu/sua filho(a) neste estudo é ***voluntária*** e ele(a) terá plena e total liberdade para desistir do estudo a qualquer momento, sem que isso acarrete qualquer prejuízo para ele(a).

GARANTIA DE SIGILO E PRIVACIDADE

As informações relacionadas ao estudo são confidenciais e qualquer informação divulgada em relatório ou publicação será feita sob forma codificada (nome fictício), para que a confidencialidade seja mantida. A pesquisadora garante que o nome de seu/sua filho(a) não será divulgado sob hipótese alguma.

RISCOS DA PESQUISA

Os riscos para os participantes são mínimos, uma vez que os alunos participarão das atividades em sala de aula e nas dependências da escola, sob a supervisão da professora/pesquisadora. As atividades propostas são adequadas à faixa etária e integram a rotina pedagógica, abordando a matemática por meio de temas como sustentabilidade, poluição e desperdício de água. Ainda assim, é possível que, em algum momento, a criança possa sentir cansaço ou desconforto com alguma das atividades. Caso isso ocorra, a pesquisadora se compromete a pausar a atividade e retomá-la em outro momento, respeitando sempre o bem-estar e o ritmo de cada participante. A qualquer momento, o(a) participante poderá optar por não continuar ou solicitar que os dados produzidos por ele não sejam utilizados na pesquisa, sem qualquer prejuízo escolar ou pessoal. A pesquisadora se compromete a garantir a privacidade dos participantes em todas as etapas da pesquisa. Nenhuma informação que possa identificar seu/sua filho(a) será divulgada. Caso sejam coletadas imagens ou vídeos durante as atividades, eles serão usados apenas para análise da pesquisa, de forma segura e confidencial. Além disso, os textos e atividades feitas pelos alunos serão digitados no computador, em vez de escaneados, justamente para que ninguém possa reconhecer a letra da criança. Todos os dados serão protegidos com nomes fictícios ou códigos, de forma que não possam ser associados à identidade do aluno. Todos os participantes serão identificados por códigos ou nomes fictícios e, ao final da pesquisa, os dados coletados serão excluídos do repositório da pesquisadora, garantindo que nenhuma informação possa ser vinculada ao(à) aluno(a) ou permita sua identificação.

INDENIZAÇÃO EM CASO DE DANOS

Esta pesquisa não envolve procedimentos que possam causar riscos físicos ou psicológicos aos participantes. Contudo, caso ocorra algum dano decorrente da participação na pesquisa, o participante terá direito à indenização, conforme previsto no item II.7 da Resolução nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde (CNS).

BENEFÍCIOS PARA OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

A participação na pesquisa não trará nenhum custo para o aluno e poderá oferecer benefícios importantes, especialmente no desenvolvimento da aprendizagem de matemática. As atividades propostas são contextualizadas com temas do cotidiano, como a poluição e o desperdício de água, permitindo que os alunos compreendam a matemática de forma mais concreta, prática e interativa.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Você e seu/sua filho(a) podem fazer todas as perguntas que julgarem necessárias antes, durante e após o estudo. Nossos dados estão no início desse documento. Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP/UENP, Rod. BR 369, Km 54, Bandeirantes-PR, CEP 86360-000, Caixa Postal 261, Fone (43)3542-8056, e-mail: cep@uenp.edu.br), funcionamento de segunda a sexta-feira das 7h30min às 12h e das 13h30min às 17h.

Por fim, após a assinatura deste você receberá uma via do documento devidamente assinada, por ambas as partes.

Diante do exposto eu, _____, li e autorizo meu filho(a) _____ a participar da pesquisa.

Bandeirantes, _____de _____ de 2025.

_____	_____
Responsável pelo menor	Pesquisadora Responsável

APÊNDICE III – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE).

Pesquisadora responsável (Professora) – Michelle Fernanda da Silva
Endereço: Rua Pedro Frassetto Netto, 23 – São Geraldo – Bandeirantes/PR
CEP: 86366-531 **Fone:** (43) 99971-6923 **E-mail:** miih.mf@live.com

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Olá, tudo bem? Você está sendo convidado(a) para participar de uma pesquisa chamada "**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A LINGUAGEM EM USO**". Por favor, leia com atenção as informações abaixo antes de dizer se quer participar. Se tiver qualquer dúvida, pode falar com a professora responsável.

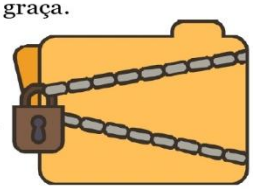
OBJETIVO E BENEFÍCIOS DO ESTUDO: Essa pesquisa vai acontecer na sua escola, durante as aulas de Matemática. Você vai participar de atividades diferentes que vão te fazer pensar sobre problemas de sustentabilidade do dia a dia, como o desperdício de água e a poluição. Juntos, vamos descobrir como a matemática pode ajudar a entender melhor esses assuntos e buscar soluções para cuidar do nosso planeta.

A sua participação é muito importante e poderá acontecer de várias formas: realização das atividades, observação da professora da sua interação com os colegas de sala, gravação de áudio das conversas em grupo, fotos das atividades práticas, anotações feitas pela professora, e vídeos dos momentos de compartilhamento dos resultados.

Na hora de falar para outras pessoas sobre a pesquisa, podemos usar algum texto ou atividade que você fez em sala de aula, mas sem dizer seu nome. Vamos usar um nome fictício (um nome que não é real, um nome inventado que pode ser usado para substituir). Se usarmos algo que você escreveu, vamos digitar no computador para que ninguém reconheça sua letra. Fotos, gravações ou vídeos não serão divulgados. Por exemplo, as suas falas gravadas por áudio ou vídeo também serão digitadas, assim sua voz não irá aparecer. Não daremos a estranhos as informações coletadas em sala de aula.

Que tal você sugerir um nome fictício para você ?

Você não vai pagar nada para participar. Tudo é de graça.



As informações da pesquisa são guardadas em segredo. Se a pesquisa for publicada, o seu nome verdadeiro não será mostrado, apenas o nome fictício, ninguém vai saber que é você. Durante a participação na pesquisa, se você não se sentir bem ou ficar cansado(a), pode parar de participar a qualquer momento, sem nenhum problema.

ESCLARECIMENTO DE DÚVIDAS

Você pode fazer perguntas sobre a pesquisa quando quiser, agora ou depois.

Eu, _____,
recebi uma via deste termo, li com atenção e aceito participar da pesquisa "O SENTIDO A PARTIR DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL".

Bandeirantes, _____ de _____ de 2025.

_____ _____
Assinatura do(a) aluno(a) Assinatura da pesquisadora