

2026

Modelagem matemática na Educação Básica: uma pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento matemático.

Silva Junior, Ailton da

Universidade Estadual do Norte do Paraná

<https://repositorio.uenp.edu.br/handle/123456789/878>

Baixado de Repositório Institucional UENP



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO
PARANÁ**

Campus Cornélio Procópio

**PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO**

AILTON DA SILVA JUNIOR

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA:
UMA PESQUISA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO MATEMÁTICO**

AILTON DA SILVA JUNIOR

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA:
UMA PESQUISA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO MATEMÁTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Área de Concentração : Ensino, Ciência e Tecnologia.

Linha de Pesquisa : Ensino e Aprendizagem em Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa.

Ficha catalográfica elaborada por Juliana Jacob de Andrade. Bibliotecária, CRB/9-1669, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

S586m Silva Junior, Ailton da
Modelagem matemática na Educação Básica: uma pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento matemático. / Ailton da Silva Junior; orientadora Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa - Cornélio Procópio, 2026.
100 p. :il.

Tese (Doutorado em Ensino) - Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino, 2026.

1. Educação matemática. 2. Pensamento matemático. 3. Estilos de pensamento. 4. Educação básica. I. Sousa, Bárbara Nivalda Palharini Alvim, orient. II. Título.

CDD: 372.7

AILTON DA SILVA JUNIOR

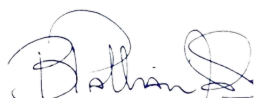
MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA:
uma pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento
matemático

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná – *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Após realização de Defesa Pública o trabalho foi considerado:

Aprovado

BANCA EXAMINADORA



Orientadora: Profa. Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP

Profa. Dra. Adriana Helena Borssoi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Prof. Dr. Rudolph dos Santos Gomes Pereira
Universidade Estadual do Norte do Paraná - UENP

Cornélio Procópio, 09 de março de 2026.

Silva Junior, Ailton; Sousa, Barbara N. P. A.. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: uma pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento matemático. 2026. 94p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2026.

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma investigação sobre os estilos de pensamento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O objetivo é compreender como a Modelagem Matemática pode ser utilizada para promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, levando em consideração os diferentes estilos de pensamento. O referencial teórico da pesquisa contempla elementos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, e da base teórica relacionada ao pensamento matemático e aos diferentes estilos de pensamento, bem como suas implicações no ensino e na aprendizagem da matemática. Dados foram coletados por meio de registros durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, a partir da implementação do produto educacional *Modelagem Matemática na Educação Básica e o Desenvolvimento do Pensamento Matemático*. A análise de dados foi embasada na linguagem como prática social, enfatizando a importância do contexto nas interações dos alunos ao longo das atividades. Durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, a linguagem em uso pelos alunos foi analisada como expressão de seu pensamento, e o recurso analítico de árvores de associação de ideias foi utilizado para detalhar os estilos de pensamento dos alunos que emergiram nos seus registros durante as atividades de modelagem matemática. A análise dos dados indicou que os estilos de pensamento matemático configuram-se como preferências cognitivas dinâmicas, que variam conforme o tipo de atividade, o tema trabalhado e as representações mobilizadas no processo de resolução. Evidenciou-se que não apenas as características individuais dos estudantes influenciam a mobilização desses estilos, mas também a natureza das tarefas propostas na modelagem matemática. Os resultados mostraram que atividades que incorporaram múltiplas representações — como gráficos, tabelas, esquemas e desenhos — favoreceram a manifestação de indícios do pensamento visual, ampliando as formas de compreensão e expressão matemática. Ao mesmo tempo, confirmou-se a predominância do pensamento analítico como o estilo mais recorrente e legitimado no contexto da sala de aula de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Pensamento Matemático. Estilos de Pensamento. Educação Básica.

Silva Junior, Ailton; Sousa, Bárbara N. P. A.. **Mathematical Modeling in Basic Education**: a research on the development of mathematical thinking. 2026. 94p. Dissertation (Professional Master's in Teaching) – State University of Northern Paraná, Cornélio Procópio, 2026.

ABSTRACT

This dissertation presents an investigation into mathematical thinking styles that emerge during the development of mathematical modeling activities. Its objective is to understand how Mathematical Modeling can be used to promote the development of students' mathematical thinking, taking into account different thinking styles. The theoretical framework encompasses perspectives on Mathematical Modeling in Mathematics Education, as well as studies on mathematical thinking and different thinking styles and their implications for teaching and learning mathematics. Data were collected through audio recordings of students' interactions during the implementation of the educational product Mathematical Modeling in Basic Education and the Development of Mathematical Thinking. Data analysis was grounded in the conception of language as social practice, emphasizing the role of context in students' interactions throughout the activities. Students' language in use was examined as an expression of their thinking, and the analytical tool of idea association trees was employed to detail the thinking styles that emerged in their records during the modeling processes. The findings indicate that mathematical thinking styles can be understood as dynamic cognitive preferences that vary according to the type of activity, the topic addressed, and the representations mobilized in the problem-solving process. The results show that, in addition to individual student characteristics, the nature of modeling tasks also influences the mobilization of thinking styles. Activities incorporating multiple representations—such as graphs, tables, diagrams, and drawings—favored the emergence of visual thinking, broadening students' forms of mathematical understanding and expression. At the same time, analytical thinking remained the most recurrent and socially legitimized style within the mathematics classroom context.

Keywords: Mathematics Education . Mathematical Thinking. Thinking Styles. Basic Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES E IMAGENS

Figura 1: Ciclo de Modelagem Matemática sobre uma perspectiva cognitiva	30
Figura 2 : Registro da Aluna 1 na atividade 1	49
Figura 3: Arvore de associação de ideias aluno 1, atividade 1.....	50
Figura 4: Registro aluno 2, atividade 1.....	52
Figura 5: Arvore de associação de ideias aluno 2, atividade 1.....	53
Figura 6: Registro aluno 4, atividade 2.....	54
Figura 7: Registro aluno 4, atividade 2	55
Figura 8: Arvore de Associação de ideias aluno 4, atividade 2.....	56
Figura 9: Registro aluno 6, atividade 2	57
Figura 10: Arvore de Associação de ideias aluno 6, atividade 2.....	58
Figura 11: Registro do Aluno 7, atividade 2	59
Figura 12: Arvore de Associação de ideias aluno 7, atividade 2	59
Figura 13: Registro do Aluno 9,atividade 2.....	60
Figura 14: Arvore de Associação de ideias aluno 9, atividade 2	61
Figura 15: Registro do Aluno 5, atividade 3.....	61
Figura 16: Arvore de Associação de ideias aluno 5, atividade 3	62
Figura 17: Registro do Aluno 10, atividade 3.....	64
Figura 18: Arvore de Associação de ideias aluno 10, atividade 3	65
Figura 19: Registro aluno 1, atividade 3	66
Figura 20: Arvore de Associação de ideias aluno 1, atividade 3	67
Figura 22: Registro aluno 2, atividade 4	68
Figura 23: Arvore de Associação de ideias aluno 2, atividade 3.....	69
Figura 24: Registro aluno 5, atividade 4	70
Figura 26: Arvore de Associação de ideias aluno 5, atividade 4	70
Figura 27: Registro aluno 7, atividade 4	71
Figura 28: Registro aluno 7, atividade 4	72
Figura 29: Registro aluno 1, atividade 5	73
Figura 30: Registro aluno 1, atividade 5	74
Figura 31: Registro aluno 2, atividade 5	75
Figura 32: Registro aluno 2, atividade 5	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pesquisa sobre o pensamento matemático	32
Tabela 2 - Atividades do Ebook	35
Tabela 3 - Modelagem matemática nos produtos educacionais do Paraná	36
Tabela 4 - Alvo dos produtos educacionais do Paraná	38
Tabela 5 - Tipos de Produtos educacionais que utilizaram M M no Paraná.....	39
Tabela 6 - Vestígios de estilos de pensamentos.....	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
MM	Modelagem Matemática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	16
2.1	Modelagem matemática na sala de aula	19
2.2	Potencialidades e desafios da modelagem matemática.....	21
3	MODELAGEM MATEMÁTICA E OS ESTILOS DE PENSAMENTO.....	25
3.1	Sobre o Produto Educacional	34
3.2	Revisão de produtos educacionais sobre modelagem matemática.....	35
4	ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	45
4.1	Abordagem de análise de dados	46
5	IMPLEMENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	47
6	ANÁLISE DE DADOS	49
6.1	Análise do desenvolvimento dos alunos na Atividade 1 “Análise de Infraestrutura Rodoviária”	50
6.2	Análise do desenvolvimento na Atividade 2 “Produção e Consumo de Suco de Laranja”.....	56
6.3	Análise do desenvolvimento na Atividade 3 “Estocagem de Milho”	66
6.4	Análise do desenvolvimento na Atividade 4 “Relação entre Salários e Aluguéis”	74
6.5	Análise do desenvolvimento na Atividade 5 “Análise do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)”	81
7	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	88
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	92
	REFERÊNCIAS.....	95

1 INTRODUÇÃO

Uma das principais metas da formação em matemática é a construção do conhecimento matemático pelos alunos, visando à formação de indivíduos capazes de analisar e solucionar problemas em diversas áreas do conhecimento. Esse processo está intimamente ligado ao desenvolvimento do pensamento matemático, conforme destacado em pesquisas na área de Educação Matemática. A modelagem matemática é uma alternativa pedagógica que se alinha às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), destacando-se como uma estratégia eficaz para o ensino de matemática no Brasil. A BNCC, homologada em 2017, estabelece que o ensino deve assegurar o desenvolvimento de competências e habilidades nos alunos, e a modelagem matemática se apresenta como uma alternativa que valoriza as experiências cotidianas dos estudantes, permitindo que os conteúdos matemáticos sejam significados por meio de situações reais.

A BNCC enfatiza a importância de utilizar "estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos" (Brasil, 2018). Essa perspectiva é corroborada por autores como Bassanezi (2006, p. 16), que define a modelagem matemática como "a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

A interação entre o conhecimento matemático e situações reais é essencial, conforme mencionado por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12) "uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final".

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelagem matemática pode ser considerada uma alternativa pedagógica que busca a interpretação e a compreensão de fenômenos reais por meio da construção e da análise de modelos matemáticos. Segundo os autores, a modelagem matemática visa estimular o pensamento crítico e a resolução de problemas, desenvolvendo habilidades e competências por meio do uso de conteúdos matemáticos e do entendimento de situações reais.

Durante uma atividade de modelagem, os alunos formulam e testam hipóteses, elaboram soluções para problemas reais, exercitam a argumentação baseada em dados confiáveis e refletem sobre decisões éticas e socialmente responsáveis. Essas ações são enfatizadas como importantes por Brasil (2018) e apresentadas como habilidades valorizadas em ambientes acadêmicos e profissionais, preparando os alunos para o ensino superior e para futuras carreiras. Segundo pesquisadores como Ferri (2018), essas habilidades desempenham um papel essencial na formação dos estudantes, em particular em sua formação na e para a matemática.

O desenvolvimento do pensamento matemático no contexto da Educação Matemática pode ser colocado como um dos objetivos educacionais; já o estudo de como desenvolve este tipo de pensamento busca compreender como os alunos desenvolvem suas habilidades e competências matemáticas. O pensamento matemático refere-se à capacidade de raciocinar, resolver problemas, formular conjecturas e generalizações, além de interpretar e aplicar conceitos matemáticos em diferentes contextos (Dreyfus, 1991). E é fundamental para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, capazes de enfrentar desafios em diversas áreas do conhecimento.

Diversas pesquisas têm abordado o desenvolvimento do pensamento matemático, destacando a importância de metodologias que promovam a aprendizagem. Um exemplo significativo é a pesquisa de Borromeo Ferri (2004), que introduz a teoria dos estilos de pensamento matemático, identificando três estilos principais: visual, analítico e integrado. Essa teoria sugere que as preferências individuais dos alunos na abordagem de problemas matemáticos influenciam seu desempenho e a forma como aprendem. A pesquisa enfatiza que esses estilos não são habilidades inatas, mas sim padrões habituais que moldam a maneira como os alunos interagem com a matemática.

No que tange ao desenvolvimento do pensamento matemático, Sfard (1991) argumenta que ele requer um raciocínio único e distinto, necessário para lidar com a complexidade da disciplina. Dreyfus (1991) investigou diferentes processos do pensamento matemático, como a generalização e a abstração. O autor salienta que um dos objetivos fundamentais da Educação Matemática é desenvolver a capacidade de abstração, permitindo que os alunos não apenas manipulem símbolos, mas também compreendam conceitos abstratos e suas aplicações práticas.

Quando o foco em sala de aula é o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, a investigação sobre o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos durante o desenvolvimento dessas atividades pode auxiliar no planejamento do ensino e da aprendizagem, contribuindo para a construção do conhecimento matemático, o desenvolvimento da cidadania e a preparação para a vida em sociedade. Educadores podem, ainda, identificar quais estratégias os alunos utilizam de modo eficaz e como conectam diferentes conceitos, facilitando intervenções pedagógicas que enriquecem o aprendizado.

Considerando este contexto, esta pesquisa apresenta uma investigação sobre os estilos de pensamento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O objetivo é compreender como a Modelagem Matemática pode ser utilizada para promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, levando em consideração os diferentes estilos de pensamento.

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Elaborar um produto educacional que possibilite a implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica tendo como foco o desenvolvimento do pensamento matemático;
2. Investigar indícios dos estilos de pensamento matemático dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

De modo a evidenciar a pesquisas realizada para atingir estes objetivos, este relatório de pesquisa está organizado de modo a contemplar, no primeiro capítulo, a introdução ao tema da pesquisa. O segundo capítulo discute a Modelagem Matemática na Educação Matemática (MM), destacando sua importância, a caracterização de uma atividade de modelagem matemática, suas fases, suas potencialidades e os desafios de sua implementação no ensino e na aprendizagem da matemática. O terceiro capítulo aborda a relação entre a Modelagem Matemática e o desenvolvimento do pensamento matemático, com foco nos estilos de pensamento, explorando como diferentes estilos influenciam a resolução de problemas matemáticos. O quarto capítulo trata dos aspectos metodológicos da pesquisa, detalhando a coleta e a análise de dados, bem como os elementos do produto educacional vinculado a esta pesquisa. O quinto capítulo é destinado à análise dos dados e à discussão dos resultados.

Por fim, as considerações finais ressaltam a importância da Modelagem Matemática no desenvolvimento do pensamento matemático, destacando que essa abordagem pode auxiliar o professor na consideração dos diferentes estilos de pensamento dos estudantes, promovendo um ensino mais inclusivo e adaptado às suas necessidades.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Desde a década de 2000, o uso da modelagem matemática tem se destacado no ensino e aprendizagem de matemática em todo o mundo, como já apontavam Lesh e Doerr (2003a). Este destaque reside também no fato de que uma atividade de modelagem matemática pode se caracterizar como uma atividade matemática que inclui características como a contextualização e a investigação, bem como proporciona o engajamento com situações da realidade dos sujeitos que a realizam.

Considerando a importância deste tema para esta pesquisa, neste texto apresenta-se um entendimento da Modelagem Matemática na Educação Matemática; os elementos que possibilitam sua implementação nas salas de aula; e as potencialidades e desafios no uso dessas atividades para o ensino e a aprendizagem.

No que se refere à conceituação de modelagem matemática na sala de aula, Rodney Carlos Bassanezi, em seu livro *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*, define a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem que transforma problemas da realidade em problemas matemáticos, permitindo que os alunos interpretem as soluções na linguagem do mundo real. Bassanezi (2002) discute a importância da modelagem matemática como um método científico de pesquisa e uma estratégia educacional, enfatizando que essa abordagem deve ser integrada ao currículo de formação de professores.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelagem matemática oferece uma forma estruturada de compreender e resolver problemas, promovendo a integração da matemática com disciplinas como física, biologia, economia e engenharia. Essa prática pode favorecer a interdisciplinaridade e o desenvolvimento de habilidades essenciais para a vida em sociedade, demonstrando aos alunos como a matemática pode ser aplicada para solucionar problemas em diversos contextos.

Kovalski (2016) enfatiza que a modelagem matemática pode contribuir significativamente para a melhoria da Educação Matemática, destacando a contextualização, a resolução de problemas e a interdisciplinaridade, além de ressaltar o papel do professor como mediador nos processos de ensino e de aprendizagem, seja da matemática, seja de temas que circundam as atividades de modelagem matemática.

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 1) destacam que “as aplicações da Matemática visualizadas por atividades de modelagem requerem um comportamento ativo de professores e alunos na própria definição de problemas”.¹ Isso implica que os alunos são incentivados a explorar, questionar e formular hipóteses sobre as situações-problema que desencadeiam a atividade. Além disso, a colaboração é um aspecto fundamental, pois as atividades são frequentemente realizadas em grupos, promovendo a interação e o trabalho em equipe, o que é essencial para o desenvolvimento social e cognitivo dos alunos. Esse ambiente colaborativo também favorece a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática é vista como uma alternativa pedagógica que pode favorecer a formação cidadã, capacitando os alunos a utilizarem conhecimentos científicos para resolver problemas do cotidiano (Silva, Vertuan, 2024).

Silva e Vertuan (2024) mencionam a modelagem matemática como um ambiente de investigação que conecta o conhecimento matemático a situações do cotidiano, promovendo a reflexão crítica e a aplicação do conhecimento científico. Para os autores, essa abordagem permite que os alunos desenvolvam habilidades como criatividade, autonomia e consciência crítica, essenciais para a formação de cidadãos. Nesse contexto, a integração de conteúdos de diferentes disciplinas, como Matemática e Ciências, pode enriquecer os processos de ensino e aprendizagem, permitindo que os alunos percebam as conexões entre os conhecimentos acadêmicos e suas aplicações práticas.

De modo geral, uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para a transição entre essas situações. Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam este tipo de atividades por meio de fase: *inteiração*, *matematização*, *resolução* e *interpretação de resultados e validação*. Os autores afirmam que “a identificação dessas fases para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem coloca em evidência aspectos que caracterizam a Modelagem Matemática” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 25). Essas atividades são dinâmicas e

¹ Neste texto, faz-se referência à expressão Modelagem Matemática também por Modelagem e pela sigla MM.

possuem fases que orientam seu desenvolvimento e podem não ocorrer de forma linear:

Uma atividade de Modelagem Matemática, nesse contexto, envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema as quais caracterizamos como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 20).

A interação é onde se dá a compreensão da situação-problema que se pretende estudar. Por meio de pesquisas, o aluno se familiariza mais com o assunto. A matematização é a fase em que ocorre a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, com as escolhas de hipóteses e variáveis que influenciam a situação que foi pesquisada. A resolução é a fase em que o modelo matemático é construído com a finalidade de descrever a situação do mundo real. Por fim, a interpretação de resultados e validação implica a análise da resposta obtida com a resolução a partir do modelo previamente construído. Através da validação de resultados, o aluno pode refletir sobre o desenvolvimento da atividade, sobre as necessidades de adaptações, mudanças e comunicação dos achados.

No desenvolvimento dessas atividades, é necessário o uso de modelos matemáticos. Segundo Blum (2015), estes modelos são representações que capturam as características essenciais de um fenômeno ou sistema, permitindo a análise, a previsão e a compreensão de seu comportamento. O modelo é uma tentativa de expor e explicar características de algo ausente, tornando-as “presentes” por meio dessa representação matemática. Exemplos de modelos matemáticos são relações entre variáveis que utilizam álgebra, aritmética, geometria e outras áreas da matemática e da estatística.

O modelo matemático, neste contexto, é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou de uma estrutura matemática, não se restringindo a expressões algébricas, podendo ser um gráfico, uma tabela, um texto ou uma imagem (Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Blum (2015) menciona que a modelagem matemática envolve a construção de modelos simplificados e formalizados que representam aspectos do mundo real. Ao oferecer experiências com atividades de modelagem para seus alunos, os professores podem permitir que os alunos explorem e apliquem conceitos matemáticos em contextos reais, o que pode colaborar com o engajamento e a

compreensão dos alunos acerca da matemática e de seu papel na sociedade frente à solução de problemas, por meio da análise de modelos clássicos, como os modelos populacionais ou modelos estatísticos utilizados na sociedade, ou ainda por meio da construção de modelos matemáticos para situações em estudo.

Dada a abordagem de situações-problema da realidade em sala de aula e a natureza aberta das atividades de modelagem matemática, é importante viabilizar sua implementação nas salas de aula para atender aos objetivos educacionais, como os prescritos por Brasil (2018). Para tanto é importante detalhar como é possível a implementação de atividades dessa natureza em sala de aula, em particular quando o contexto é a Educação Básica.

2.1 Modelagem matemática na sala de aula

Em sala de aula, a modelagem pode desempenhar um papel no desenvolvimento dos alunos, promovendo uma abordagem interdisciplinar e prática para o ensino da matemática. Autores como Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Borba, Meneghetti e Hermini (1997), Skovsmose (2000), Bassanezi (2015), Biembengut (2018), Guerreiro e Malheiros (2024) apontam argumentos para a utilização da modelagem matemática como estratégia para promover a interdisciplinaridade, oportunizar a construção de conceitos matemáticos e despertar a consciência crítica acerca da realidade.

De acordo com Renz (2015):

A modelagem matemática tem se apresentado como uma importante ferramenta no processo de construção da aprendizagem matemática. Através dela, é possível desenvolver a criatividade e o senso crítico dos alunos, projetando, assim, a possibilidade de mudar concepções sobre o ensino da Matemática (Renz, 2015, p. 58).

Os argumentos se alinham com a formação de um ambiente de investigação dentro de sala de aula, com o professor participando como mediador do conhecimento e, ainda, atuando como orientador, incentivando questionamentos e a criticidade dos alunos ao discutir ideias, criar, testar, errar e melhorar. Para Bassanezi (2002, p. 17), o uso da modelagem em sala de aula está associado também a “[...] fatores que levam os alunos a despertar maior interesse (pela aula), ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir”.

A introdução da modelagem matemática é vista na literatura como uma mudança de paradigma no ensino de Matemática. Autores como Almeida, Silva e Vertuan (2012) destacam a necessidade de reflexão sobre a prática docente e a integração gradual das atividades de modelagem nas salas de aula da Educação Básica e do Ensino Superior. A colaboração entre os alunos, a contextualização dos problemas e a reflexão crítica são aspectos enfatizados. Esses elementos são essenciais para promover a aprendizagem e para conectar os conceitos matemáticos com situações do mundo real, bem como proporcionar o desenvolvimento do pensamento matemático.

Ao envolver os alunos em atividades de modelagem matemática, a prática colaborativa é incentivada, promovendo a comunicação, a colaboração e o compartilhamento de ideias entre os estudantes. Além disso, a modelagem matemática facilita a aprendizagem, pois os alunos conseguem relacionar os conceitos matemáticos com situações reais, o que contribui para uma melhor compreensão e retenção do conhecimento.

No contexto escolar, a modelagem matemática pode ser implementada em diferentes momentos, conforme sugerido por Almeida e Dias (2004). Em uma abordagem progressiva, os alunos são gradualmente introduzidos ao desenvolvimento de atividades de modelagem, passando por momentos que envolvem desde a resolução de problemas estruturados até o desenvolvimento de atividades de modelagem mais complexas e autônomas. Isso permite que os alunos se familiarizem com a modelagem e desenvolvam habilidades de resolução de problemas, argumentação e interpretação de resultados ao longo do tempo.

No primeiro momento, apresenta-se uma situação-problema com todos os dados necessários para que se possa resolvê-la, com a orientação do professor no processo de matematização, de modo a assegurar uma boa análise da situação. No segundo momento, há um incentivo à pesquisa, onde se sugere a resolução de uma situação que exige pesquisa, ou uma fase de interação e a definição do que é pertinente, definição de variáveis, formulação de hipóteses e matematização, realizada apenas pelo aluno. Finalmente, no terceiro momento, os alunos, além de modelar a situação, escolhem a situação, testam suas representações e podem obter reflexões sobre as etapas e suas consequências no modelo obtido, avaliando também a confiabilidade do modelo. A modelagem matemática pode estimular o pensamento crítico nas crianças, incentivando-as a questionar, analisar e avaliar informações, bem

como a desenvolver a capacidade de pensar de forma crítica sobre suas próprias soluções e as soluções dos colegas, o que é fundamental para tomar decisões informadas e resolver problemas, preparando-as para desafios futuros em sua jornada educacional.

A familiarização com a modelagem é vista como necessária, pois muitos professores estão apenas começando a explorar essa abordagem em sala de aula, o que pode ser considerado desafiador até mesmo para eles (Blum, 2011). Além disso, a matematização e a resolução das situações-problema são pontos críticos, já que, embora os alunos consigam chegar a soluções empíricas, a falta de uma estruturação matemática rigorosa é uma preocupação (Silva; Vertuan, 2024).

Neste contexto, a avaliação deve ser contínua e formativa, focando nos objetivos educacionais esperados com o desenvolvimento das atividades, em vez de se basear apenas em testes pontuais (Silveira; Agranionih, 2024).

2.2 Potencialidades e desafios da modelagem matemática

Autores, ao relatarem suas experiências, sugerem que a modelagem matemática pode ser uma alternativa promissora para estimular os alunos e facilitar sua compreensão dos conteúdos matemáticos (Vertuan, 2007; Almeida e Ferruzzi, 2009; Ferri, 2006; Kaiser, Sriraman, 2006; Bassanezi, 2015; Biembengut, 2018; Marquezepe et al., 2023), entre outros.

Essa alternativa pode permitir que os alunos resolvam problemas ao aplicarem conceitos matemáticos em situações reais. Além disso, ao trabalhar com problemas do mundo real, os alunos são incentivados a ver a matemática não apenas como uma disciplina teórica, mas como uma ferramenta prática e aplicável em diversos contextos. Desse modo, a modelagem matemática pode facilitar a compreensão de conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento, além de promover o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo, essenciais para a resolução de problemas na vida cotidiana.

Outro ponto importante da modelagem matemática é a contextualização do aprendizado, que pode tornar os conceitos matemáticos relevantes e interessantes para os alunos, pois permite que eles vejam a matemática como uma ciência que se conecta com outras áreas do conhecimento.

Segundo Almeida e Dias (2004), a modelagem matemática pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, desenvolvendo um conhecimento crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos. Isso é essencial para a formação de cidadãos capazes de argumentar com base em fatos e informações confiáveis, como destacado por Barbosa (2003), contribuindo para a promoção da consciência crítica do aluno.

Perante as atividades, temos uma infinidade de possibilidades, que consideram os interesses dos diversos agentes participantes do processo de ensino e aprendizagem, possibilitando que “o professor planeje atividades experimentais de acordo com sua experiência e as experiências dos estudantes” (Araújo; Abib, 2003, p. 38).

No entanto, os desafios inerentes à implementação da modelagem matemática não podem ser subestimados. Um dos principais desafios está relacionado ao preparo dos profissionais de ensino para adotar essa alternativa pedagógica. Como destacado por Ceolin e Caldeira (2017), essa transição demanda uma mudança de paradigma, afastando-se do ensino tradicional, que é baseado em exercícios e respostas prontas. Os professores precisam ser capacitados para orientar os alunos em atividades de modelagem, o que requer a compreensão de como integrar problemas do mundo real ao currículo de matemática (Pires; Silva; Gomes, 2021).

A pesquisa também destaca a importância da reflexão contínua dos professores sobre suas práticas pedagógicas e a participação em programas de formação, os quais são essenciais para o sucesso da implementação da modelagem (Silva; Veronez, 2024).

Blum (2015) discute o estado da modelagem matemática na Educação Matemática, destacando que, embora tenha havido progressos significativos nas últimas décadas, ainda existem desafios a serem enfrentados. O autor menciona que a modelagem matemática é um tema importante na Educação Matemática, mas que sua implementação nas salas de aula ainda é limitada.

Ele observa que, no âmbito do ensino, a modelagem e as aplicações matemáticas frequentemente ocorrem apenas no contexto de problemas de palavras “vestidos”, que não refletem a complexidade e a riqueza das situações do mundo real. Essa situação indica um descompasso entre o debate educacional sobre a importância da modelagem e a prática real nas salas de aula e enfatiza que o ensino

por meio de atividades de modelagem matemática é uma tarefa desafiadora, tanto para os alunos quanto para os professores. Para que o uso da modelagem ocorra em sala de aula, os professores precisam ter um conjunto diversificado de competências, incluindo conhecimento matemático e extra-matemático, além de crenças e atitudes apropriadas em relação ao ensino da matemática, o que exige uma mudança na dinâmica da sala de aula, com a transição do papel do professor de transmissor de conhecimento para facilitador do aprendizado.

Muitos docentes relatam dificuldades em não indicar o conteúdo matemático a ser utilizado, reflexo de uma formação anterior que priorizava a transmissão direta de conhecimento (Silva; Vertuan. 2024).

Outro desafio significativo diz respeito à adaptação da modelagem a diferentes contextos educacionais, salas de aula e currículos. A modelagem matemática não é uma abordagem única e rígida; ela deve ser flexível o suficiente para ser personalizada de acordo com as necessidades e características dos alunos (Pinto; Araújo, 2021). A infraestrutura das escolas, a disponibilidade de recursos e o tamanho das turmas também desempenham um papel crucial na viabilidade da implementação da modelagem. Apesar da importância dada à modelagem matemática na Educação Matemática, ainda há uma lacuna na compreensão teórica e na aplicação prática dessa alternativa.

Assim, embora a modelagem matemática se coloque como uma alternativa pedagógica versátil e eficaz, capaz de promover diferentes usos da matemática, facilitar a interdisciplinaridade e preparar os alunos para a vida em sociedade, contribuindo para a construção de um modo de ver o mundo; a implementação da modelagem matemática no currículo requer um esforço conjunto de diversos atores, incluindo professores, alunos, formuladores de políticas educacionais e editores de materiais didáticos.

Os professores precisam ser capacitados por meio de programas de formação inicial e continuada, que os ajudem a compreender a teoria por trás da modelagem matemática e a desenvolver atividades de modelagem relevantes para seus objetivos educacionais e seus alunos. Além disso, os materiais didáticos e os recursos de aprendizagem devem ser atualizados para incorporar atividades de modelagem em consonância com os objetivos do currículo.

Universidades e instituições de ensino superior também desempenham um papel fundamental na promoção da modelagem matemática. A inclusão de cursos

sobre modelagem matemática nos programas de formação de professores pode ajudar a garantir que os futuros educadores estejam preparados para implementar essa abordagem em suas salas de aula. Além disso, é importante promover a pesquisa e o desenvolvimento de projetos relacionados à modelagem matemática, em colaboração com instituições educacionais de todo o mundo, a fim de fomentar e divulgar a elaboração de produtos educacionais que viabilizem o uso de atividades de modelagem matemática em diferentes níveis de escolaridade.

Essa pesquisa se aloca neste cenário teórico e de importância para o ensino e a aprendizagem de matemática, pois visa viabilizar um material científico que se debruce sobre a investigação sobre os estilos de pensamento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e a elaboração de um produto educacional que possibilite a implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica tendo como foco o desenvolvimento do pensamento matemático.

No próximo capítulo detalhamos o quadro teórico sobre modelagem matemática e o desenvolvimento do pensamento matemático, em particular o que tange aos estilos de pensamento matemático.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA E OS ESTILOS DE PENSAMENTO

A modelagem pode oferecer insights sobre o desenvolvimento do pensamento matemático em várias áreas, como geometria, álgebra, cálculo, proporções, computação e estatística. No início da década de 1990, a obra *Advanced Mathematical Thinking*, liderada por David Tall e contando com a colaboração de diversos pesquisadores, como Dubinsky, Dreyfus, Harel, Ervynck, entre outros, documentou as primeiras interpretações relacionadas ao PMA (Pensamento Matemático Avançado). No livro, o "pensar matematicamente" difere significativamente de abordagens biológicas, químicas, rotineiras ou ambientais.

Enquanto disciplinas como a biologia ou a química possuem métodos estabelecidos e rotinas específicas, o pensamento matemático se caracteriza por sua singularidade e profundidade analítica. Esse tipo de raciocínio é profundamente influenciado pela arte, cultura e pelas dinâmicas sociais e históricas de cada época. A interação com movimentos sociais e acontecimentos históricos molda a maneira como a matemática é concebida e aplicada, refletindo a sociedade em que está inserida.

Além disso, o pensamento matemático exige qualidades como criatividade, ousadia, curiosidade e motivação. A criatividade é essencial para a formulação de novos conceitos e para a resolução de problemas complexos. A ousadia permite a quebra de paradigmas estabelecidos, enquanto a curiosidade impulsiona a busca contínua por conhecimento e compreensão. A motivação é o combustível que sustenta o engajamento persistente no avanço das ideias matemáticas. É importante ressaltar que o pensamento matemático rejeita a aceitação passiva; ele sempre busca questionar e ultrapassar os limites do conhecimento vigente.

No contexto atual, pensar matematicamente envolve não apenas o domínio e a aplicação dos conceitos desenvolvidos anteriormente, mas também sua evolução contínua. É um processo dinâmico que integra o legado matemático do passado com as inovações e descobertas contemporâneas, promovendo o avanço incessante dessa disciplina. Assim, o pensamento matemático se mantém vital e progressivo, reflexo da interação entre conhecimento adquirido e as inovações culturais e sociais de cada tempo.

Dentro do grupo de trabalho vinculado aos congressos do *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, o foco direcionado às pesquisas sobre

o ensino e a aprendizagem de matemática universitária levou à atribuição do termo PMA aos diferentes tipos de raciocínios empregados em matemática avançada.

Essa designação fomentou um debate contínuo nos anos seguintes, refletindo a complexidade inerente à compreensão e aplicação dos modelos matemáticos. A natureza interpretativa que emerge desses modelos é evidenciada por meio das diversas utilizações da matemática, nas quais as representações matemáticas funcionam como expressões externas de um pensamento abstrato. Sfard (1991), ao investigar as dificuldades aparentes que muitos estudantes enfrentam para compreender a matemática, defende a existência de uma característica distintiva no modo de pensar matematicamente.

De fato, dada a sua natureza acessível por meio da aprendizagem de uma linguagem e suas regras, a matemática é diferente de várias ciências e possui características que exigem processos como abstração e generalização. O desenvolvimento do pensamento e da abstração pode ser um importante objetivo da Educação Matemática, como cita Dreyfus (1991).

Neste cenário, o desenvolvimento do pensamento matemático é importante para a compreensão da matemática e para entender como os alunos convertem suas experiências em novos entendimentos. Estudar o pensamento matemático é pertinente para determinar a melhor forma de apresentar os conceitos matemáticos aos alunos, possibilitando que eles aprendam os conceitos e como lidar com eles para resolver problemas. Contudo, examinar o desenvolvimento do pensamento matemático não é tarefa simples, pois este não pode ser diretamente observado.

As formas como os alunos expressam seu pensamento matemático podem estar conectadas, conforme Tall (2002), a diferentes aspectos, como a modelagem matemática, a explicação verbal, a demonstração, a generalização e o uso de símbolos. Além disso, Tall (2002) sugere que podemos entender melhor como o pensamento matemático funciona ao observar como os alunos lidam com objetos que podem ser visualizados ou representados por símbolos, assim como quando trabalham com definições, teoremas, provas e demonstrações. Essas pistas sobre o pensamento matemático dos alunos geralmente aparecem na interação deles com os conceitos matemáticos durante as atividades de aprendizagem.

Estudos, como os de Almeida e Vertuan (2016), abordam o monitoramento cognitivo, enquanto os trabalhos de Schrenk (2021) investigam as decisões e a consciência em atividades em grupo, destacando a relevância da reflexão e

metacognição para superar desafios. Essa linha de pesquisa continua com estudos que promovem o desenvolvimento cognitivo por meio da modelagem, como exemplificado por Araujo e Avelar (2022), Fadim e Tortola (2021), Campos e Coutinho (2019), entre outros.

A teoria dos estilos de pensamento matemático (MTS), desenvolvida por Borromeo Ferri (2004), destaca as preferências individuais na apresentação, compreensão e no pensamento de fatos e conexões matemáticas. Ela é baseada em dois componentes: imaginações internas e representações externalizadas, bem como na abordagem holística ou de decomposição. Ao contrário de focar no desempenho, a MTS foca nas preferências individuais, influenciando como alguém aprende.

Esses estilos de pensamento não são habilidades inatas, mas sim maneiras preferenciais de utilizar as habilidades existentes. De acordo com Borromeo Ferri (2010), os estilos de pensamento matemático indicam como os indivíduos preferem aprender matemática e como preferem abordar e resolver tarefas matemáticas.

A teoria, conforme discutido por Borromeo Ferri e Kaiser (2003), aborda a diversidade nos estilos de pensamento matemático entre os estudantes. Essa teoria sugere que os estilos de pensamento podem ser classificados em diferentes categorias, como os estilos *visual*, *analítico* e *classificatório*, conforme proposto por Leone Burton.

Borromeo Ferri (2004), em seus estudos, identificou três estilos: *visual*, *analítico* e *integrado*, enfatizando que essas preferências não são habilidades, mas também estão associadas a atributos da personalidade. Os estilos visual, analítico e integrado se diferenciam em preferências de representação e processamento de problemas, conforme enunciado na sequência.

Estilo Visual: Este estilo é caracterizado pelo uso de representações pictóricas e imagens mentais para compreender e resolver problemas. Estudantes que preferem esse estilo tendem a se beneficiar de abordagens que incluem diagramas e gráficos.

O estilo de pensamento visual é definido pelo raciocínio baseado em formas, desenhos e imagens apresentadas em situações e relações reais. Os estudantes com esse estilo de pensamento possuem uma forte orientação para imagens ao resolver problemas matemáticos, o que facilita a obtenção, representação, interpretação, percepção e memorização de informações, bem como sua expressão (Borromeo Ferri; Kaiser, 2003).

Estilo Analítico: Os indivíduos com esse estilo focam em fórmulas e procedimentos algorítmicos. Eles tendem a decompor problemas em partes menores e a utilizar equações para encontrar soluções.

Estudos destacam a vantagem do pensamento analítico na obtenção de melhores notas e na construção da autoconfiança acadêmica (Borromeo Ferri, 2021). Isso implica que os alunos que preferem esse estilo têm melhor desempenho acadêmico, pois ele é mais valorizado no sistema escolar. Além disso, a correlação entre o pensamento analítico e a autoeficácia sugere que os alunos com essa preferência têm maior confiança em alcançar metas acadêmicas.

O estilo de pensamento analítico é identificado como pensamento simbólico e formalista. Indivíduos com esse estilo tendem a buscar estruturas, padrões ou fórmulas e sua aplicação, ou a operar com base em regras matemáticas (Borromeo Ferri; Kaiser, 2003). O pensamento analítico envolve a separação e classificação de elementos, uma tendência a se concentrar nas propriedades dos objetos e elementos para categorização, bem como uma preferência pelo uso de regras para organizar informações e prever comportamentos.

Esses estilos de pensamento influenciam diretamente o desempenho acadêmico dos alunos, uma vez que a congruência entre o estilo de ensino do professor e o estilo de aprendizagem do aluno pode afetar a compreensão e a eficácia do aprendizado. Quando há uma discrepância entre os estilos, os alunos podem enfrentar dificuldades na assimilação do conteúdo.

Estudos mostram que o estilo de pensamento dos alunos pode mudar dependendo da familiaridade e da dificuldade da tarefa matemática. Por exemplo, em situações mais complexas, os alunos tendem a recorrer a métodos visuais, enquanto, em situações menos desafiadoras, estratégias não visuais são mais comuns (Borromeo Ferri, 2007). Além disso, alguns estudos indicam que alunos com estilo de pensamento visual tendem a desenvolver formas mais analíticas de raciocínio à medida que sua familiaridade com as tarefas aumenta (Borromeo Ferri, 2007). Essa flexibilidade nos estilos de pensamento reflete a natureza dinâmica do processo de resolução de problemas matemáticos.

Foi constatado que alunos com diferentes estilos de pensamento, identificados como analítico e visual, adotam abordagens distintas durante as atividades de modelagem (Borromeo Ferri, 2015). A autora, em seus estudos, sugere que a conscientização dos professores sobre seus próprios estilos de pensamento

matemático pode levar a práticas pedagógicas mais eficazes. Ao reconhecer suas preferências, os educadores podem diversificar suas abordagens de ensino, utilizando diferentes representações e métodos que atendam às necessidades variadas de seus alunos. Essa flexibilidade é crucial para promover um ambiente de aprendizagem inclusivo, no qual todos os alunos, independentemente de seu estilo de pensamento, possam desenvolver suas habilidades matemáticas de forma mais eficaz (Borromeo Ferri, 2012).

A análise dos dados coletados por Borromeo Ferri (2007) foi realizada por meio de quatro dimensões principais, que ajudam a elucidar as características dos estilos de pensamento. A primeira dimensão, a imaginação interna, refere-se à maneira como os alunos visualizam mentalmente os problemas que enfrentam. Essa dimensão é essencial, pois a forma como um aluno imagina um problema pode influenciar diretamente sua capacidade de resolvê-lo. A segunda dimensão, a representação externa, diz respeito à forma como os alunos expressam suas soluções, seja por meio de gráficos, fórmulas ou outras representações. Essa manifestação externa reflete a compreensão interna que o aluno possui sobre o problema. A terceira dimensão analisa a abordagem holística versus analítica, que se refere à tendência do aluno em enxergar o problema como um todo ou, alternativamente, focar em partes específicas dele. Essa distinção é importante, pois pode impactar a estratégia de resolução adotada pelo aluno. Por fim, a quarta dimensão explora a imagem que os alunos têm da matemática, incluindo suas preferências e aversões em relação à disciplina. Essa percepção pode influenciar não apenas o desempenho acadêmico, mas também a motivação e o engajamento dos alunos com a matemática.

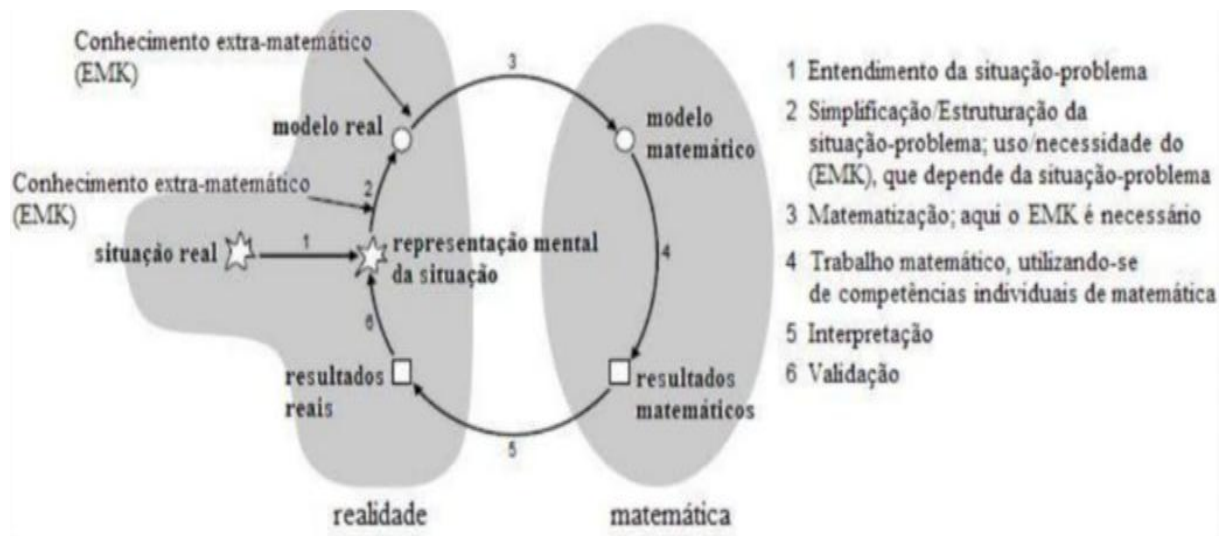
Os resultados da pesquisa de Borromeo Ferri (2015) revelam que é possível identificar preferências distintas pelos estilos de pensamento visual e analítico entre os alunos, enquanto o estilo conceitual tende a aparecer apenas em combinação com os outros estilos, caracterizando-se como um “tipo misto”. A pesquisa também destaca que os alunos que se identificam como “tipos mistos” demonstram maior flexibilidade na resolução de problemas, adaptando suas estratégias de acordo com a situação apresentada. Essa flexibilidade indica que esses alunos podem ser mais bem-sucedidos em ambientes de aprendizado dinâmicos, onde a capacidade de alternar entre diferentes estilos de pensamento é valorizada.

Os processos cognitivos envolvidos na modelagem matemática são fundamentais para a compreensão e a resolução de problemas. Inicialmente, os alunos passam pela percepção e compreensão, etapa em que interpretam a situação real e identificam os elementos relevantes. Esse processo é seguido pela representação mental, que envolve a criação de representações visuais ou simbólicas para estruturar o problema.

A abstração e generalização permitem que os alunos extraiam conceitos matemáticos aplicáveis, enquanto o raciocínio lógico é utilizado para manipular esses conceitos e desenvolver um modelo matemático. Por fim, a avaliação e validação da solução obtida são cruciais, pois os alunos devem verificar a consistência e a relevância de suas respostas em relação ao contexto original do problema.

Estes itens podem ser vistos na representação das ações cognitivas que são possíveis em atividades de modelagem matemática, como a Figura 1.

Figura 1: Ciclo de Modelagem Matemática sobre uma perspectiva cognitiva



Fonte: Tradução de Ferri (2006, p. 92).

Além disso, a reflexão crítica desempenha um papel essencial na atividade de modelagem, permitindo que os alunos analisem suas estratégias e aprendam com os erros e acertos. Os processos cognitivos não ocorrem de forma linear, mas sim de maneira interativa, em que os alunos frequentemente retornam a fases anteriores para refinar suas soluções.

O trabalho desenvolvido durante um ciclo de modelagem traz à tona experiências que influenciam a resolução da situação-problema por meio da

modelagem matemática. Dessa forma, no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, os estilos de pensamento abordados na pesquisa de Borromeo Ferri (2004) podem ser investigados, influenciando o processo de análise e interpretação da matemática, que, por sua vez, está atrelado às experiências e ao contexto.

A pesquisa sobre estilos de pensamento na modelagem matemática tem despertado interesse crescente. Outros pesquisadores, como Blum e Borromeo Ferri (2009), exploraram a importância da modelagem matemática no ensino e na aprendizagem, enfatizando seu papel na promoção do pensamento crítico e na conexão entre a matemática e a vida cotidiana. Estudos de Niss (2012) e Lesh e Doerr (2003) revelaram a utilidade das atividades de modelagem na Educação Matemática, destacando a necessidade de compreender os diferentes estilos de pensamento que os alunos empregam ao enfrentar problemas de modelagem. Esses estudos fornecem uma base para investigações futuras sobre os processos cognitivos envolvidos na modelagem matemática.

No que tange à tipificação do pensamento matemático, os pensamentos numérico, geométrico e algébrico são descrições qualitativas relacionadas aos conceitos e às ideias associadas, respectivamente, a números, geometria e álgebra no ensino de matemática. Eles abordam características da aprendizagem desses conteúdos que vão além das habilidades simples de manipulação técnica e mecânica.

O pensamento numérico, por exemplo, é explorado por diversos autores, como Carvalho e Ponte (2019), Corso e Dorneles (2010), e Lins e Gimenez (1997), que destacam aspectos como o conhecimento e as habilidades em relação aos números e operações, incluindo a compreensão do contexto e a seleção de estratégias eficientes para resolver problemas numéricos.

Já o pensamento geométrico, descrito por Nacarato e Passos (2003) e Santos e Nacarato (2014), envolve a experiência espacial e visual dos estudantes, passando por estágios intuitivos, experimentais e teóricos. A visualização e a capacidade de representar objetos geométricos também são aspectos cruciais no desenvolvimento desse pensamento.

Por fim, o pensamento algébrico, delineado por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Ribeiro e Cury (2015), refere-se à percepção de regularidades, busca de padrões e tentativas de expressar a estrutura de situações-problema. Há uma ênfase na relação entre pensamento algébrico e linguagem algébrica, defendendo-se a

introdução precoce desse pensamento, conforme proposto pelo movimento early algebra (Lins; Kaput, 2004).

De modo a indicar um panorama da pesquisa de estilos de pensamento matemática em articulação com a modelagem matemática, elaborou-se uma síntese sobre a pesquisa acerca do desenvolvimento do pensamento matemático e suas diferentes faces (Tabela 1).

Tabela 1 Pesquisas sobre o pensamento matemático

Tipos de Pensamento Matemático na Modelagem	Descrição do autor (baseada na interpretação do texto)	Pesquisadores Relevantes
Pensamento Geométrico	Envolve visualização, manipulação e análise de formas geométricas, medidas e relações espaciais.	Almeida, Vertuan (2016); Nacarato, Passos (2003); Santos, Nacarato (2014)
Pensamento Analítico	Focado em identificar padrões, generalizar relações matemáticas e interpretar dados quantitativos.	Blum, Ferri (2009); Sfard (1991); Dreyfus (1991); Borromeo Ferri (2010); Tall (1995;1996;2002)
Pensamento Numérico	Envolvido na manipulação, compreensão e interpretação de números, operações e quantidades em contextos matemáticos.	Carvalho, Ponte (2019); Lins, Gimenez (1997); Corso, Dorneles (2010)
Pensamento Algébrico	Explora padrões, relações e estruturas abstratas usando símbolos e linguagem algébrica para modelar situações matemáticas.	Fiorentini, Miorim, Miguel (1993); Lins, Kaput (2004); Ribeiro, Cury (2015)
Pensamento Visual	Utiliza imagens, diagramas, gráficos e representações visuais para resolver problemas matemáticos e entender relações matemáticas.	Borromeo Ferri, Kaiser (2003); Tall (2002); Lesh, Doerr
Pensamento Integrado	Combina múltiplos estilos de pensamento dependendo do problema, utilizando abordagens variadas para resolver questões matemáticas complexas.	Borromeo Ferri (2004, 2010); Ferri (2021); Lesh, Doerr
Pensamento Lógico-Dedutivo	Raciocínio lógico que parte de premissas para deduzir conclusões, aplicável em provas matemáticas e	Sternberg (1997); Jonassen (2003); Sfard (1991)

	argumentação formal.	
Pensamento Estatístico e Probabilístico	Utilização de métodos estatísticos, interpretação de dados e análise probabilística para compreender fenômenos variáveis e incertos.	Niss (2012); Lesh, Doerr; Perin, Wodewotski (2019); Blum, Ferri (2009)
Pensamento Heurístico	Emprego de estratégias criativas e intuitivas para resolver problemas complexos, explorando soluções não convencionais e inovadoras.	Schoenfeld (1985).
Pensamento Meta-Cognitivo	Consciência e regulação dos processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas matemáticos, incluindo monitoramento e ajuste de estratégias de aprendizagem.	Schrenk (2021); Almeida, Vertuan (2016); Schoenfeld (1985)
Pensamento Crítico na Matemática	Avaliação rigorosa de argumentos, conclusões e métodos matemáticos, aplicando raciocínio crítico para analisar e resolver problemas.	Blum, Ferri (2009); Lesh, Doerr; Sfard (1991)

Fonte: o autor

A pesquisa sobre os tipos de pensamento matemático revela uma diversidade de abordagens essenciais para a compreensão e a resolução de problemas matemáticos. Os pesquisadores identificaram diferentes faces do pensamento matemático, como o pensamento geométrico, que enfatiza a visualização e a análise de formas; o pensamento analítico, que se concentra na identificação de padrões e na interpretação de dados; e o pensamento numérico, que envolve a manipulação e a compreensão de números e operações. Além disso, o pensamento algébrico explora relações e estruturas abstratas, enquanto o pensamento visual utiliza representações gráficas para facilitar a resolução de problemas. Essas abordagens são complementadas pelo pensamento integrado, que combina múltiplos estilos conforme a complexidade da questão.

Outros tipos de pensamento, como o lógico-dedutivo e o heurístico, são fundamentais para a argumentação formal e a exploração de soluções criativas, respectivamente. O pensamento estatístico e probabilístico permite a análise de dados e a compreensão de fenômenos incertos, enquanto o pensamento

metacognitivo envolve a regulação dos processos cognitivos durante a resolução de problemas. Por fim, o pensamento crítico na matemática é vital para a avaliação rigorosa de argumentos e métodos, promovendo uma análise aprofundada e a capacidade de resolver problemas de maneira eficaz.

O estudo teórico ressalta a importância de os professores estarem cientes do desenvolvimento do pensamento matemático durante as atividades de ensino e de aprendizagem, de modo a planejar e conduzir atividades de modelagem em sala de aula.

3.1 Sobre o Produto Educacional

A presente pesquisa justifica-se pela necessidade de investigar uma dificuldade recorrente no ensino de Matemática: a falta de articulação entre diferentes formas de representação matemática por parte dos alunos, tais como expressões algébricas, gráficos, tabelas, esquemas e linguagem verbal. Essa limitação compromete o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que a compreensão conceitual exige a mobilização e a coordenação entre múltiplas representações de um mesmo objeto ou fenômeno.

Observações no contexto escolar indicam que muitos estudantes operam de forma restrita a um único tipo de representação — frequentemente a simbólica — sem estabelecer conexões com representações visuais ou contextuais. Essa fragmentação dificulta a resolução de problemas e a atribuição de significado aos conceitos matemáticos.

Inicialmente, o produto educacional desta pesquisa foi concebido como um **eBook composto por diversas soluções e encaminhamentos prontos**, com o intuito de apoiar o trabalho docente. No entanto, sua implementação em sala de aula revelou aspectos mais complexos do processo de aprendizagem, evidenciando que os alunos não apenas necessitam de soluções, mas, sobretudo, de oportunidades para **articular diferentes formas de representação** no desenvolvimento das atividades.

Atrelado a essa pesquisa está o produto educacional “Modelagem Matemática na Educação Básica e o desenvolvimento do pensamento Matemático”, classificado pela CAPES como: Proposta de Ensino.

Para estruturar esse E-book, foi feita uma revisão de produtos educacionais e a articulação com a teoria no sentido das contribuições do produto em termos da área e do que a pesquisa propõe.

As atividades foram desenhadas de modo a ressaltar a importância de os professores estarem cientes dos estilos de pensamento dos alunos ao planejar e conduzir atividades de modelagem. A idealização do produto contempla as cinco atividades da Tabela 3.

Tabela 2 Atividades do Ebook

Atividade	Título da Atividade
Atividade 1	Análise de Infraestrutura Rodoviária
Atividade 2	Produção e Consumo de Suco de Laranja
Atividade 3	Estocagem de Milho
Atividade 4	Relação entre Salários e Aluguéis
Atividade 5	Análise do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

Fonte: o autor

Essas atividades foram elaboradas para engajar os alunos em problemas relevantes e contextualizados, promovendo a aplicação de conceitos matemáticos em situações do cotidiano. O desenvolvimento dessas atividades com alunos foi feito na implementação realizada no segundo semestre de 2025 com 10 alunos no contexto do Ensino Médio de uma escola pública.

O produto apresenta uma estrutura organizada, abrangendo desde a introdução à Modelagem Matemática na Educação até a aplicação prática de atividades contextualizadas. A obra é dividida em seções que incluem uma apresentação do produto, uma introdução teórica, cinco atividades práticas que exploram problemas reais e relevantes para os alunos e considerações sobre os estilos de pensamento dos estudantes durante as atividades de modelagem.

Cada atividade foi projetada para engajar os alunos em investigações que promovem a aplicação de conceitos matemáticos, incentivando o desenvolvimento de habilidades críticas e criativas. Além disso, o E-book enfatiza a importância da adaptação do ensino às necessidades dos alunos, destacando a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que conecta a matemática à realidade,

contribuindo para a formação de cidadãos mais conscientes e preparados para enfrentar desafios contemporâneos.

3.2 Revisão de produtos educacionais sobre modelagem matemática

Essa revisão teve como fontes de dados o RIUT – Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (PROFMAT e programas de pós-graduação em universidades federais), além de páginas web e repositórios de programas de pós-graduação no período de março a outubro de 2023. Como string de busca, foram selecionados produtos que contivessem a expressão “Modelagem Matemática” no título.

Os critérios de inclusão da primeira busca foram: dissertações e produtos educacionais provenientes de programas de pós-graduação profissional situados no estado do Paraná, que contivessem a expressão “Modelagem Matemática” no título. Os resultados estão na Tabela 4.

Tabela 3 Modelagem matemática nos produtos educacionais do Paraná

Universidades	Programa de Pós-Graduação	Total	Com MM
Universidade Estadual de Londrina	PROFMAT	77	0
Universidade Estadual de Maringá	PROFMAT	52	0
Universidade Estadual de Ponta Grossa	PROFMAT	52	3
Universidade Estadual do Oeste Do Paraná	PROFMAT	13	0
Universidade Federal do Paraná	PROFMAT	85	3
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Cornélio Procópio	PROFMAT	29	0
Universidade Tecnológica Federal do Paraná -Curitiba	PROFMAT	90	2
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Pato Branco	PROFMAT	53	0
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Ponta grossa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia	59	1
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Toledo	PROFMAT	6	0
Universidade Estadual do Centro-Oeste	Ensino de Ciências Naturais E Matemática	82	21
Universidade Estadual do Norte do Paraná	Ensino	141	5
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Londrina	Ensino de Ciências Humanas, Sociais E da Natureza	175	0
Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Londrina	Ensino de Matemática	133	28
Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Curitiba	Formação Científica, Educacional e Tecnológica	211	0

Fonte: o autor

Para classificar os produtos encontrados sobre Modelagem Matemática, foram estabelecidas categorias que refletem os diferentes níveis de ensino abordados nas pesquisas. A primeira categoria, denominada “Fundamental”, abrange tanto a Educação Infantil quanto o Ensino Fundamental, evidenciando a atenção dedicada a esses níveis iniciais de escolarização. A segunda categoria, “Médio”, refere-se ao Ensino Médio, onde a modelagem matemática começa a ser integrada de maneira mais sistemática ao currículo. Por fim, a terceira categoria, “Formação”, inclui produtos educacionais voltados para o Ensino Superior e para a formação continuada de professores, ressaltando a importância da capacitação docente para a implementação eficaz da modelagem matemática em sala de aula.

Os critérios de exclusão utilizados na pesquisa foram rigorosos, visando garantir que apenas trabalhos relevantes para o ensino e a aprendizagem fossem considerados. Assim, foram excluídos dois trabalhos de matemática aplicada do Programa de Formação de Professores de Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), pois não se enquadravam nos temas de ensino e aprendizagem. Essa abordagem criteriosa assegura que os estudos selecionados contribuam efetivamente para a discussão sobre a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica.

A classificação dos estudos encontrados revela uma predominância de pesquisas focadas no Ensino Fundamental, refletindo um maior interesse no desenvolvimento de práticas pedagógicas que promovam a aprendizagem significativa desde os primeiros anos de escolarização. O Ensino Médio também está representado, mas com uma ênfase crescente na formação de professores, indicando a necessidade de preparar educadores para integrar a modelagem matemática em suas práticas de ensino.

Essa estrutura de classificação não apenas organiza os estudos de maneira lógica, mas também destaca a relevância da modelagem matemática em diferentes contextos educacionais, contribuindo para uma compreensão mais ampla de suas aplicações e benefícios na educação matemática. Os resultados foram organizados na tabela 5.

Os dados indicam que o Ensino Fundamental, abrangendo tanto os anos iniciais quanto os finais, é o mais representado, refletindo a maior atenção dedicada a esse nível de ensino. Em seguida, aparecem o Ensino Médio e a formação de professores, com ênfase na formação continuada. Esse agrupamento evidencia a

relevância atribuída à continuidade do processo educacional, desde os primeiros anos de escolarização até a formação permanente dos docentes, essencial para a melhoria da qualidade educacional em diversos níveis.

Tabela 4 Alvo dos produtos educacionais do Paraná.

Universidades	Programa de Pós-Graduação	Fundamental	Médio	Formação	Total
Universidade Estadual de Ponta Grossa	PROFMAT	1	2		3
Universidade Federal do Paraná	PROFMAT	1			3
Universidade Tecnológica Federal do Paraná Curitiba	PROFMAT		2		2
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Ponta grossa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia			1	1
Universidade Estadual do Centro-Oeste	Ensino de Ciências Naturais e Matemática	13	8		21
Universidade Estadual do Norte do Paraná	Ensino	4		1	5
Universidade Tecnológica Federal do Paraná Londrina	Ensino de Matemática	20	4	4	28
Total		38	17	6	63

Fonte: o autor

Os produtos educacionais que utilizaram Modelagem Matemática no estado do Paraná revelam uma diversidade de abordagens e formatos, refletindo a busca por práticas pedagógicas inovadoras e contextualizadas.

Os dados indicam que a maioria dos produtos se concentra no desenvolvimento de atividades práticas e guias de formação, com destaque para a Universidade Estadual do Centro-Oeste, que apresenta um número significativo de propostas (17) voltadas para a Educação em Ciências Naturais e Matemática, além de incluir atividades experimentais e de modelagem. A Universidade Estadual de Ponta Grossa e a Universidade Federal do Paraná também contribuem com produtos relevantes, embora em menor escala, focando em guias e cadernos de atividades que promovem a aplicação da Modelagem Matemática em contextos educacionais. Por outro lado, a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, tanto em Curitiba quanto em Ponta Grossa, apresenta uma abordagem mais integrada, com propostas que combinam Modelagem Matemática com outras áreas do conhecimento, como Ciência e Tecnologia. Essa diversidade de produtos, que inclui guias, propostas de atividades e cadernos, evidencia a importância da modelagem matemática como uma estratégia

pedagógica eficaz para promover a aprendizagem e a interdisciplinaridade, além de atender às necessidades específicas dos alunos e professores nas diferentes instituições de ensino do estado. A Tabela 6 indica alguns tipos de produtos educacionais.

Tabela 5 Tipos de Produtos educacionais que utilizaram M M no Paraná

Universidades	Programa de Pós-Graduação	Guia/for mação	Prosposta	Video	Caderno de ativides
Universidade Estadual de Ponta Grossa	PROFMAT		3		3
Universidade Federal do Paraná	PROFMAT		1		1
Universidade Tecnológica Federal do Paraná -Curitiba	PROFMAT		2		2
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Ponta grossa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia			1	1
Universidade Estadual do Centro-Oeste	Ensino De Ciências Naturais E Matemática	17		3	1
Universidade Estadual do Norte do Paraná	Ensino	1			4
Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Londrina	Ensino De Matemática	10	3		15
Total		38	17	6	63

Fonte: o autor

Em uma análise preliminar, é possível identificar, a partir de uma primeira visualização, quais Programas de Pós-Graduação (PPGs) têm explorado a Modelagem Matemática em suas linhas de pesquisa, destacando-se UNICENTRO e UTFPR pela produção de materiais sobre o tema.

A maioria dos materiais é textual, com poucos recursos audiovisuais ou online. As atividades propostas frequentemente incorporam o uso de tecnologias digitais, experimentos e a articulação com outras áreas do conhecimento, como Ciências e Educação do Campo. Além disso, a pesquisa destaca a importância da formação docente para a implementação eficaz da Modelagem Matemática, sugerindo que a familiarização dos professores com essas práticas é crucial para seu sucesso em sala de aula.

Um exemplo pertinente à nossa pesquisa é o Produto Educacional "Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil", desenvolvido a partir da dissertação de mestrado com o mesmo título. Este material

pedagógico tem como objetivo proporcionar atividades de modelagem matemática para a Educação Infantil, focando na mobilização e/ou desenvolvimento do raciocínio proporcional. O autor do estudo destaca que o produto se destina a professores que buscam transformar suas práticas pedagógicas e vivenciar novas experiências no ensino de matemática (Coutinho, 2020, p. 3).

O produto inclui atividades como "Brigadeiro, quando maior melhor?", "Balançar ou Equilibrar na Gangorra?" e "Quanto come o Cachorro?", todas acompanhadas de orientações detalhadas para os professores, além de sugestões para a resolução dos problemas. Atividades adicionais, como "Bolhas de Sabão: Diversão na Certa" e "Vamos cuidar da Alimentação?", também são incluídas, com o intuito de proporcionar uma aprendizagem mais lúdica e significativa. De acordo com o autor, a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica valiosa, pois vai além da resolução de problemas tradicionais, incentivando as crianças a explorar e desenvolver ideias matemáticas aplicáveis ao mundo real (Coutinho, 2020, p. 21).

Os objetivos do produto incluem o desenvolvimento do raciocínio proporcional, a compreensão de conceitos matemáticos essenciais, como álgebra, funções e geometria, e a promoção de uma abordagem criativa e crítica na resolução de problemas. O autor ressalta que o raciocínio proporcional é fundamental para o aprendizado da matemática escolar, servindo como base para a compreensão de conceitos mais avançados (Coutinho, 2020, p. 12).

Outro exemplo para o mesmo público-alvo é o Produto Educacional "Atividades de Modelagem Matemática com Análise de Modelos para o Ensino Médio", desenvolvido por Tonin (2024), a partir de sua pesquisa de mestrado na UTFPR de Londrina. Este material reúne atividades de modelagem matemática que integram experimentação e recursos digitais, buscando aprimorar a análise de modelos matemáticos. O autor enfatiza que a flexibilidade do material permite sua adaptação a diferentes níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, atendendo às necessidades de professores, alunos e da matriz curricular. O produto inclui relatos de implementação de três atividades em sala de aula, com detalhes sobre o planejamento, execução e análise dos resultados.

Os objetivos principais do produto são: (1) aprimorar a análise de modelos matemáticos; (2) sugerir atividades de modelagem matemática que integrem experimentação e recursos digitais; e (3) disponibilizar um material adaptável a diversos contextos educacionais. O autor destaca que o produto visa aprofundar a

compreensão dos processos de modelagem, proporcionando uma visão mais integrada e reflexiva da prática pedagógica (Tonin, 2024).

Em uma abordagem mais focada na Educação Fundamental, a pesquisa derivada da dissertação “Modelagem Matemática e Pensamento Algébrico no 6º ano do Ensino Fundamental” explora a eficácia da Modelagem Matemática no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do Ensino Fundamental. O material pedagógico resultante, fruto de discussões no Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM) da UTFPR de Londrina, propõe seis atividades de modelagem matemática, detalhando três delas e sugerindo outras três. A ênfase está em ajudar os professores a aplicar essa abordagem em sala de aula, utilizando os princípios das *Model-Eliciting Activities* (MEAs), que garantem a documentação do modelo, a contextualização realista dos problemas e a autoavaliação pelos alunos (Lesh et al., 2000).

As atividades abordam temas como miniaturas de carros, reciclagem e fractais, explorando conceitos de frações, proporções, potências e álgebra. O objetivo é estimular a investigação e a construção de modelos matemáticos pelos alunos, promovendo uma aprendizagem contextualizada e investigativa. Os resultados da pesquisa indicam que a Modelagem Matemática contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a compreensão de conceitos matemáticos em situações reais, além de estimular habilidades de resolução de problemas e representação matemática.

Outra contribuição vem do produto “Modelagem Matemática para a Educação Infantil, com foco na mobilização e desenvolvimento do Raciocínio Proporcional”, baseado na dissertação de mestrado *Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil*. Este material propõe atividades práticas como a produção de brigadeiros, brincadeiras na gangorra e a análise de dados sobre animais de estimação, com o intuito de promover a aprendizagem matemática de maneira lúdica e significativa. Os autores Letícia Coutinho e Emerson Tortola explicam que as atividades seguem uma estrutura em fases, que inclui a compreensão do problema, a formulação de hipóteses, a resolução e a interpretação dos resultados. O foco está em permitir que os alunos se tornem “artesãos ativos” durante o processo de modelagem (Silva, 2017, p. 137). O material é flexível, permitindo ao professor adaptá-lo conforme as necessidades da turma.

Os resultados da pesquisa demonstram como alunos de 3 a 4 anos podem desenvolver habilidades de modelagem matemática, especialmente no contexto do raciocínio proporcional. O produto oferece atividades práticas e reflexivas, com o objetivo de contribuir para uma Educação Matemática de qualidade e transformadora.

Finalmente, o trabalho intitulado “Modelagem Matemática & Experimentação: sugestões ao professor”, fruto da pesquisa “Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação” (Rocha, 2020), tem como objetivo principal fornecer sugestões de atividades que articulam Modelagem Matemática e experimentação para professores de Matemática ou Química da Educação Básica, podendo ser adaptado para o Ensino Superior. O material apresenta cinco sugestões de atividades, com exemplos de desenvolvimento em três delas, baseadas nas fases propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação.

As atividades são estruturadas de forma flexível, permitindo ao professor adaptá-las às necessidades dos estudantes e da matriz curricular. O produto enfatiza a importância da utilização de materiais adequados e da orientação do professor durante todo o processo, considerando a experimentação como “estratégias de ensino consideradas construtivas e interdisciplinares” (Bridi et al., 2010, p. 133).

Os resultados da pesquisa demonstram a eficácia da abordagem proposta. O material destaca a importância da comunicação entre professor e alunos, com o professor atuando como orientador e mediador, realizando “indagações, sugerindo caminhos e explorando o conhecimento dos alunos” (Rocha, 2022). A integração da experimentação permite aos estudantes “vivenciar situações de aprendizagem ao unir a teoria com a prática, passando do abstrato para o concreto” (Rocha, 2022), facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos. Um depoimento de estudante citado no produto reforça essa percepção: “Fazendo os experimentos, eu, como aluno, me ajudo a criar ideias. A interação com os colegas e com o professor é ótima e é sempre bom ter a teoria e a prática. No meu ponto de vista, assim consigo aprender melhor” (Rocha, 2022).

O produto educacional oferece uma abordagem prática e estruturada para integrar modelagem matemática e experimentação no ensino de ciências. A pesquisa subjacente demonstra a eficácia dessa abordagem na promoção da aprendizagem significativa, evidenciando a importância da comunicação, da orientação docente e da interdisciplinaridade. A flexibilidade do material permite sua adaptação a diferentes

contextos educacionais, contribuindo para uma prática pedagógica mais eficaz e engajadora.

O mapeamento revelou uma diversidade de estudos sobre modelagem matemática, com ênfase em níveis de ensino iniciais e abordagens práticas que promovem a aprendizagem. Os resultados indicam uma predominância de estudos voltados para o Ensino Fundamental e a Educação Infantil, refletindo uma maior atenção a esses níveis de ensino. A Modelagem Matemática com experimentação e a utilização de MEAs são abordagens que se destacam, sugerindo uma tendência crescente em integrar práticas pedagógicas que promovem a investigação e a contextualização. No entanto, há uma lacuna na pesquisa sobre Modelagem Matemática no Ensino Superior, o que pode indicar a necessidade de mais produtos para essa área.

As limitações do estudo incluem a restrição geográfica ao estado do Paraná e o uso de uma única string de busca, o que pode ter limitado a abrangência dos dados coletados. Futuras pesquisas poderiam explorar a Modelagem Matemática em contextos mais amplos, incluindo diferentes estados e países, além de investigar a eficácia de abordagens digitais e a formação de professores em modelagem matemática. Além disso, seria interessante aprofundar a pesquisa e produção de produtos visando Ensino Superior e nas práticas de formação continuada de docentes.

No que tange à articulação com a pesquisa em desenvolvimento, o produto educacional se insere como uma ferramenta inovadora que visa integrar a Modelagem Matemática ao ensino da matemática na Educação Básica, especialmente no contexto do Norte Pioneiro do Paraná. A proposta do produto é desenvolver atividades de modelagem que não apenas abordem conceitos matemáticos, mas que também considerem os diferentes estilos de pensamento dos alunos, conforme discutido na pesquisa de Borromeo Ferri (2005). Essa abordagem permite que os educadores adaptem suas práticas pedagógicas às necessidades e preferências individuais dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e eficaz.

A contribuição do produto educacional é válida, pois busca fomentar o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos por meio da Modelagem Matemática, alinhando-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Ao proporcionar atividades contextualizadas e interativas, o produto não apenas facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos, mas também estimula a aplicação prática desses

conhecimentos em situações do cotidiano. Além disso, a utilização de recursos como a Árvore de Associações de Ideias para a análise dos dados coletados durante as atividades permite uma reflexão crítica sobre os processos de ensino e aprendizagem, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e reflexivos.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A implementação do produto educacional foi realizada no segundo semestre de 2025, no contexto das Aulas Olímpicas promovidas pela Diretoria de Ensino de Avaré, na Escola Estadual Paulo Araújo de Novaes, no período matutino, totalizando uma carga horária de dez horas-aula.

A amostra foi composta por dez estudantes, com idades entre 15 e 18 anos, selecionados por adesão voluntária para participação nas atividades de modelagem matemática. O grupo apresentou heterogeneidade quanto ao nível de proficiência em Matemática, englobando desde discentes com domínio mais consolidado dos conteúdos até aqueles com conhecimentos considerados elementares.

Tal diversidade constituiu um aspecto metodologicamente relevante para a investigação, uma vez que favoreceu a análise de diferentes formas de mobilização do pensamento matemático, bem como a identificação de distintos estilos cognitivos ao longo do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

A natureza da pesquisa é qualitativa e exploratória, buscando investigar os estilos de pensamento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e compreender como a Modelagem Matemática pode ser utilizada para promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, levando em consideração os diferentes estilos de pensamento.

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Investigar indícios dos estilos de pensamento matemático dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática;
2. Elaborar um produto educacional que possibilite a implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica tendo como foco o desenvolvimento do pensamento matemático.

A análise dos dados coletados será feita de forma indutiva, utilizando a Árvore de Associações para identificar padrões e relações que evidenciem o desenvolvimento do pensamento matemático durante as atividades de Modelagem. Essa abordagem permite uma compreensão mais profunda do impacto da Modelagem Matemática na formação de cidadãos críticos e reflexivos, capazes de aplicar conhecimentos matemáticos em situações reais.

Para tanto, foram planejadas atividades de modelagem matemática que integram o conteúdo matemático a situações reais que dizem respeito ao desenvolvimento e à economia regional.

As atividades de modelagem matemática são idealizadas para desenvolvimento em grupo, com temas propostos pelo professor e desenvolvidos em sala de aula.

A coleta de dados foi realizada por meio de:

- Observações diretas: Durante as aulas e atividades, com registros em diário de campo.
- Gravações em áudio e vídeo: Capturando as interações e discussões dos alunos durante as atividades.

Os dados coletados serão organizados e analisados qualitativamente, buscando identificar padrões e relações que evidenciem o desenvolvimento do pensamento matemático nas atividades de modelagem. A análise incluirá a transcrição das gravações, a categorização das respostas dos questionários e a interpretação dos registros das atividades de modelagem. Além disso, será utilizada a Árvore de Associações para detalhar os elementos envolvidos no desenvolvimento do pensamento matemático durante as atividades.

4.1 Abordagem de análise de dados

A análise dos dados coletados será contextualizada, levando em consideração o ambiente social e histórico em que as interações ocorrem. Spink (2013) enfatiza que a produção de sentidos é um fenômeno coletivo e interativo, e a análise deve refletir essa complexidade.

Temos a transposição dos trechos da atividade (preservando toda a sequência da interação entre aluno e atividade) para o “Mapa” (sequência escolhida para os registros). O terceiro passo é a construção das Árvores de Associação que visam dar visibilidade ao encadeamento de repertórios nos trechos que nos parecerem ser mais ilustrativos dos fenômenos em estudo.

Os Mapas refletiram a estrutura da entrevista associativa contendo, portanto, quatro colunas/dimensões: (1) objeto (porque cada bloco tinha um objeto associativo específico: corpo, seio, etc.); (2) primeiras associações; (3) outras associações/explicações e (4) qualificadores, ainda um resquício da cisão desnecessária entre

aspectos cognitivos e afetivos. Essa forma de análise propiciou também o desenvolvimento das Árvores Associativas que possibilitam entender como cada microargumento é construído, preservando ainda – pela presença da fala dos entrevistados – o foco na coconstrução desses argumentos (Spink, 2013).

A análise dos dados seguiu um processo indutivo, buscando identificar elementos significativos que revelem como o pensamento matemático dos alunos se desenvolve durante as atividades de modelagem matemática. A Árvore de associação de ideias “permite entender as estratégias usadas para argumentar, explicar, justificar e dessa forma fazer valer uma certa interpretação dos acontecimentos.” (Spink,2013).

O uso da Árvore de Associações na análise de dados foi realizado por meio das seguintes etapas:

- Identificação do tema central.
- Abordagem dos dados qualitativos acerca do tema investigado – esses dados devem refletir as experiências e percepções dos participantes no desenvolvimento da pesquisa empírica.
- Criação das ramificações – a partir dos dados coletados, serão identificadas categorias principais para classificar os indícios dos estilos de pensamento matemático.
- Definição de subcategorias – para cada ramificação, serão adicionadas subcategorias que detalhem ainda mais as associações.
- Estabelecimento de relações entre categorias e subcategorias – após a construção da Árvore de Associações, serão analisadas conexões entre os diferentes elementos, permitindo a identificação de padrões e tendências nos dados.

O trabalho com Linhas Narrativas da Árvores de associação de Ideias não visa apenas ordenar cronologicamente os eventos. Visa, sobretudo, dar visibilidade às características da construção discursiva. (Spink,2013).

Na sequência, serão detalhados os elementos do produto educacional associado a esta pesquisa.

5 IMPLEMENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A implementação do produto educacional ocorreu no segundo semestre de 2025 durante as Aulas Olímpicas da Diretoria de Ensino de Avaré, na Escola Estadual Paulo Araújo de Novaes no período matutino, durante dez horas-aula.

Participaram das atividades dez alunos, que foram convidados a desenvolver as atividades de modelagem matemática. Os estudantes tinham faixa etária entre 15 e 18 anos e um perfil heterogêneo no que se refere aos conhecimentos matemáticos, incluindo alunos com domínio mais avançado dos conteúdos e alunos com conhecimentos considerados básicos. Essa diversidade de perfis mostrou-se relevante para a investigação, uma vez que possibilitou observar diferentes formas de mobilização do pensamento matemático e distintos estilos de pensamento ao longo das atividades de Modelagem.

As atividades foram desenvolvidas em aulas regulares de Matemática, de sábado, com duração média compatível com o tempo escolar previsto no calendário da instituição. O trabalho foi realizado, predominantemente, em grupos, de modo a favorecer a interação entre os alunos, a discussão coletiva de ideias e a construção colaborativa de modelos matemáticos.

Foram implementadas cinco atividades de modelagem matemática, conforme organizadas no produto educacional, abordando temas relacionados à infraestrutura regional, produção agrícola, indicadores socioeconômicos e situações do cotidiano dos estudantes. Cada atividade foi planejada para contemplar as fases da Modelagem Matemática — inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação — respeitando o nível de escolaridade dos alunos e a dinâmica das turmas.

Durante a implementação do produto educacional, atuei como professor-pesquisador, assumindo o papel de mediador do processo, orientando as discussões, incentivando a formulação de hipóteses e auxiliando os alunos na organização de suas ideias, sem indicar procedimentos matemáticos previamente definidos. As intervenções ocorreram de forma pontual, buscando estimular a reflexão, o diálogo e a argumentação dos estudantes frente às situações-problema propostas.

A coleta de dados ocorreu simultaneamente à aplicação das atividades, por meio de observações diretas registradas em diário de campo, gravações em áudio das interações dos grupos e aplicação de questionários. Esses registros permitiram documentar as estratégias utilizadas pelos alunos, as formas de comunicação

matemática mobilizadas e os indícios do desenvolvimento do pensamento matemático ao longo das atividades de modelagem matemática, bem como dos estilos de pensamento matemático dos alunos.

De modo geral, a aplicação do produto educacional transcorreu conforme o planejamento, evidenciando a viabilidade do uso da modelagem matemática como alternativa pedagógica no contexto investigado. A diversidade de perfis dos estudantes contribuiu para a emergência de diferentes estratégias de resolução, representações e estilos de pensamento, aspecto que se mostrou central para as análises apresentadas no capítulo seguinte.

6 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo, apresenta-se as análises dos dados coletados na pesquisa empírica, advindos de registros dos alunos que participaram do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Dos dez alunos visando investigar os estilos de pensamento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e compreender como a Modelagem Matemática pode ser utilizada para promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, levando em consideração os diferentes estilos de pensamento.

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Investigar indícios dos estilos de pensamento matemático dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática;
2. Elaborar um produto educacional que possibilite a implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica tendo como foco o desenvolvimento do pensamento matemático.

Para isso, os alunos que mais apresentaram indícios do desenvolvimento de seu pensamento foram selecionados para as discussões.

A estrutura de análise apresentada na sequência está detalhada de modo a contemplar: o enunciado da atividade de modelagem matemática desenvolvida; o desenvolvimento da atividade a partir das fases da modelagem matemática; a elaboração de árvores de associação de ideias sobre os estilos de pensamento manifestados dos alunos. Neste contexto, a análise dos dados concentrou-se nas interações e produções dos alunos participantes, com base nas fases de modelagem matemática propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2013).

As atividades de modelagem matemática foram disponibilizadas a partir do contido no E-book vinculado a essa pesquisa .

6.1 Análise do desenvolvimento dos alunos na Atividade 1 “Análise de Infraestrutura Rodoviária”

Dos dez alunos que participaram da atividade, dois alunos foram selecionados para o detalhamento de procedimentos e análise dos indícios de estilos de pensamento matemático durante as fases da modelagem matemática.

Implementada em duas horas-aula a atividade foi desenvolvida por meio do compartilhamento da situação-problema com os alunos. Elementos da situação inicial constam no Quadro 1.

Quadro 1. Elementos da situação-problema da atividade 1

Análise de Infraestrutura Rodoviária

ATIVIDADE 1

ANÁLISE DE INFRAESTRUTURA RODOVIÁRIA

No mês de março de 2024, os pedágios voltaram a funcionar no estado do Paraná, influenciando toda a logística de transporte estadual. Com uma receita de US\$ 25,2 bilhões oriunda das exportações em 2023, o Paraná havia estabelecido um novo recorde anual, valor 13,7% superior ao de 2022, quando a receita foi de US\$ 22,1 bilhões. Esse crescimento é muito acima da média nacional, que foi de apenas 1,7% no mesmo período, segundo dados do Ministério do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços (MDIC). Pensando nisso, uma boa infraestrutura de rodovias é necessária para o escoamento de commodities.



Especificamente em Cornélio Procópio, qual seria o custo necessário para essa infraestrutura nas rodovias BR-396 e BR-376, que ligam Cornélio a São Paulo e Cornélio a Curitiba/Paranaguá, respectivamente, considerando que as concessionárias de pedágio têm um contrato de 30 anos? Qual é a importância da estrutura logística e qual será o montante financeiro que ela contribuirá para financiar esses reparos?



Captura da imagem: mar. de 2024 - © 2024 Google



Nesta atividade, o uso da Modelagem Matemática é feito para estimar os custos de infraestrutura das rodovias BR-369 e BR-376, que ligam Cornélio Procópio a São Paulo e a Curitiba/Paranaguá, considerando contratos de concessão de 30 anos. Os estudantes, organizados em grupos, realizam a coleta e análise de dados sobre logística de transporte, escoamento da produção agrícola, custos de duplicação, manutenção das rodovias e valores de pedágio. Com mediação do professor, levantam hipóteses e transformam o problema da linguagem cotidiana para a linguagem matemática, construindo modelos para estimar os custos totais do projeto.

Fonte: Junior e Sousa (2026).

Essa situação-problema trata da rede rodoviária e dos gastos relacionados à conservação das estradas na região de Cornélio Procópio. Nessa atividade os alunos foram convidados a avaliar a estrutura viária do município, com ênfase nas rodovias BR-396 e BR-376. Eles se inteiraram do problema com o auxílio do professor, coletaram dados sobre os investimentos necessários para a manutenção e possível ampliação dessas vias, considerando o papel das tarifas de pedágio e a importância da logística no transporte de commodities. Também foi necessário reunir informações sobre a malha rodoviária, os custos de construção e conservação, analisando de que maneira esses elementos influenciam a economia local.

Na sequência aborda-se o desenvolvimento de dois alunos (selecionados de modo que tenhamos as 10 resoluções analisadas) e o percurso por eles percorrido nas fases da modelagem matemática, investigando neste percurso indícios dos estilos de pensamento matemático manifestados nos registros e interações dos alunos.

O desenvolvimento da Aluna 1

Na abordagem da situação-problema, a aluna 1 inicialmente identifica e organiza os dados relevantes da situação-problema, a extensão total da rota, tipos de obra, custo médio por quilômetro e tempo do contrato. Em seguida, seleciona estruturas numéricas adequadas para modelar cada parte do problema, recorrendo a expressões do tipo custo = extensão x valor por km e custo anual x número de anos (Figura 2).

Figura 2: Registro da Aluna 1 na atividade 1

Inteiração com a situação-problema:

O Paraná teve um crescimento de 13,7% nas Exportações em 2023 e voltou a cobrar pedágios nas Rodovias.

Em Cornélio Procópio, as Rodovias BR-376 e BR-396 ligam o município a São Paulo e Curitiba/Paranaíba, respectivamente.

O governo assinou contratos de 30 anos com as concessionárias para manutenção e duplicação dessas vias.

Seleção de dados relevantes

Tipo de obra	Custo médio por Km
construção (pista simples)	R\$ 400.000
Duplicação (plana)	R\$ 800.000
Duplicação (montanhosa)	R\$ 1.500.000
Manutenção anual (pista dupla)	R\$ 4.500/Km/ANO

- Extensão total das duplicações: 1.260 Km
- de Cornélio Procópio nas rotas: 586 Km
- Tempo do contrato: 30 ANOS

Desenvolvimento matemático

1 → Custo de duplicação da rota Cornélio → Curitiba (586 Km em Região Plana)
 custo = 586 Km x R\$ 800.000
 Custo = R\$ 468.800.000

2 → Custo de manutenção por 30 ANOS (pista dupla):
 Custo Anual = 586 Km x R\$ 4.500 = R\$ 2.637.000
 Em 30 ANOS → 2.637.000 x 30 = R\$ 79.110.000

3 → Custo total da ROTA (duplicação + manutenção)
 R\$ 468.800.000 + R\$ 79.110.000 = R\$ 547.910.000
 O custo total APROXIMADO PARA MANUTER e DUPLICAR as Rodovias é de R\$ 547,9 milhões.

Resposta para o problema.

Fonte: dados dos registros escritos.

Na Figura 2, registros escritos do desenvolvimento da atividade, a Aluna 1 estrutura a resolução por meio de procedimentos numéricos e relações operatórias, sem o uso de desenhos, esquemas espaciais ou representações visuais; estes elementos estão associados ao estilo de pensamento analítico evidenciado por Borromeo Ferri (2004).

É possível identificar nos registros a organização da solução em etapas lógicas, identificando grandezas relevantes (extensão, custo por km, duração do contrato) e realização de cálculos sucessivos que relacionam diretamente os dados do problema com o resultado. Esse padrão indica a mobilização de operações algorítmicas, controle de variáveis e manipulação simbólica de caráter numérico.

A ausência de representações pictóricas sugere que a aluna internalizou a estrutura do problema sem necessidade de suporte visual, o que permite inferir que não há traços do estilo de pensamento visual. A única mobilização próxima desse estilo aparece na interpretação implícita da situação, quando ela compreende que a duplicação, a manutenção e a soma final correspondem a diferentes etapas do mesmo cenário.

Por meio do desenvolvimento dessa atividade foi possível inferir um perfil cognitivo centrado na organização lógica e algorítmica, com uso mínimo, embora funcional, de elementos de visualização.

A aluna executou cálculos sequenciados, estruturando o processo em três etapas (duplicação, manutenção e total), o que indica controle do procedimento e compreensão das relações entre as variáveis. Toda a resolução é estruturada por meio de procedimentos numéricos e relações operatórias, sem o uso de desenhos, esquemas espaciais ou representações visuais.

As fases da atividade de modelagem matemática destacadas por Almeida, Silva e Vertuan (2013), inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação podem ser vistas não linearmente na resolução da Aluna 1, que se organizou de forma coerente com as fases, ainda que de maneira implícita e não formalizada.

A aluna identificou corretamente os elementos essenciais do contexto: extensão da malha rodoviária, necessidade de duplicação, custos de manutenção e período total de 30 anos. Essa etapa evidencia leitura atenta e seleção das variáveis relevantes.

Ela reorganiza as informações do enunciado em três blocos (duplicação, manutenção anual e custo total), reduzindo a complexidade inicial da situação a um conjunto de cálculos manejáveis. Essa simplificação mostra a habilidade de transformar a situação real em um conjunto de relações numéricas essenciais.

A aluna adota estruturas multiplicativas do tipo:

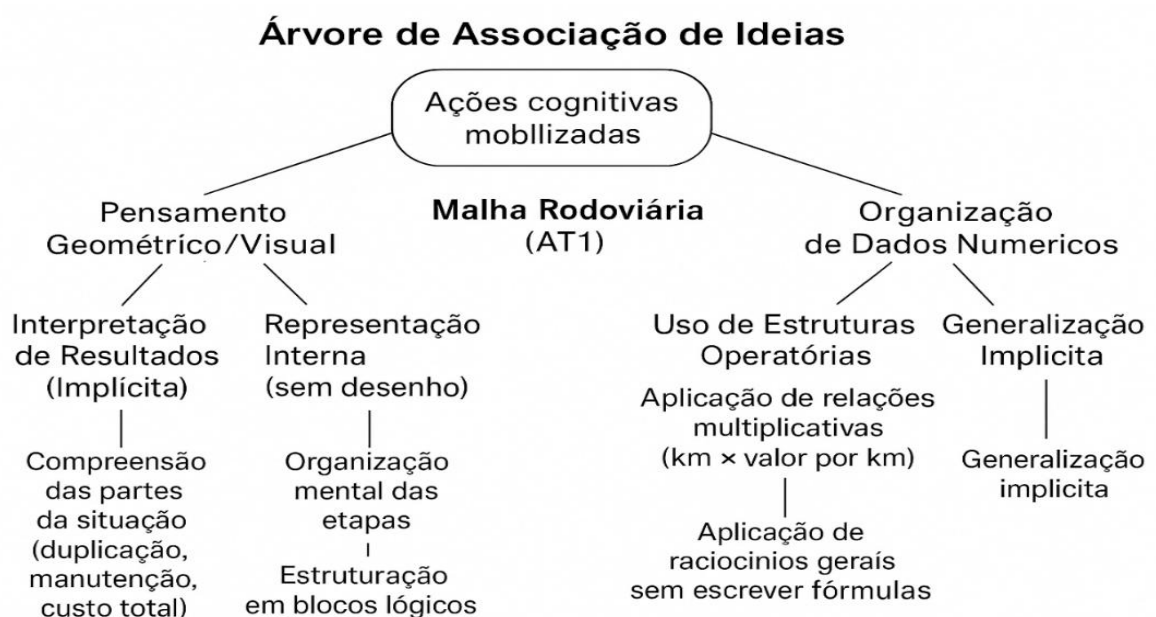
- *custo da duplicação = km x valor por km*
- *custo de manutenção = km x custo anual por km*
- *custo total = duplicação + manutenção x 30 anos*

Embora não escreva explicitamente fórmulas, a lógica operatória deixa claro o modelo utilizado. Ela executa corretamente a maior parte das operações necessárias, seguindo uma sequência encadeada de cálculos que garante coerência interna ao processo.

Ao final, apresenta um valor próximo do esperado para o custo global da obra/manutenção, demonstrando capacidade de traduzir os resultados do modelo para o contexto real. Essa etapa ainda é embrionária, mas presente. Por fim, interpreta o resultado dentro do contexto, apresentando o “custo total aproximado” de maneira compatível com o objetivo da atividade.

A árvore de associação de ideias é uma interpretação do percurso evidenciado pela aluna 1 no desenvolvimento da atividade.

Figura 3: Árvore de associação de ideias Aluna 1, atividade 1



Fonte: o autor.

O desenvolvimento do Aluno 2

Outro exemplo do desenvolvimento da atividade é pelo Aluno 2 que também tem trações de pensamento analítico, mas precisa de ajuda para entender as informações, estruturar cálculos e interpretar os resultados matemáticos.

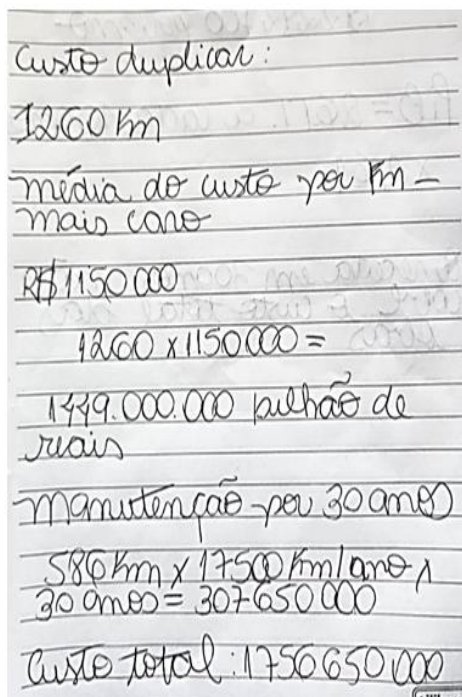
A produção do Aluno 2 evidencia a mobilização de diversas ações relacionadas à interpretação da situação, ao uso de procedimentos numéricos e ao estabelecimento de relações entre custos e receitas no contexto da malha rodoviária.

Nos registros da Figura 4, observa-se que o Aluno 2 identifica e utiliza dados relevantes, como extensão das vias, custo por quilômetro e valores de manutenção, porém de forma pouco organizada e com simplificações inadequadas. Os cálculos são executados diretamente, sem a separação clara entre etapas da obra, resultando em misturas de valores e interpretações que dificultam a compreensão do processo adotado.

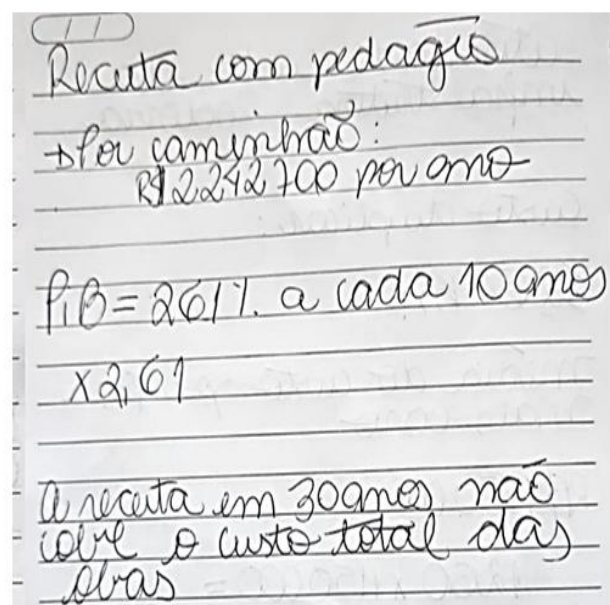
De acordo com a literatura, as manifestações do Aluno 2 são condizentes com o estilo de pensamento analítico, embora com baixa organização estrutural. O aluno 2 recorre a operações multiplicativas, como a relação entre quilômetros e custo por quilômetro, mas não sistematiza o raciocínio, tampouco registra uma justificativa formal.

Figura 4: Registro do Aluno 2 na atividade 1

Interpretação dos dados da situação inicial



Estratégia para responder o problema inicial



Fonte: dados dos registros escritos.

As ações expressas por meio da linguagem matemática incluem a manipulação de números, a tentativa de estimar custos globais e o esforço de comparar despesas com possíveis receitas de pedágio, ainda que o procedimento seja fragmentado. Não há evidências de pensamento geométrico ou visual, pois o aluno não utiliza representações, esquemas ou desenhos que apoiem o entendimento da situação.

Quanto às fases da modelagem matemática, o aluno demonstra compreensão inicial do problema ao reconhecer os elementos essenciais da situação real, embora essa compreensão seja parcial. A simplificação dos dados ocorre de modo pouco estruturado: ele seleciona valores, mas combina informações de diferentes partes da atividade sem verificar consistência. A construção do modelo matemático aparece de forma implícita, baseada apenas em multiplicações diretas, sem descrição formal da lógica envolvida. A resolução do modelo é parcial e apresenta inconsistências, mas revela um esforço genuíno para chegar ao valor total da obra. Apesar das limitações, a interpretação final mostra clareza: ao concluir que “a receita em 30 anos não cobre o custo total das obras”, o aluno demonstra capacidade de relacionar os resultados obtidos ao contexto real proposto no problema (Figura 5).

Figura 5: Arvore de associação de ideias aluno 2, atividade 1



Fonte: o autor.

6.2 Análise do desenvolvimento na Atividade 2 “Produção e Consumo de Suco de Laranja”

Dos dez alunos que participaram da atividade, quatro alunos foram selecionados para o detalhamento de procedimentos e análise dos indícios de estilos de pensamento matemático durante as fases da modelagem matemática.

Quadro 2. Elementos da situação-problema da atividade 2

ATIVIDADE 2

PRODUÇÃO E CONSUMO DE SUCO DE LARANJA

Com o potencial agrícola das regiões sul e sudeste do Brasil, especialmente na região noroeste do Estado do Paraná, o suco de laranja se torna importante para a economia local e para o desenvolvimento regional. Ele não só é uma delícia, mas também uma poderosa fonte de saúde e vitalidade. Com a produção média de 923 caixas por hectare, estamos cercados de oportunidades para usufruir dos benefícios dessa fruta incrível.

Primeiramente, vamos falar sobre imunidade. A vitamina C presente no suco de laranja é um verdadeiro escudo para o nosso sistema imunológico, mantendo-nos protegidos contra doenças e infecções. Portanto, ao consumir esse suco, estamos fortalecendo nossas defesas naturais.

Além disso, não podemos esquecer do coração. Os fitonutrientes encontrados no suco de uva, por exemplo, são aliados poderosos na saúde cardiovascular, ajudando a manter a pressão arterial sob controle e reduzindo o risco de doenças cardíacas.

E o que dizer do emagrecimento? Com sucos integrais, não precisamos nos preocupar com adição de açúcar. Eles são ótimas opções para quem deseja perder peso de forma saudável, pois as fibras presentes nas frutas proporcionam saciedade prolongada, ajudando-nos a controlar o apetite.

Além de todos esses benefícios, o consumo regular de suco de laranja pode até mesmo ajudar na prevenção do câncer, graças aos seus antioxidantes poderosos, que combatem os radicais livres responsáveis pelo surgimento de células cancerígenas.





Essa atividade visa analisar uma situação do cotidiano relacionada ao consumo de suco de laranja, comparando custos entre comprar o produto pronto, produzir com juicer ou plantar um pé de laranja. Os alunos, organizados em grupos, são convidados a realizar pesquisas, levantar e formular hipóteses, definir simplificações e transformar o problema da linguagem cotidiana para a linguagem matemática. Com mediação do professor, constroem modelos por meio de funções, desigualdades e gráficos, analisando custo-benefício ao longo do tempo e validando os resultados obtidos. A proposta coloca o aluno como protagonista do processo, favorecendo a tomada de decisões, o pensamento crítico e a compreensão da Matemática aplicada à economia doméstica, saúde e sustentabilidade.

Fonte: Junior e Sousa (2026).

Implementada em duas horas-aula a atividade foi desenvolvida por meio do compartilhamento da situação-problema com os alunos. Elementos da situação inicial constam no Quadro 2.

Nessa situação-problema, investigou-se uma situação do cotidiano relacionada ao consumo de suco de laranja. A proposta consistiu na comparação entre diferentes alternativas — comprar o produto pronto, prepará-lo com o auxílio de um espremedor elétrico ou plantar uma laranjeira — a partir da análise dos custos e benefícios ao longo do tempo. Ao assumirem um papel ativo no processo investigativo, os estudantes desenvolveram a capacidade de argumentar, tomar decisões fundamentadas e compreender a aplicação da Matemática em questões ligadas à economia doméstica, à saúde e à sustentabilidade.

Em seguida, analisa-se o desenvolvimento de dois estudantes e o caminho que trilharam ao longo das etapas da modelagem matemática, buscando identificar, nesse processo, evidências dos estilos de pensamento matemático expressos em seus registros e nas interações realizadas.

O desenvolvimento do Aluno 4

No desenvolvimento da atividade referente a produção de suco de laranja, observa-se que a resolução é estruturada por meio de procedimentos sequenciais, operações numéricas diretas e justificativas verbais que acompanham o desenvolvimento das etapas da atividade (Figuras 6 e 7). Não aparecem registros gráficos, desenhos, esquemas ou qualquer forma de representação visual, o que confirma a ausência do Estilo Visual. Da mesma forma, não há articulação sistemática entre diferentes registros de representação que caracterizaria o Estilo Integrado. Neste sentido, a produção do Aluno 4 mantém predominância exclusiva do Estilo de Pensamento Analítico, conforme a tipologia proposta por Borromeo Ferri (2004).

A extensão textual e a presença de passagens discursivas interpretativas atuam como elementos explicativos. Esse tipo de narrativa é comum em estudantes que procuram organizar a própria linha de raciocínio por meio da linguagem escrita. Cabe destacar, entretanto, que a natureza discursiva e a fluidez textual presentes na produção podem estar associadas a práticas de escrita mediada por ferramentas digitais. O volume de texto, a coerência linear e a forma como certos trechos se estruturam podem sugerir o uso de recursos de Inteligência Artificial para auxiliar na construção da resposta.

Figura 6: Registro Aluno 4 na Atividade 2

1. INTEIRAÇÃO.

- Situação-problema: "Será que produzir suco de laranja em casa, a partir de laranjas de uma árvore ou pomar próprio, compensa mais o bebido que comprar suco pronto ou industrializado?"
- Contexto = produção, colheita, tempo, custo de insumos, custo de oportunidade vs preço que se pagaria por suco industrializado ou fruta comprada.
- Variáveis a considerar = custo da planta, custo da manutenção e colheita, rendimento da laranja, rendimento de suco por laranja ou por kg da fruta, valor de compra equivalente do suco pronto, tempo e trabalho envolvidos, qualidade nutricional.
- Objetivo = avaliar o "custo por litro de suco" ou "custo por xícara" em cada alternativa, para ver qual compensa mais.

2. MATEMATIZAÇÃO.

Definir variáveis e montar um modelo simplificado.

- C_p = custo anual de manutenção do pé ou pomar (insumos, água, fertilizante, poda e colheita).
- N = número de frutas (laranjas) produzidas por ano (ou kg de fruta) no pé ou pomar próprio.
- R = rendimento de suco por kg de fruta ou por laranja, através da quantidade de litros de suco obtidos.
- C_i = custo total de produzir o suco em casa = C_p dividido pelo litro de suco produzido, ou seja:

$$\text{Custo por litro "casero"} = \frac{C_p}{N \cdot R}$$

Fonte: dados dos registros escritos.

Essa hipótese não altera a classificação do estilo de pensamento, pois o uso de IA se manifesta no plano discursivo e não modifica o processamento cognitivo matemático analisado. Assim, mesmo que haja influência de tecnologias de escrita, o padrão de resolução permanece caracterizado como analítico, como interpretado por meio da árvore de associação de ideias da Figura 8.

Figura 7: Registro do Aluno 4 na Atividade 2

- P_i = preço (por litro) que se pagaria para comprar suco industrializado no ponto no mercado.

- Comparação = Se $\frac{C_p}{N \cdot r} < P_i \rightarrow$ então "do pé" compensa. Se for $>$, então não compensa.

Ao adicionar custo de trabalho/hora, ao considerar que o tempo de trabalho vale algo ou custo de oportunidade, porém, será ignorado ou colocado como adicional.

3. Resolução.

Será atribuído valores estimados, com base em fontes:

- Segundo dados - a produção de laranja no Brasil, é relativamente alta.

- Exemplo = C_p : R\$200,00/ano para manutenção de um pé produtivo (água, adubo, poda, colheita manual).

N : 200 laranjas/ano de pé (sendo esse valor variável).

Se 10 laranjas se obtém 1 litro de suco. Então $r = \frac{1}{10} = 0,1$.

litro por laranja, assim 200 laranjas irão gerar 20 litros de suco ($200 \times 0,1 = 20$).

O custo por litro será = $200 / 20 \rightarrow$ R\$10,00 por litro.

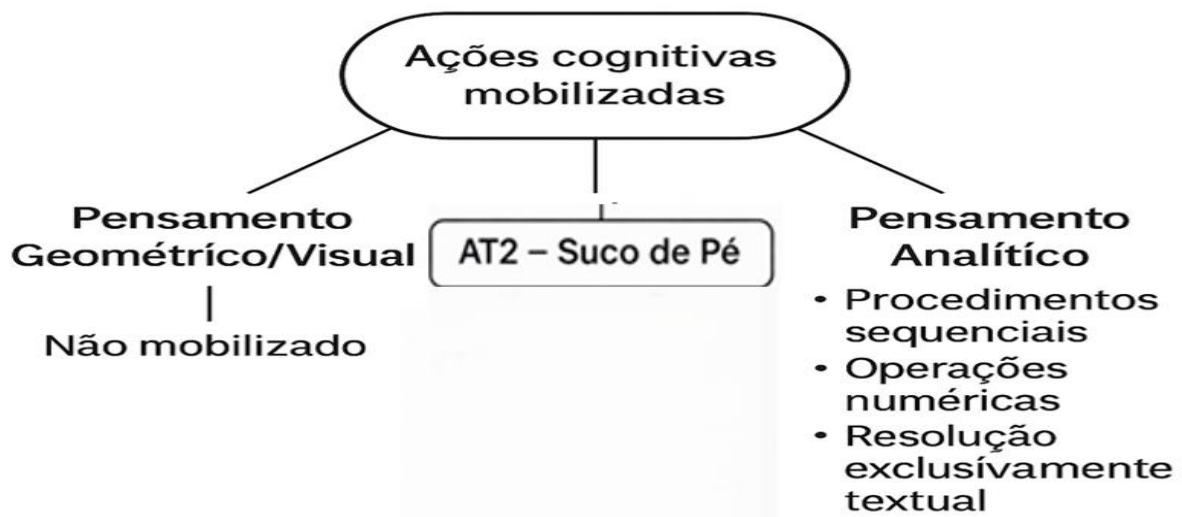
- Suponha-se que o suco industrializado custa $P_i =$ R\$8,00 por litro. Então $10 > 8$, ou seja o custo caseiro R\$10,00L é superior que o suco industrializado R\$8,00L. Com isso conclui-se que o suco de pé não compensa nesse cenário.

- Em outro cenário onde o pé produz $N = 400$ laranjas/ano, com rendimento de $0,1$ L/laranja \rightarrow 40 litros suco/ano o custo por litro será $\frac{200}{40} =$ R\$5,00 por litro. Então $5 < 8$.

Fonte: dados dos registros escritos.

Figura 8: Arvore de Associação de ideias aluno 4, atividade 2

Árvore de Associação de Ideias



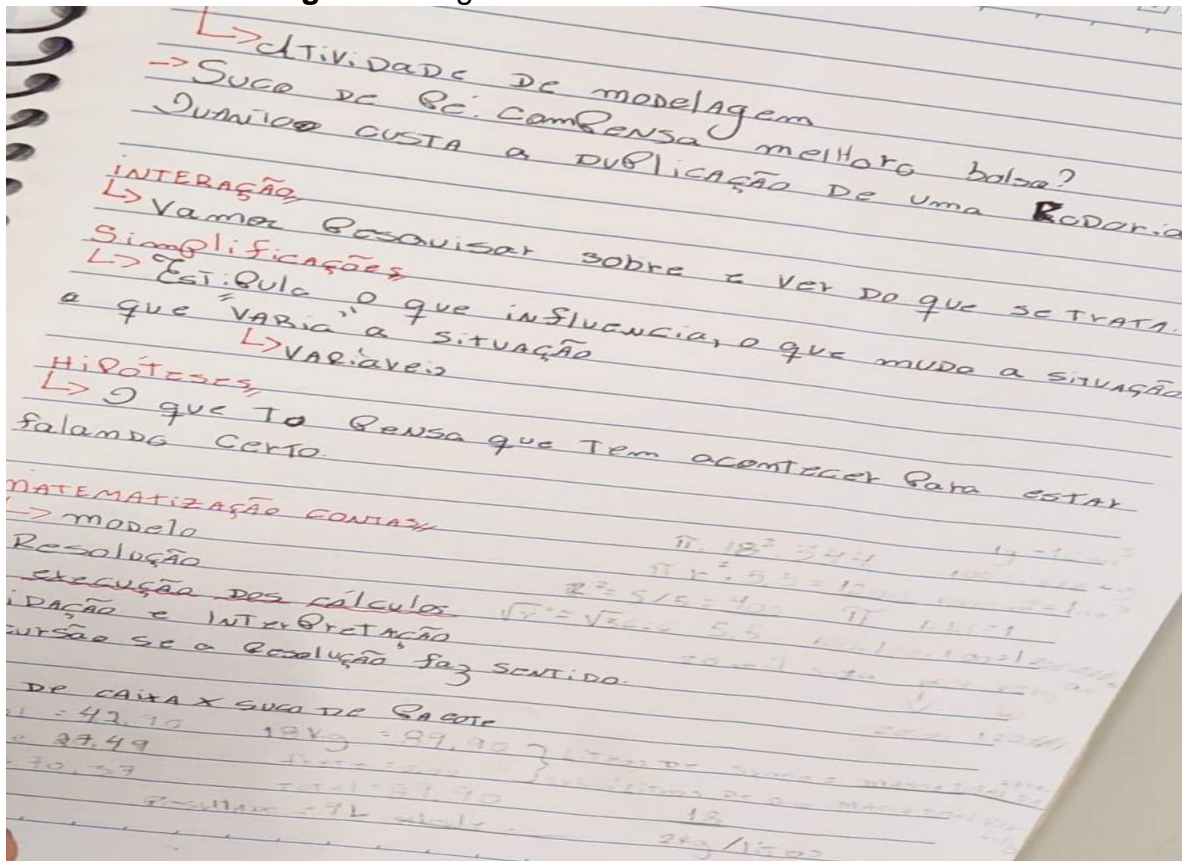
Fonte: o autor

O desenvolvimento do Aluno 6

A produção do Aluno 6 revela um processo de resolução baseado predominantemente em relações numéricas e comparativas, orientado para a identificação de diferenças de preço e rendimento entre três opções: polpa, fruta e suco. Embora a atividade 3 proponha uma investigação sobre a viabilidade do “suco do pé”, ou seja, do suco de laranja natural, o aluno reconstrói o problema com enfoque próprio, concentrando-se na comparação de valores, custos e quantidades, o que caracteriza uma apropriação parcial, mas coerente, da situação-problema (Figura 9).

Na Figura 9, observa-se que o aluno mobiliza principalmente cálculos diretos, organizando os valores de forma sequencial: preço por quilo, rendimento associado, custo por mês e custo anual. Há ainda anotações sobre tempo de colheita, quantidade por safra e estimativa de produção por pé de laranja. Esse conjunto de elementos indica que o aluno tenta estruturar um modelo próprio para comparar alternativas, mas sem formalizar expressões matemáticas ou justificar de maneira explícita a relação entre as variáveis. Assim, a matematização ocorre de forma não sistemática.

Figura 9: Registro Aluno 6 na atividade 2



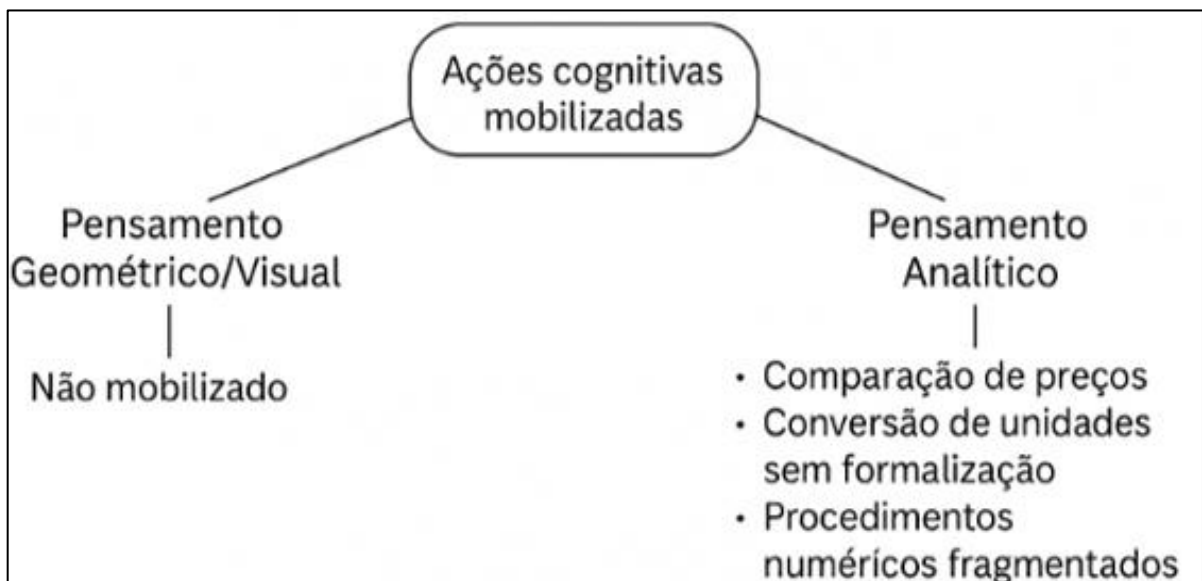
Fonte: o autor

Na etapa de interpretação, o aluno tenta relacionar os valores encontrados com a ideia de viabilidade econômica, discutindo, ainda que de maneira fragmentada, as vantagens de cada alternativa. Este potencial de discussão da realidade local por meio da matemática é uma das possibilidades das atividades de modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013). No entanto, a interpretação final aparece sem fechamento explícito, indicando compreensão parcial da finalidade da atividade. A simplificação dos dados, apesar de pertinente, ocorre de maneira dispersa, com reorganizações sucessivas e cálculos sem justificativa clara, o que evidencia dificuldades na estruturação lógica da modelagem.

O estilo de pensamento mobilizado é predominantemente analítico, pois o aluno realiza operações aritméticas, converte valores, compara grandezas e põe em jogo procedimentos algorítmicos simples. Não há uso de esquemas visuais, tabelas estruturadas ou representações externas que caracterizariam o pensamento visual. Também não há articulação entre diferentes registros que permitiria caracterizar o pensamento integrado segundo Borromeo Ferri (2004).

Em síntese, o Aluno 6 mobiliza um raciocínio tipicamente analítico, baseado em comparação numérica direta, mas sem formalização ou organização metodológica robusta. Sua atuação demonstra compreensão fragmentada da situação-problema e limitações na coerência global da resolução, ainda que evidencie esforço para construir relações matemáticas a partir de dados reais.

Figura 10: Arvore de Associação de ideias aluno 6, atividade 2

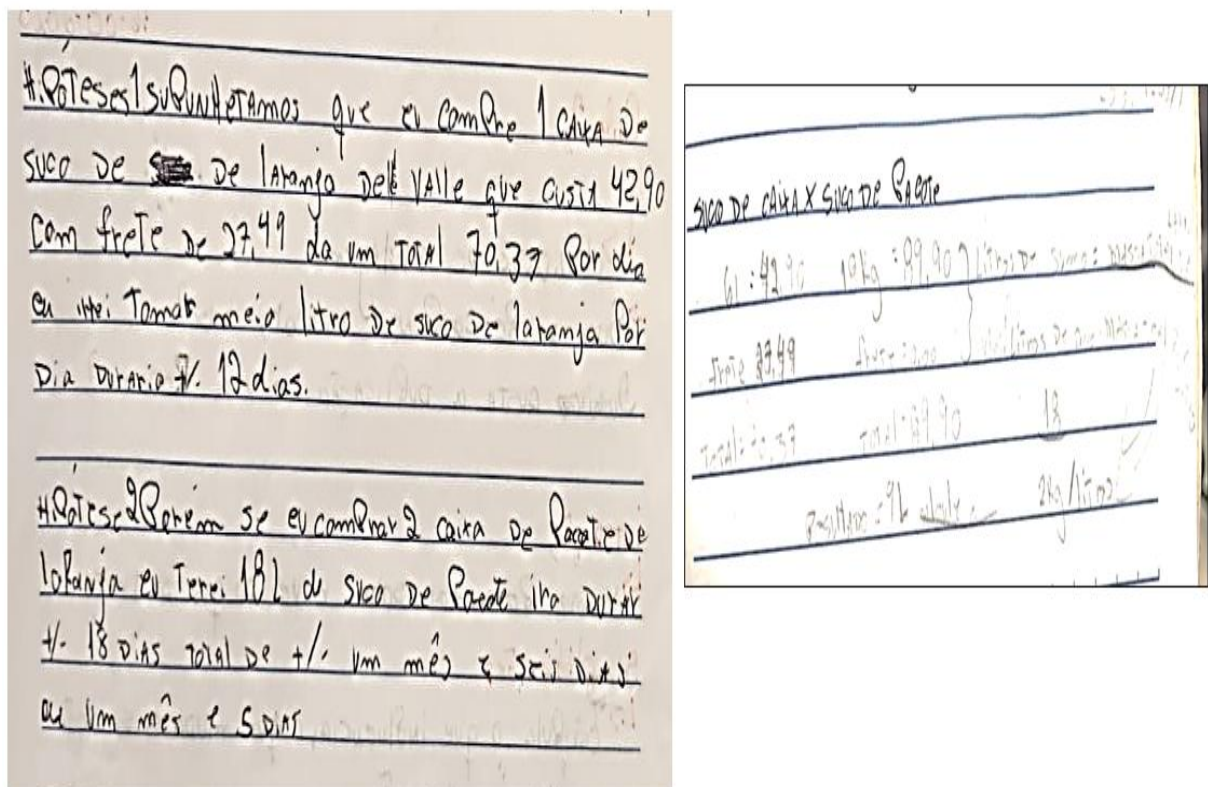


Fonte: o autor

O desenvolvimento do Aluno 7

A produção do Aluno 7 evidencia um raciocínio baseado na comparação direta entre alternativas de consumo, estruturando hipóteses e estimativas de duração do suco a partir do volume ingerido por dia. O que mostra engajamento com a fase de modelagem matemática de matematização, buscando uma estrutura matemática para uma situação-problema da realidade (Figura 11).

Figura 11: Registro do Aluno 7 na Atividade 2



Fonte: dados dos registros escritos.

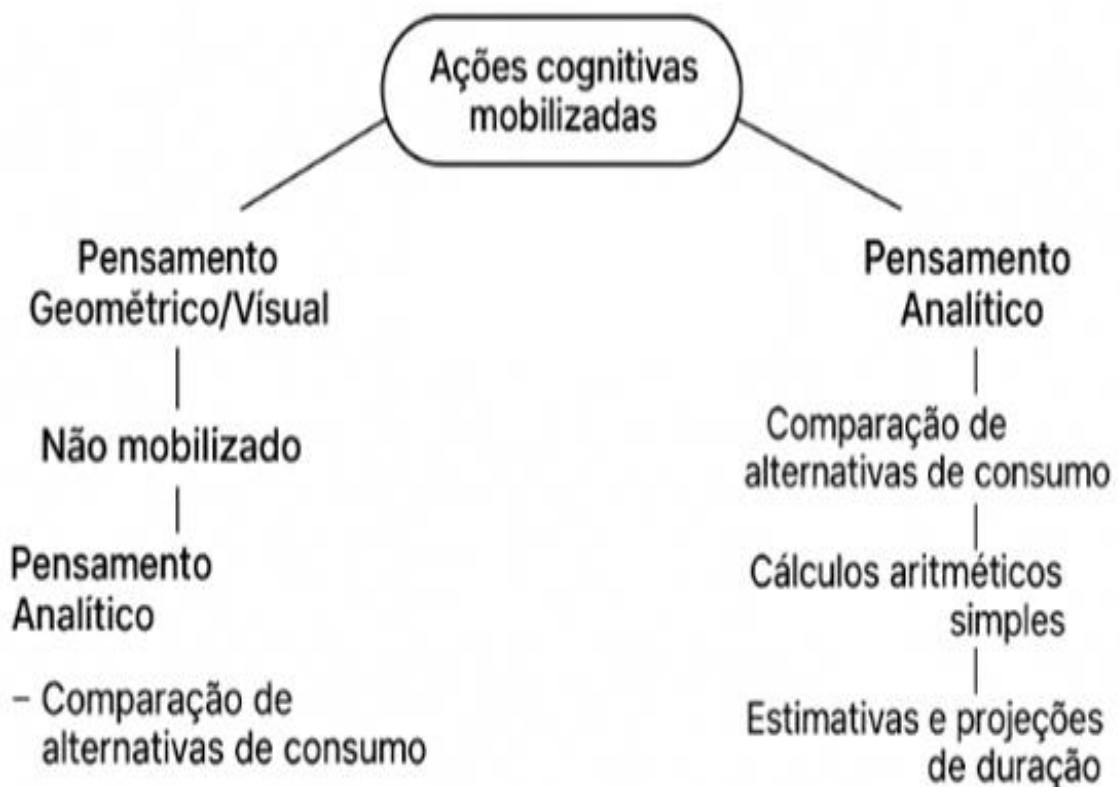
O aluno identifica os dados relevantes que considera necessários, como preço da caixa de suco, custo com frete, quantidade de litros disponíveis e consumo diário, utilizando esses elementos para calcular o tempo de duração do produto e inferir o custo mensal aproximado. Esse procedimento demonstra compreensão parcial da situação-problema e uma tentativa de organizar o pensamento por meio de projeções quantitativas.

O estilo de pensamento mobilizado é predominantemente analítico, uma vez que o aluno realiza operações aritméticas simples, conversões diretas e comparações numéricas sem recorrer a representações visuais, esquemas ou tabelas estruturadas. A elaboração das hipóteses escritas indica esforço de interpretação e tomada de

decisão, ainda que o registro apresente baixa organização formal e ausência de justificativa explícita para as escolhas realizadas. Observa-se também que o aluno não formaliza modelos matemáticos nem estabelece relações funcionais entre as variáveis, o que caracteriza a dificuldade na fase de resolução.

A interpretação dos resultados apresenta caráter conclusivo, na medida em que o aluno relaciona os cálculos obtidos à questão proposta, determinando a viabilidade temporal e econômica do consumo. No entanto, tal interpretação permanece restrita à comparação e não inclui análise crítica de outros fatores relevantes, como rendimento das frutas, custo de produção ou variações de consumo, o que limita a profundidade da reflexão. Assim, a resolução revela domínio operacional básico, mas com fragilidades na articulação lógica e na abrangência das inferências produzidas.

Figura 12: Árvore de Associação de ideias Aluno 7 na atividade 2



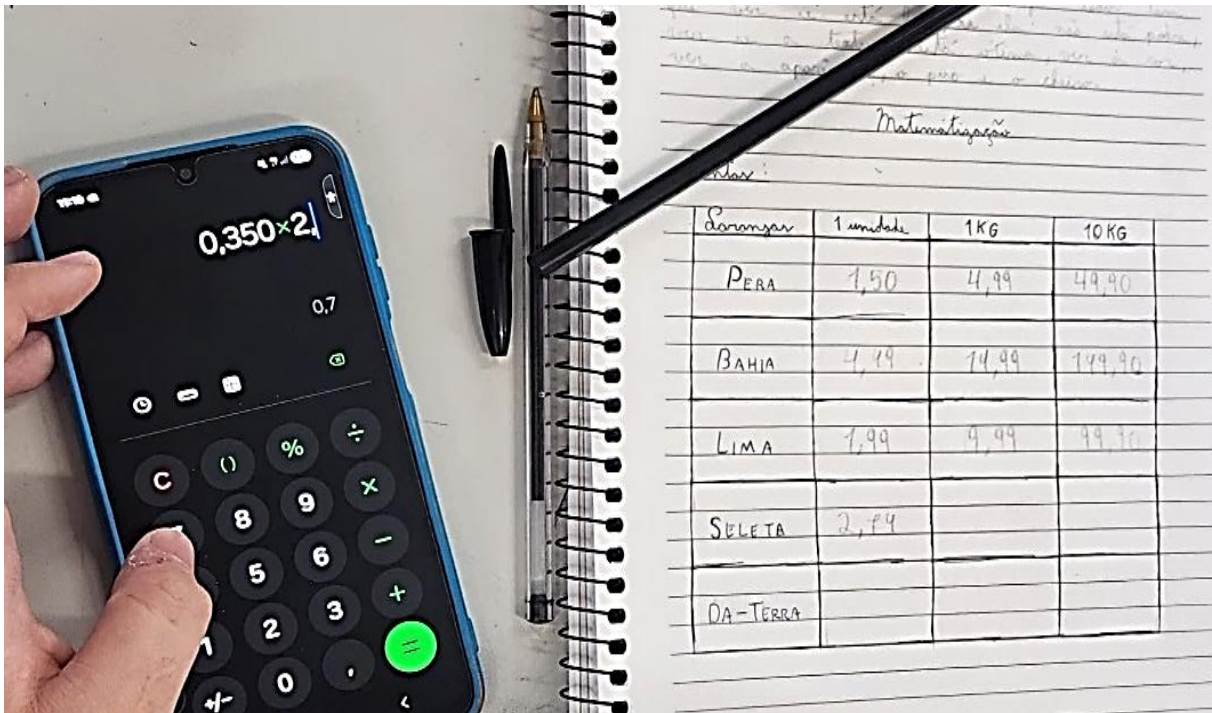
Fonte: o autor

O desenvolvimento do Aluno 9

A produção do Aluno 9 demonstra uma abordagem estruturada na organização de dados e na comparação de preços, revelando uma intenção clara de avaliar qual

opção de laranja ou suco apresentaria melhor relação custo-benefício. O aluno elabora uma tabela manual, distribuindo valores por quilo e por volume, o que caracteriza mobilização de pensamento geométrico/visual, uma vez que a tabela funciona como representação externa para organizar informações e apoiar o raciocínio comparativo (Figura 13).

Figura 13: Registro do Aluno 9 na Atividade 2

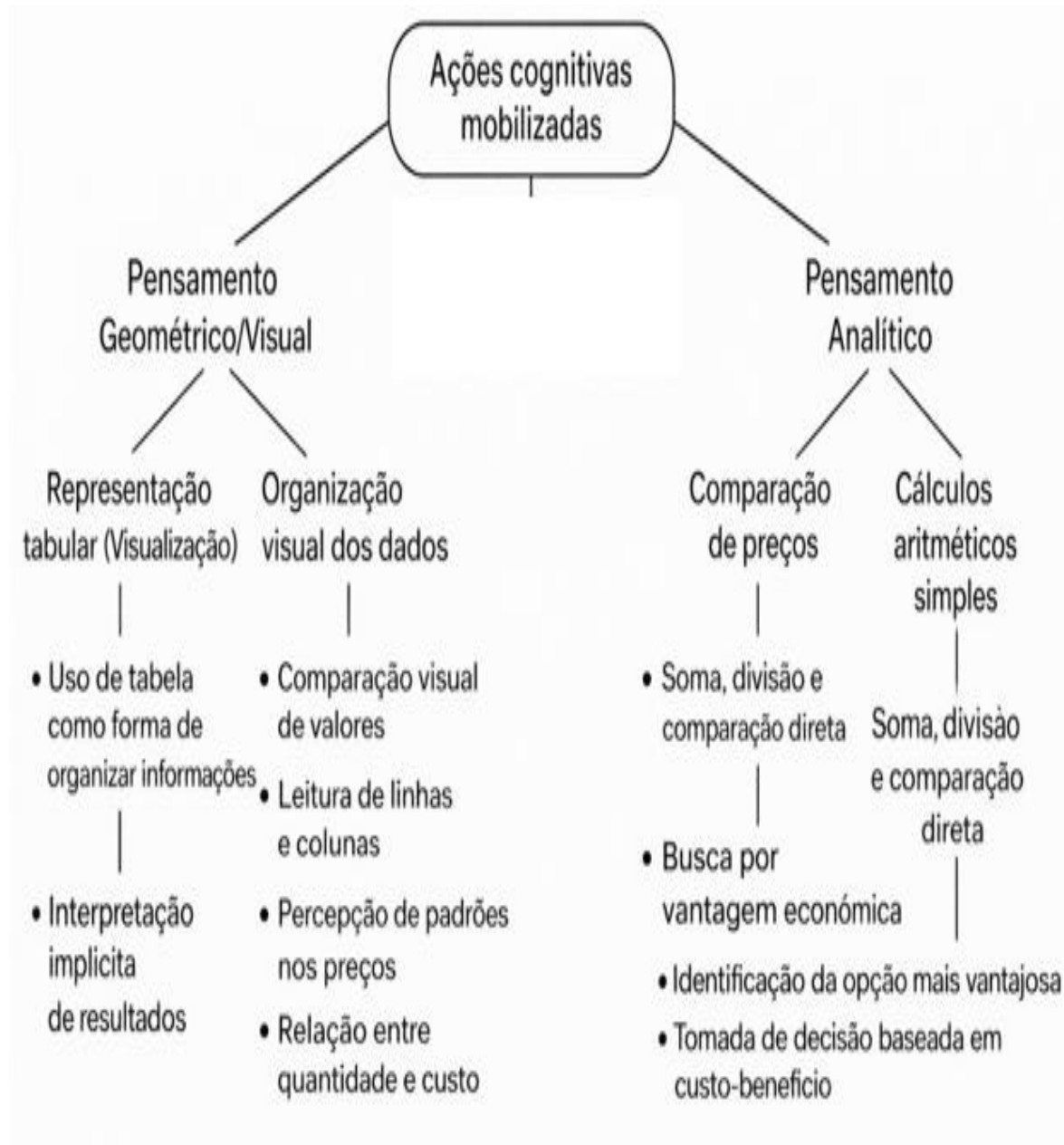


Fonte: dados dos registros escritos.

Ao mesmo tempo, observa-se indícios do pensamento analítico, manifestado por meio de cálculos aritméticos simples realizados com apoio da calculadora. O aluno manipula quantidades, compara preços unitários e tenta identificar padrões entre as diferentes categorias registradas (tipos de laranja, valores por 1 kg e 10 kg, variações entre marcas). Esses procedimentos indicam uma matematização inicial por meio de um modelo matemático tabular.

Apesar de não apresentar uma conclusão escrita, a produção revela que o aluno compreendeu a finalidade da atividade e tinha clareza sobre o objetivo da comparação. A organização da tabela e o registro dos cálculos mostram que ele buscava determinar qual opção seria mais vantajosa economicamente. No entanto, a análise permanece interrompida antes da etapa de interpretação dos resultados, sugerindo dificuldade em transformar os dados obtidos em uma conclusão final.

Figura 14: Árvore de Associação de ideias aluno 9, atividade 2



Fonte: o autor

6.3 Análise do desenvolvimento na Atividade 3 “Estocagem de Milho”

Foram escolhidos três estudantes para a descrição mais aprofundada dos procedimentos adotados e para a identificação de evidências dos estilos de pensamento matemático manifestados ao longo das etapas da modelagem. A atividade, realizada em duas aulas, teve início com a apresentação e discussão da situação-problema junto à turma. Alguns aspectos da proposta inicial estão apresentados no Quadro 3.

Quadro 3. Elementos da situação-problema da atividade 3

Estocagem de Milho

ATIVIDADE 3

ESTOCAGEM DE MILHO

Ao adentrar no ramo agropecuário, comprando uma fazenda localizada em Nova Fátima, Paraná, Ailton se planeja quanto ao manejo e a 'lida' com culturas e pecuária. A fazenda adquirida por Ailton é composta por 80 alqueires plantáveis e 40 alqueires de reserva. Pensando em lidar com o plantio na safra de milho e com bois para corte, ele se vê em alguns impasses sobre quanto de pasto e quanto de plantio será destinado dos 80 alqueires. Com essa ideia em mente, ele consegue um negócio com o banco, que financiará R\$ 1.200.000,00 para a compra de um silo com capacidade para 4.800 toneladas. Devido ao terreno em que pretende instalar esse silo ser uma baixada de 1,5 metros, para uma logística mais simples de abastecimento, qual deve ser a área plana necessária para receber esse silo?



 Nesta atividade, é importante analisar a armazenagem de milho em silos, a partir de dados como densidade do milho, volume, ventilação e dimensões estruturais dos silos. O professor pode introduzir os conceitos de densidade e volume, orientar a organização dos estudantes em grupos e conduzir a análise das características técnicas dos silos, como inclinação do teto e espaço de ventilação. Com base em simplificações, os alunos constroem modelos matemáticos para estimar o volume útil, a quantidade de grãos armazenados e a área necessária de terraplanagem, comparando diferentes soluções (silo único ou múltiplos silos). A validação ocorre pela comparação com dados reais do setor agroindustrial, evidenciando a aplicação prática da Matemática em contextos produtivos.

Fonte: Junior e Sousa (2026).

A atividade de modelagem matemática pode ser considerada aplicada à economia agrícola, tendo como foco a estocagem de milho. A partir dessa temática, os estudantes foram convidados a investigar a importância do armazenamento do

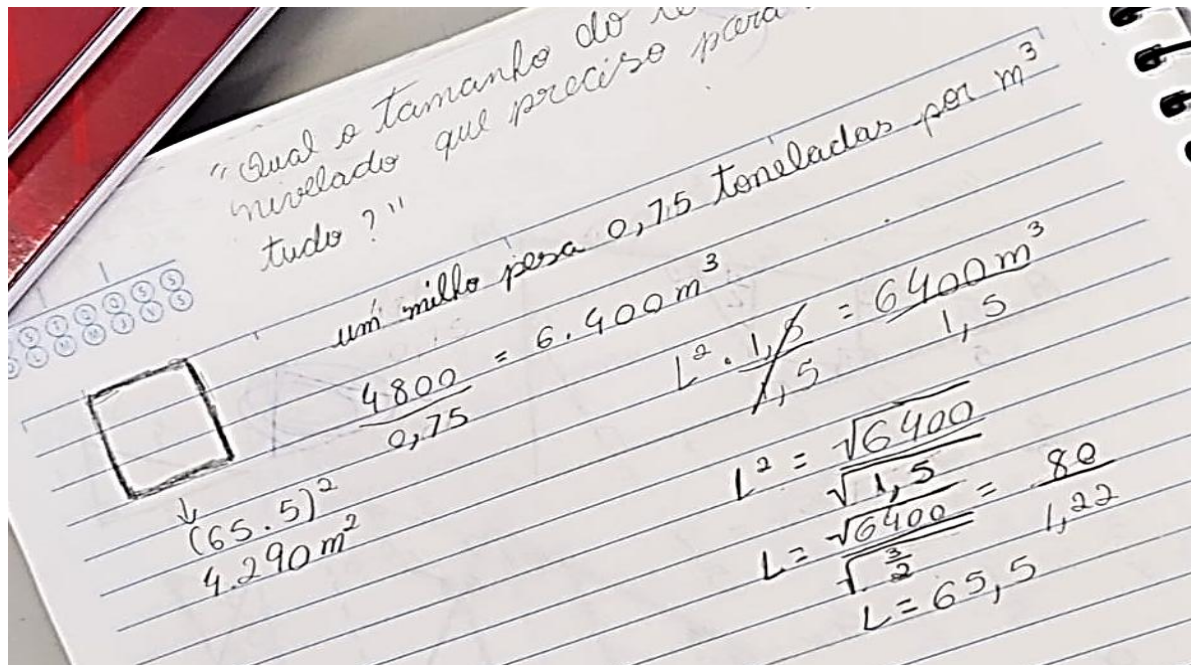
grão como estratégia para a estabilização de preços ao longo do ano, a redução de riscos financeiros para os produtores e a garantia da segurança alimentar.

Na sequência, examina-se o desenvolvimento de três estudantes no decorrer da atividade de modelagem matemática sobre a estocagem de milho, acompanhando o percurso por eles construído ao longo das diferentes etapas do processo. Busca-se, nessa análise, identificar indícios dos estilos de pensamento matemático manifestados em seus registros escritos, nas estratégias adotadas para resolver a situação-problema e nas interações estabelecidas durante a investigação.

Análise do desenvolvimento do Aluno 5

A atividade “Estocagem de Milho” (AT3) requer que o estudante realize cálculos envolvendo desenhos, áreas e volumes de silos. A análise apresentada a seguir baseia-se no registro produzido pelo Aluno 5 em seu caderno, no qual são identificadas as ações cognitivas mobilizadas durante as etapas de matematização e resolução da situação-problema (Figura 15).

Figura 15: Registro do Aluno 5, atividade 3



Fonte: dados dos registros escritos.

O registro do Aluno 5 evidencia um esforço de matematização ao transformar a situação concreta — a estocagem de milho — em um modelo matemático operável por meio de cálculos e fórmulas. Sua abordagem concentra-se na determinação das

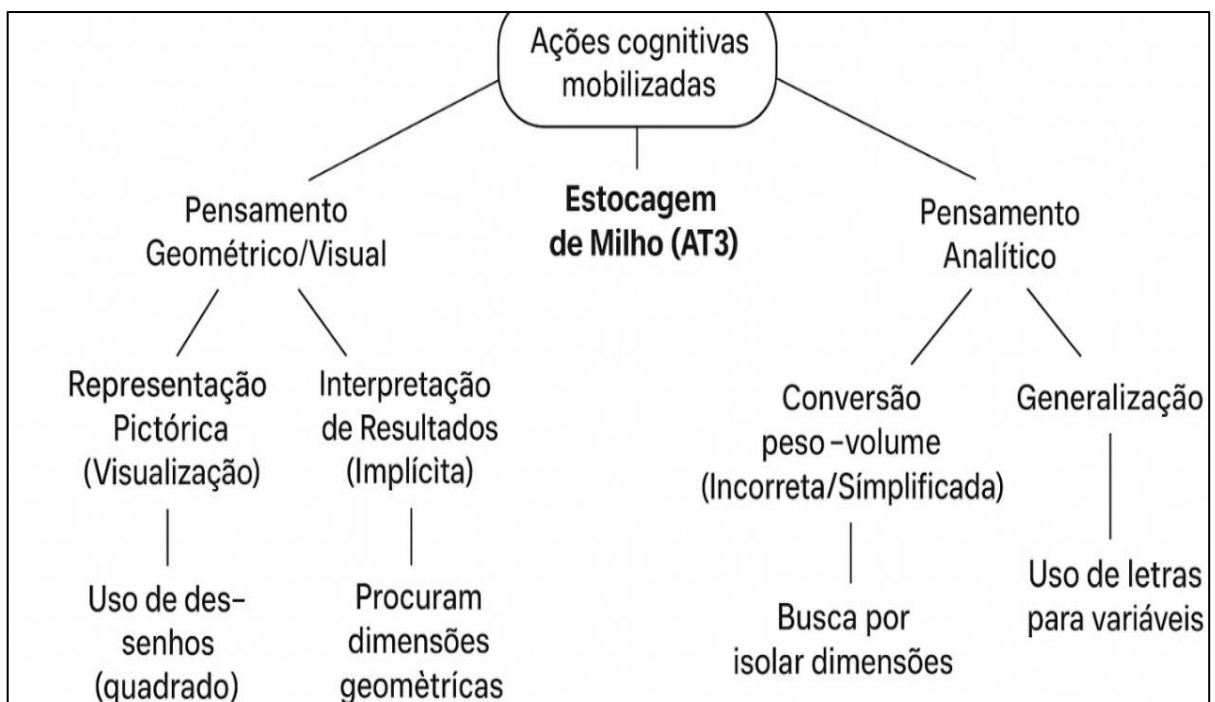
dimensões do silo a partir da interpretação do problema e da seleção de procedimentos algébricos e geométricos.

A partir da produção do aluno é possível selecionar alguns dados para tratar das inferências dessa pesquisa:

1. Pergunta orientadora: o aluno inicia o processo formulando a questão “Qual é o tamanho do silo que eu preciso para caber tanto?”, o que indica a construção de uma meta cognitiva inicial.
2. Representação gráfica: há a elaboração de um desenho em forma de quadrado, sugerindo a representação da base do silo e a ativação de um esquema visual-geométrico.
3. Conversão e cálculo de volume: o aluno estabelece uma conversão entre peso e volume (ainda que com unidades inconsistentes), realizando o cálculo inicial $4800/0,75 = 6400 \text{ m}^3$.
4. Formulação algébrica: em seguida, tenta modelar o volume do silo por meio da expressão $L^2 \cdot (L/5) = 6400 \text{ m}^3$, o que implica a relação $L^3 = 32.000$, revelando tentativa de isolar variáveis e estruturar o problema de forma algébrica.

A partir da produção e dos registros dos alunos foi elaborada a árvore de associação de ideias da Figura 16.

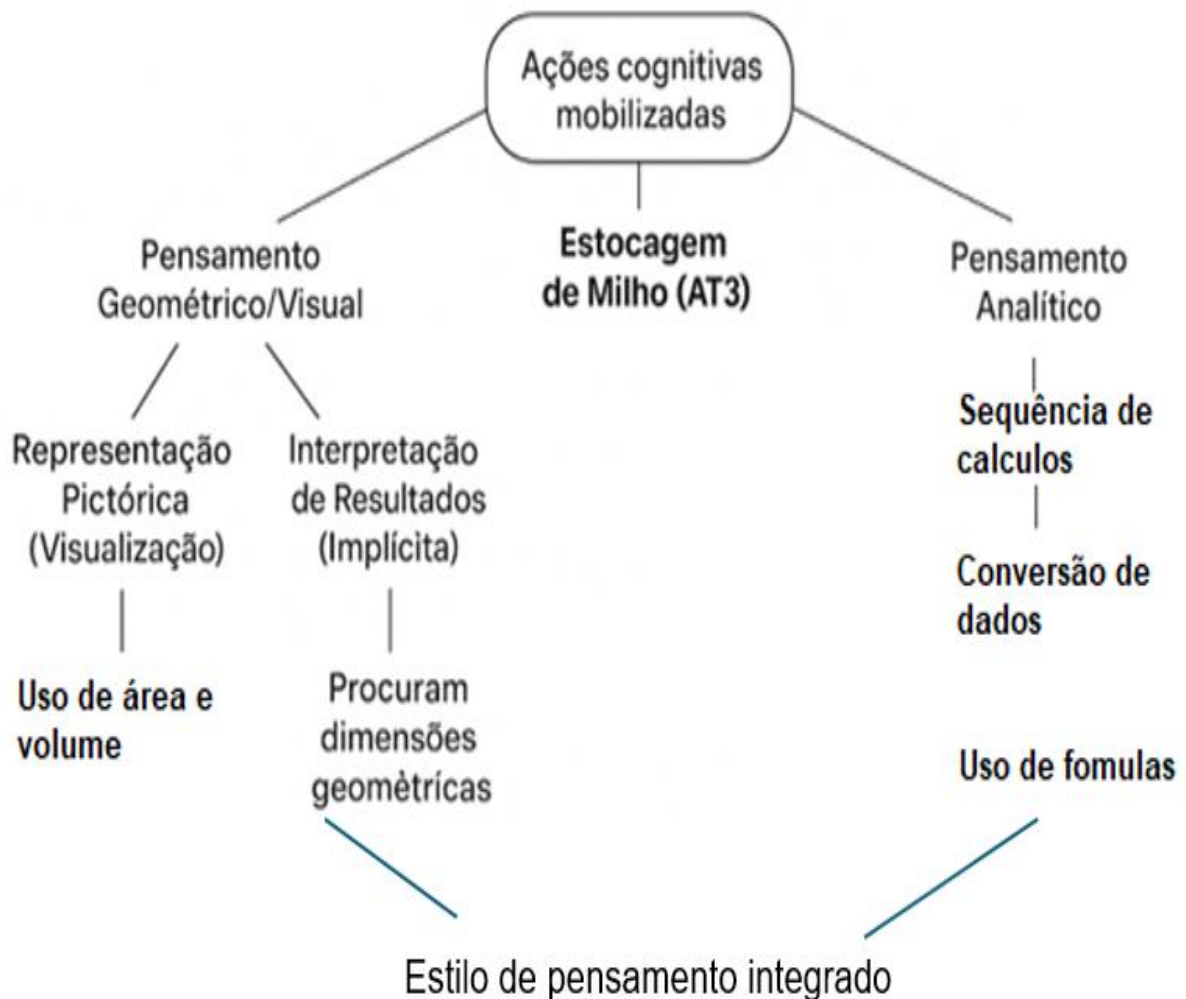
Figura 16: Arvore de Associação de ideias aluno 5, atividade 3



Observa-se a mobilização do estilo de pensamento analítico, manifestado pela decomposição do problema em subtarefas (cálculo do volume, divisão pela densidade, obtenção da área da base e posterior cálculo do raio e do diâmetro). O aluno utiliza fórmulas geométricas apropriadas, como $A = \pi r^2$, mostrando conhecimento operacional e capacidade de aplicar conceitos geométricos ao contexto da modelagem. Além disso, realiza aproximações numéricas razoáveis e controla as grandezas envolvidas, demonstrando coerência interna no raciocínio.

Há também indícios do estilo de pensamento geométrico/visual, especialmente na última etapa, quando o aluno representa o silo por meio de um desenho esquemático associado à conclusão. A representação reforça sua compreensão espacial da estrutura cilíndrica e ajuda a validar o resultado, que indica a necessidade de sete silos idênticos para comportar o volume calculado.

Figura 18: Arvore de Associação de ideias aluno 10, atividade 3



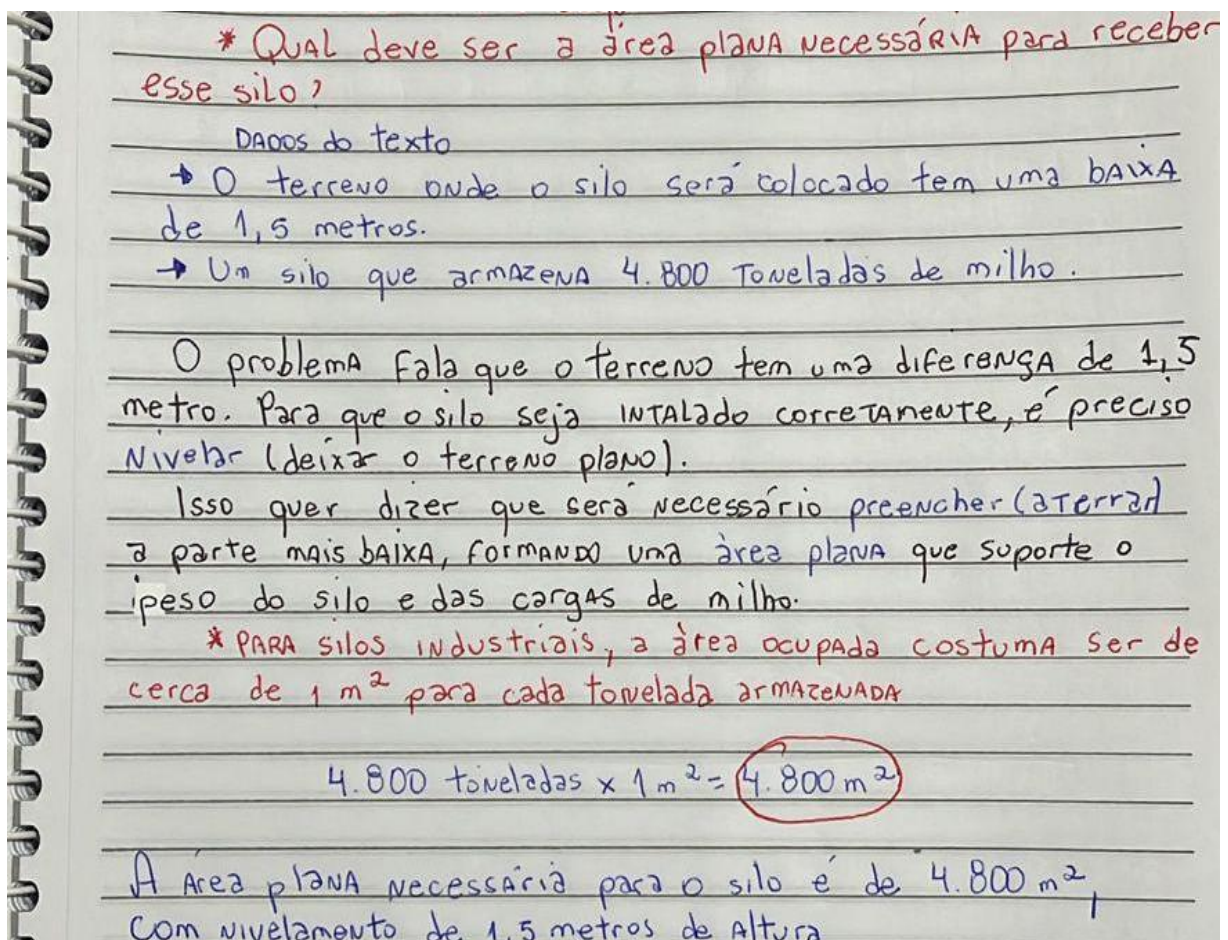
Embora a resolução seja majoritariamente correta, nota-se que algumas etapas aparecem de forma resumida, sem explicitação completa das justificativas conceituais, o que limita a profundidade interpretativa do processo. Ainda assim, o aluno demonstra domínio significativo das relações matemáticas necessárias para a atividade, considerando a organização das informações e o problema matemático proposto, articulando números, fórmulas e representações de maneira consistente.

A mobilização de pensamento analítico combinado ao pensamento visual, dá indícios do que Borromeo Ferri (2004) denomina de estilo de pensamento integrado. A Árvore da Figura 18 visa essa interpretação.

Análise do desenvolvimento da Aluna 1

A resolução apresentada pela Aluna 1 na Atividade 3 evidencia um conjunto de ações cognitivas centradas na interpretação textual e na aplicação direta de informações fornecidas no enunciado, com predominância do estilo de pensamento analítico.

Figura 19: Registro da aluna 1 na atividade 3



Fonte: dados dos registros escritos.

Observa-se que a estudante extrai corretamente os dados essenciais do problema, como a diferença de nível do terreno, a capacidade do silo e a recomendação técnica de área por tonelada. Esses elementos são reorganizados em sua escrita, revelando compreensão e inteiração com a situação-problema (Figura 19).

A construção do modelo matemático adotado é simplificada e reproduz a regra “1 m² por tonelada armazenada”. No desenvolvimento da matematização para a resolução, a aluna 1 opera dentro de um esquema algorítmico, no qual o dado da situação inicial é traduzido em linguagem matemática e convertido em cálculo, sem exploração alternativa da situação ou questionamento das condições reais do problema (por exemplo, dimensões específicas do silo, formato, estabilidade estrutural ou redistribuição do terreno).

A interpretação final apresentada pela estudante é coerente com o procedimento realizado: identifica o valor numérico da área necessária para a implantação do silo. Contudo, a interpretação é estritamente descritiva, sem discussão de limitações, hipóteses assumidas ou possível variabilidade dos parâmetros envolvidos. Essa característica reforça a predominância de um estilo de pensamento analítico, voltado para o processamento sequencial de dados e execução de cálculos imediatos.

No entanto, fator importante na atividade de modelagem matemática, a formulação de hipóteses e a consideração de suposições ligadas à situação inicial que fundamentem o uso de modelos matemáticos para responder ao problema, fica de fora do escopo das ações da aluna.

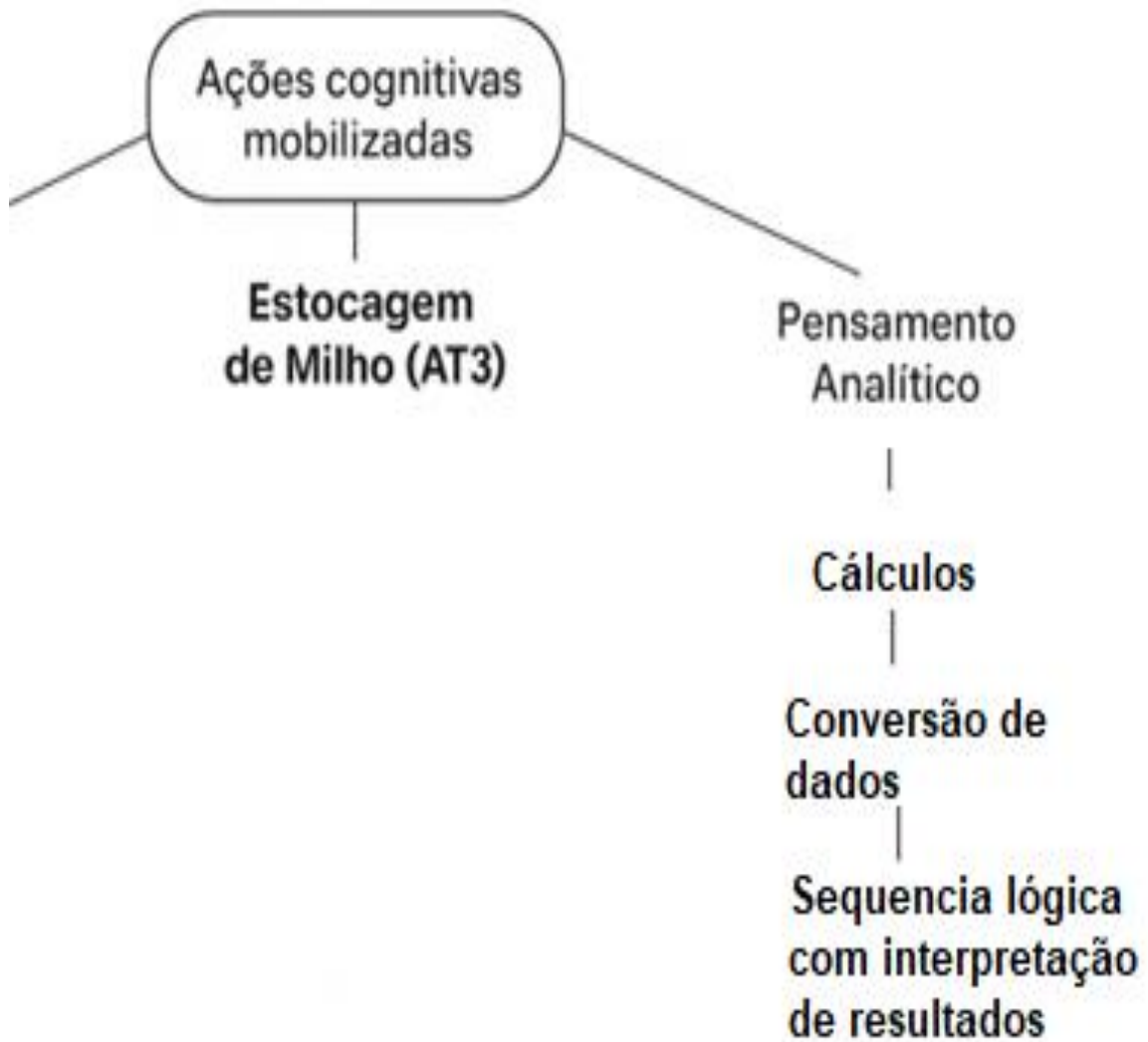
A abstração, processo de pensamento matemático delineado por Tall (2002) acaba não aparecendo muito, visto que a aluna procura fechar as informações do problema para obter uma resposta analiticamente.

No que se refere ao ciclo de modelagem matemática, a aluna demonstra uma boa compreensão da situação (etapa de interação), seguida por uma organização direta dos dados e aplicação do procedimento (etapa de matematização). A resolução é tecnicamente correta dentro do modelo adotado e a estudante consegue comunicar uma resposta condizente com o problema, ainda que de forma sucinta.

Não há, entretanto, uma etapa explícita de validação ou confronto crítico do resultado, aspecto comum em produções estudantis que se concentram na exatidão numérica. A árvore da Figura 20 diz respeito a mobilização do pensamento analítico.

Figura 20: Arvore de Associação de ideias aluno 1, atividade 3

Árvore de Associação Ideias



Fonte: o autor

6.4 Análise do desenvolvimento na Atividade 4 “Relação entre Salários e Aluguéis”

Foram selecionados três estudantes para a análise dos procedimentos mobilizados e para a identificação de indícios dos estilos de pensamento matemático manifestados durante as fases da atividade de modelagem matemática.

A atividade foi realizada em duas aulas e iniciou-se com a apresentação e problematização da situação. Alguns elementos da proposta inicial encontram-se sistematizados no Quadro 4.

Quadro 4. Elementos da situação-problema da atividade 4

Relação entre Salários e Aluguéis

ATIVIDADE 4


RELAÇÃO ENTRE SALÁRIOS E ALUGUÉIS

Com uma taxa de ocupação de 83,7% em domicílios permanentemente ocupados, o Paraná destaca-se como um dos estados brasileiros com alta demanda por moradias. Essa situação é evidenciada principalmente na região Sudoeste, onde municípios como Santo Antônio do Sudoeste, Santa Izabel do Oeste, Salto do Lontra e Bela Vista da Caroba apresentam taxas de ocupação próximas ou superiores a 94%. No entanto, a situação do mercado imobiliário, especialmente em Curitiba, capital do estado do Paraná, também é desafiadora.

Em 2022, a cidade estava entre as capitais com os maiores custos por metro quadrado do país, o que pode representar um obstáculo significativo para as famílias em busca de moradia adequada. Apesar da situação econômica favorável, com o mercado aquecido em 2022 e a previsão de continuidade desse cenário em 2023, a inacessibilidade habitacional persiste como um desafio para muitos paranaenses, mesmo aqueles com empregos regulares.

Portanto, considerando todos esses dados, a pergunta que surge é: mesmo em famílias com pais trabalhando regularmente, a inacessibilidade habitacional pode ser um obstáculo para os moradores do Paraná, especialmente na capital? Justifique sua resposta analisando o poder de compra do salário-mínimo.



Nesta atividade, é importante orientar os alunos na coleta e análise de dados sobre a evolução do salário-mínimo e dos aluguéis ao longo dos anos. A partir de simplificações (valor médio do metro quadrado, proporção do aluguel em relação ao salário e tamanho da moradia), oriente a construção de modelos matemáticos de crescimento para representar e comparar esses fenômenos. Com base nas médias anuais de aumento do salário e do aluguel, cenários futuros podem ser analisados, interpretando os resultados à luz da realidade social. A validação pode ocorrer pela comparação com situações observadas em grandes centros urbanos, permitindo reflexões sobre acesso à moradia, desigualdade econômica e dinâmica urbana, evidenciando a Matemática como ferramenta de análise crítica da realidade.

Fonte: Junior e Sousa (2026).

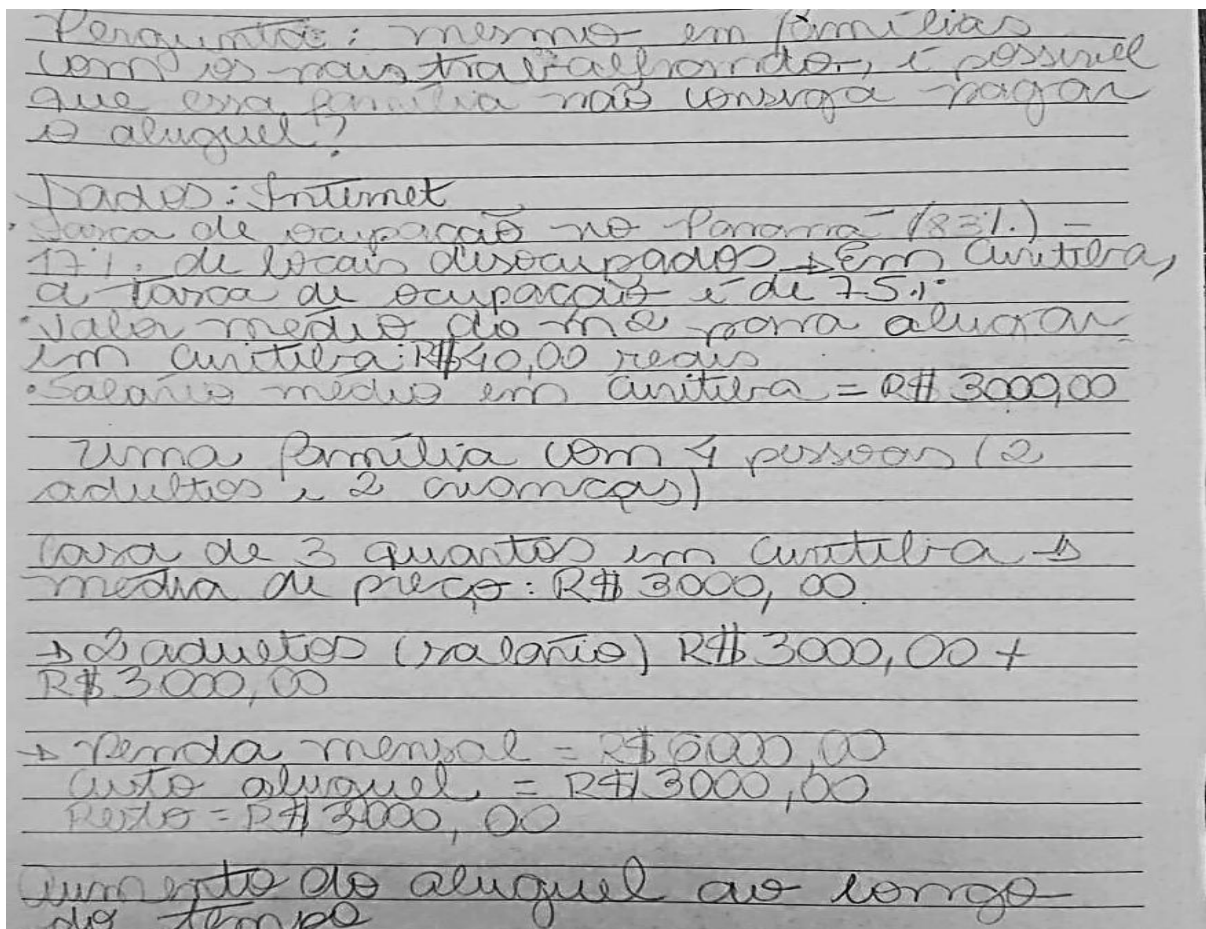
Nessa atividade, os alunos são orientados na coleta e na análise de dados referentes à evolução do salário-mínimo e dos valores de aluguel ao longo dos anos. A partir de simplificações, como o valor médio do metro quadrado, a proporção do aluguel em relação ao salário e o tamanho da moradia, foi proposta a construção de

modelos matemáticos de crescimento capazes de representar e comparar esses fenômenos. Com base nas médias anuais de reajuste do salário e do aluguel, foram elaboradas projeções e analisados possíveis cenários futuros, interpretando os resultados à luz da realidade social. A validação dos modelos ocorreu por meio da comparação com situações observadas em grandes centros urbanos, possibilitando reflexões acerca do acesso à moradia, da desigualdade econômica e da dinâmica urbana, evidenciando a Matemática como instrumento de análise crítica da realidade.

Na sequência, analisou-se o desenvolvimento de três estudantes ao longo da atividade de modelagem matemática sobre a evolução do salário-mínimo e dos aluguéis, acompanhando o percurso realizado nas diferentes etapas do processo. Buscaram-se indícios dos estilos de pensamento matemático nos registros produzidos, nas estratégias adotadas e nas interações estabelecidas durante a atividade.

Análise do desenvolvimento do Aluno 2

Figura 22: Registro aluno 2, atividade 4



Fonte: dados dos registros escritos.

A produção do Aluno 2 evidencia a mobilização predominante do estilo de pensamento analítico, observada especialmente na identificação e uso de dados numéricos fornecidos pelo enunciado. A estudante seleciona informações relevantes, como valor médio do aluguel, salário médio, composição familiar e taxa de ocupação, buscando relacioná-las ao problema proposto. A estratégia adotada consiste em organizar esses valores de forma sequencial para estimar a renda mensal da família e compará-la ao custo do aluguel, permitindo verificar a viabilidade do pagamento (Figura 22).

Na Figura 22, nota-se que os cálculos realizados são diretos e pouco aprofundados, restringindo-se à soma dos salários e à comparação simples entre renda e despesa. A estudante não mobiliza procedimentos de generalização, formalização matemática ou elaboração de expressões algébricas. Sua abordagem revela uma estrutura de raciocínio baseada em operações aritméticas e na interpretação literal dos dados encontrados na internet que dizem respeito à taxa de ocupação em Curitiba.

O desenvolvimento da atividade é feito considerando uma família com quatro pessoas, e uma casa de 03 quartos em Curitiba, sendo o aluguel médio em torno de R\$ 3000,00.

Não há evidências de mobilização de estilo de pensamento geométrico/visual, uma vez que a estudante não produz representações gráficas, esquemas, tabelas ou diagramas que auxiliem na compreensão da situação. A resolução permanece exclusivamente textual, apoiada na escrita descritiva e na ordenação direta das informações.

A compreensão do problema é parcial, pois, embora a aluna reconheça o objetivo geral — verificar se a família conseguiria arcar com o aluguel —, alguns elementos importantes do contexto não são explorados, como custos adicionais, variações de renda, gastos mensais essenciais ou possíveis cenários alternativos. Ainda assim, a resposta final mostra que o estudante consegue estabelecer uma relação básica entre renda e despesa, concluindo que o pagamento do aluguel comprometeria significativamente a renda da família. A Figura 3 indica esse movimento.

Figura 23: Arvore de Associação de ideias aluno 2, atividade 3



Fonte: o autor

Análise do desenvolvimento do Aluno 5

A resolução apresentada pelo aluno 5 evidenciou um raciocínio essencialmente analítico, com foco na relação entre renda e custo de moradia. O estudante organizou os dados que coletou (valores de aluguel, salário-mínimo, faixas de preços de imóveis e custo estimado de residências menores) e utilizou essas informações para construir uma resposta fundamentada no contraste entre receitas e despesas.

A situação-problema foi adaptada pelo aluno para condizer com sua realidade e o problema de alugar uma casa na região em que vive.

Sua abordagem é apoiada em cálculos aritméticos, como a subtração entre salário e gasto mensal estimado com aluguel, resultando em uma conclusão sobre a dificuldade financeira enfrentada pelo indivíduo analisado (Figura 24).

Observa-se que o aluno estrutura sua argumentação de forma sequencial: primeiro apresenta os dados da pesquisa, depois interpreta a situação econômica do

personagem, e por fim realiza um cálculo para determinar o valor que “sobra” após o pagamento do aluguel.

Figura 24: Registro aluno 5, atividade 4

Em Aracaju, uma pessoa terá dificuldade de poder ter uma casa? (mesmo alugando)

Segundo a pesquisa, diz:

- R\$1200 para imóveis menores p/ mês al.
- R\$6000 por mês ou mais para casas maiores al.
- Comprando alguma casa pode variar entre 70.000 e 300.000
- Salário mínimo: R\$1518,00

Considerando que essa pessoa está trabalhando a pouco tempo como vendedor, ele vai ter dificuldade de alugar uma casa e também terá dificuldade de comprar uma casa, pois

$$1518 - 1200 = 318$$

1200

Sobrará R\$318 para o vendedor, e como ele também faz outros gastos, ficaria "apertado" para ele

Fonte: dados dos registros do aluno.

Esse procedimento indica mobilização do estilo de pensamento analítico, especialmente em procedimentos numéricos elementares e na construção de inferências sobre viabilidade financeira. A explicação final revela capacidade de relacionar o resultado obtido às condições reais de vida, justificando por que a pessoa teria dificuldades tanto para alugar quanto para comprar um imóvel.

Figura 26: Árvore de Associação de ideias aluno 5, atividade 4



Fonte: o autor

Análise do desenvolvimento do Aluno 7

A produção do Aluno 7 apresenta um conjunto de registros numéricos organizados em forma de tabela, constituindo um recurso visual utilizado para estruturar informações financeiras relacionadas à situação proposta (Figura 27). Embora simples, a tabela indica que o aluno mobiliza elementos do pensamento geométrico/visual, especificamente no que diz respeito à organização espacial dos dados, permitindo a comparação direta entre valores e categorias.

Do ponto de vista cognitivo, o estilo predominante é o pensamento analítico (Figura 28). O aluno identifica variáveis essenciais — tais como salário, custo de aluguel e valores aproximados referentes a moradia — e realiza operações aritméticas básicas, buscando relacionar renda e despesa para avaliar a viabilidade financeira da situação. Contudo, o raciocínio permanece fragmentado, sem explicitação dos critérios utilizados para articular os valores registrados nem elaboração discursiva que permita compreender plenamente o processo adotado.

A ausência de justificativas textuais, argumentação ou interpretação dos resultados limita a construção de um modelo matemático formal. Ainda assim, observa-se que o aluno reconhece a necessidade de comparar receitas e despesas, o que revela entendimento parcial do problema proposto. A tabela funciona como suporte organizacional, mas não é acompanhada de análise conclusiva ou projeções temporais exigidas pela atividade.

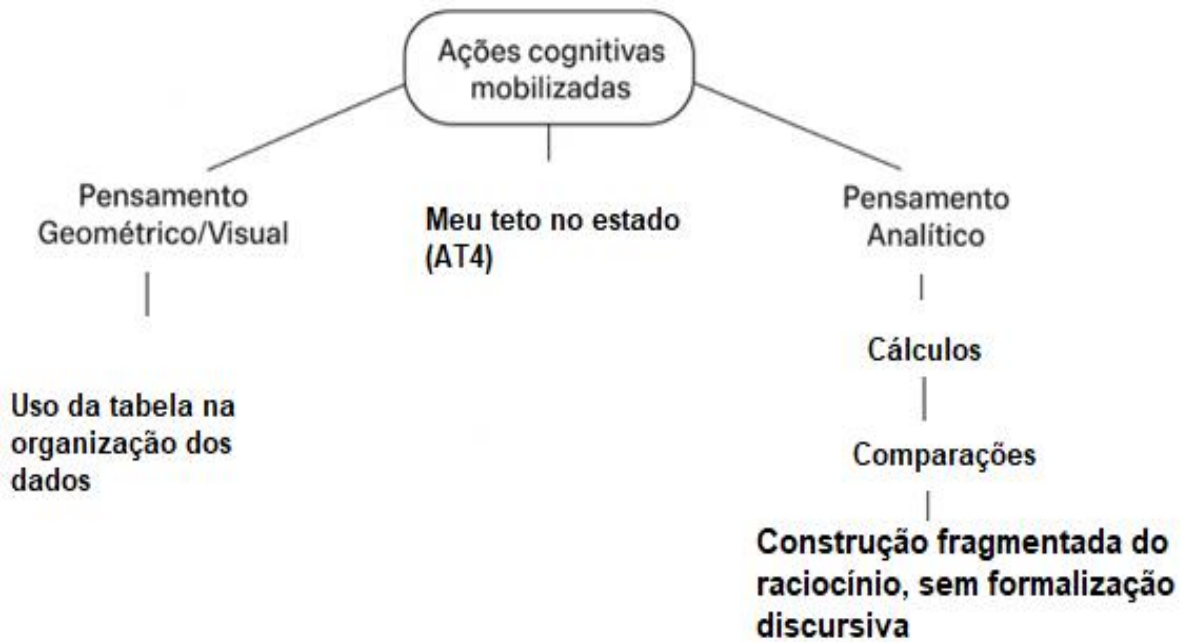
Figura 27: Registro aluno 7, atividade 4

alugue ≠ SALARIO 1.100,00	SALARIO 1.859,00	CASA PRÓPRIA ≠ SALARIO 115.000	SALARIO 161.755 annual
2 dorm - 1 BANH - COZ - A-S - e garagem		19 - sala, coq e ban.	
	1.859,		2.059
759	1.100		
400	0,759		
p- 359	2 p- 700		
	59		

Fonte: dados dos registros do aluno.

Figura 28: Registro aluno 7, atividade 4

Árvore de Associação Ideias



Fonte: o autor


6.5 Análise do desenvolvimento na Atividade 5 “Análise do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)”

Foram selecionados três estudantes para a análise dos procedimentos mobilizados e para a identificação de indícios dos estilos de pensamento matemático manifestados durante as fases da atividade de modelagem matemática.

A atividade foi realizada em duas aulas e iniciou-se com a apresentação e problematização da situação. Alguns elementos da proposta inicial encontram-se sistematizados no Quadro 5.

Quadro 5. Elementos da situação-problema da atividade 5

Análise do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)




ATIVIDADE 5

ANÁLISE DO ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO (IDH)

Nos últimos anos, os municípios do Norte Pioneiro do Paraná têm experimentado um aumento significativo no Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDH-M). Entre os anos de 2000 e 2010, o IDH da região aumentou, em média, 18%, conforme dados divulgados pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD). Os indicadores revelaram que a maioria dos municípios se concentra nas faixas intermediárias de desenvolvimento, ou seja, "médio" e "alto". Não há registros de municípios nas faixas mais baixas ("muito baixo" e "baixo") ou na faixa mais elevada ("muito alto"). Os municípios que mais avançaram na última década foram Curiúva, Sapopema e Ibaiti, com crescimentos de 36%, 30% e 28%, respectivamente. Em contrapartida, Sertaneja, Cornélio Procópio e Nova Fátima tiveram os menores avanços, com 8% e 10%.

O aumento deste índice reflete diretamente nos indicadores de longevidade, educação e renda per capita, que compõem o IDH. Diante desses avanços e desafios, surge a pergunta: estamos vivendo em um município considerado desenvolvido no Norte Pioneiro do Paraná? E, se não, quando poderemos alcançar esse patamar?



Nesta atividade, é possível mobilizar a intuição com o assunto por meio de uma roda de conversa sobre a realidade socioeconômica local em comparação ao estado e ao país, a partir de dados do IBGE. Organizados em grupos, o professor pode orientar os alunos a registrarem o crescimento histórico do IDH da cidade e investigar fatores associados, como renda per capita, expectativa de vida e educação. Com base em simplificações, os estudantes constroem e comparam modelos matemáticos lineares e exponenciais para representar o crescimento do IDH, analisando tendências e realizando projeções. A validação pode ocorrer pela confrontação dos modelos com os dados históricos, permitindo discutir limites, alcances e adequação de cada abordagem, além de promover reflexões sobre o desenvolvimento regional e o papel da Matemática na análise de indicadores sociais.

Fonte: Junior e Sousa (2026).

A Atividade 5 foi introduzida a partir da problematização “Nós somos desenvolvidos?”, com o objetivo de analisar o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) de municípios do Norte Pioneiro do Paraná. A proposta envolveu a coleta e comparação de dados históricos relacionados ao IDH, à expectativa de vida, à renda per capita e à educação, possibilitando a discussão sobre desigualdades sociais e econômicas e seus desdobramentos na realidade local.

Por meio da modelagem matemática, os estudantes foram incentivados a identificar padrões, tendências e possíveis encaminhamentos para os desafios observados, desenvolvendo habilidades de pensamento crítico, analítico e sistêmico. A atividade buscou promover uma compreensão integrada dos fatores que influenciam o desenvolvimento humano, articulando diferentes dimensões — como saúde, educação e renda — estimulando a reflexão fundamentada em dados sobre a realidade da própria comunidade.

Na sequência, analisou-se o desenvolvimento de dois estudantes ao longo da atividade de modelagem matemática.

Análise do desenvolvimento da aluna 1

A produção da Aluna 1 na Atividade 5 evidencia a mobilização simultânea do pensamento geométrico/visual e do pensamento analítico, conforme caracterizado por Borromeo Ferri (2006) nos estilos de pensamento matemático. Ainda que a estudante não utilize representações geométricas formais, observa-se o uso consistente de registros visuais, tais como tabelas, setas, marcações cromáticas e organização espacial hierarquizada dos dados. Esses recursos configuram, segundo Duval (2003), a ativação de registros de representação não verbais que auxiliam na leitura e comparação de informações. Dessa forma, há mobilização clara do pensamento geométrico/visual no sentido de estruturar graficamente o fenômeno investigado e orientar as relações inferidas.

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, após se inteirar dos dados, a estudante realiza seleção, interpretação e manipulação de dados numéricos, identificando percentuais, comparando crescimentos e projetando valores futuros para o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) (Figura 29). Da matematização à resolução, a aluna aplica procedimentos matemáticos sequenciais, como a conversão do crescimento decenal em taxa anual e a projeção acumulada,

demonstrando raciocínio sistemático. Esse processo caracteriza, de acordo com Borromeo Ferri (2004), o uso predominante do estilo analítico, no qual o foco recai na decomposição de informações e na aplicação de operações numéricas ordenadas.

A interação entre os dois estilos revela um movimento cognitivo articulado. A estruturação visual dos dados oferece suporte para as comparações e justificativas posteriores, enquanto o raciocínio analítico sustenta a projeção temporal do IDH e a interpretação do fenômeno socioeconômico. Embora a estudante não formalize um modelo matemático explícito, identifica-se uma aproximação ao ciclo de modelagem proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2013), contemplando: (a) compreensão da situação apresentada; (b) seleção e organização dos dados relevantes; (c) construção de um procedimento de cálculo; (d) obtenção de resultados; e (e) interpretação crítica dos valores projetados.

Figura 29: Registro aluno 1, atividade 5

ATIVIDADE 5
Nós somos desenvolvidos?

IDH = RENDA + EDUCAÇÃO + Longevidade (tempo de vida)

↑
QUANDO o IDH sobe → As pessoas vivem melhor
↓

MAS se a renda for concentrada em poucas pessoas → o desenvolvimento não é justo.

IDH serve para mostrar como está a qualidade de vida das pessoas.

- Nos últimos anos, a região teve melhora no IDH, MAS nem todos os municípios cresceram igual.

município	crescimento do IDH
Curitiba	36 % ↑
Sappema	30 % ↑
Ibat.	28 % ↑
Sertaneja	8 % ↓
Cornélio Procopio	10 % ↓
NOVA Fátima	10 % ↓

Segundo o professor Sorgi, A EDUCAÇÃO é o principal pilar do desenvolvimento, especialmente quando há investimento no ensino superior.

DADOS DO TEXTO

O IDH da região Aumentou 18% em 10 ANOS (de 2000 a 2010)

ENTÃO → crescimento por ano = $18\% \div 10 = 1,8\%$ ao ano

Se hoje o município tem IDH 0,650, ele pode chegar a 0,800 (Nível desenvolvido) em aproximadamente 11 ANOS, se continuar nesse ritmo:

ANO 0 → 0,650

Depois de 1 ano → $0,650 + (0,650 \times 0,018) = 0,6617$

Assim por diante até chegar a $\approx 0,800$

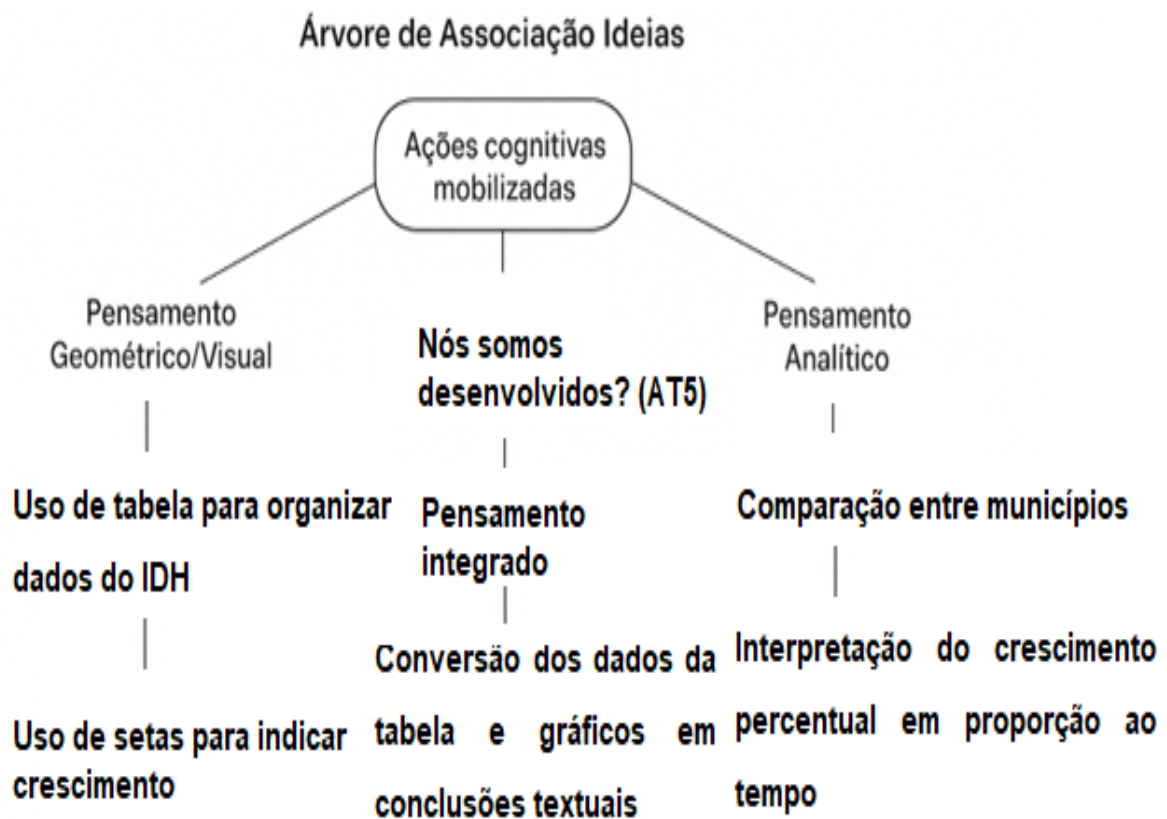
Jandaia

Fonte: registros escritos da aluna.

A etapa interpretativa é particularmente significativa, uma vez que a aluna articula o crescimento do IDH com elementos socioeconômicos, reconhecendo desigualdades regionais e a influência da educação superior no desenvolvimento. Tal interpretação demonstra capacidade de relacionar resultados matemáticos ao contexto social, alinhando-se à perspectiva da modelagem matemática como ferramenta de leitura crítica da realidade.

A Figura 30 detalha a árvore relacionada ao desenvolvimento da aluna 1.

Figura 30: Registro aluno 1, atividade 5

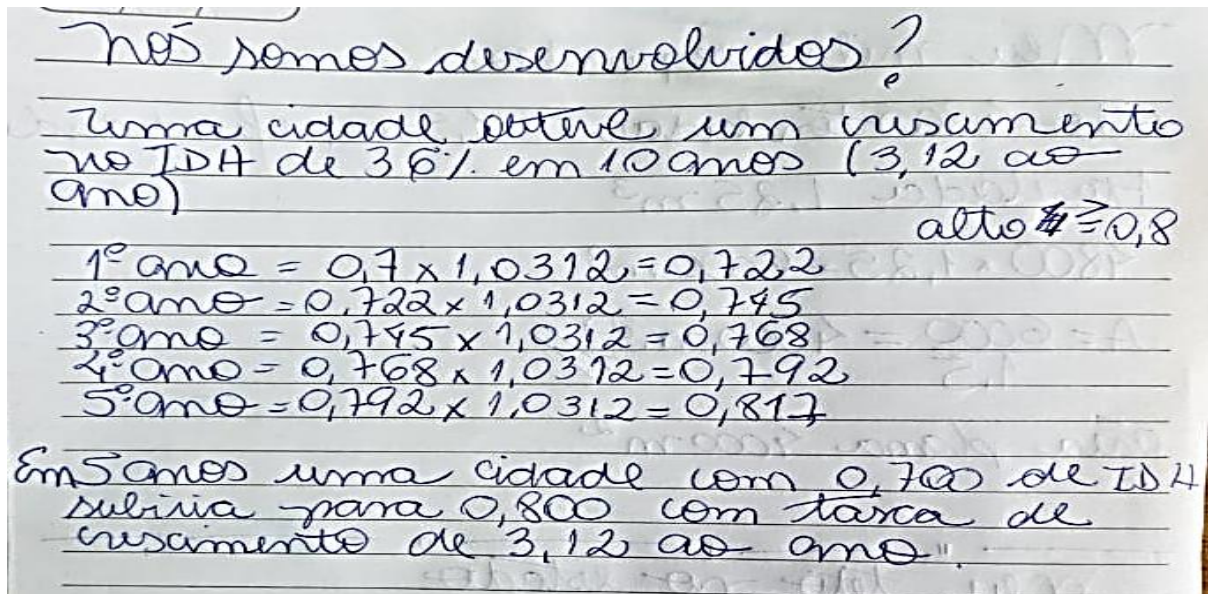


Fonte: o autor

Análise do desenvolvimento da aluna 1

A produção da aluna 2 revela a mobilização predominante do estilo de pensamento analítico, marcado pelo uso de cálculos sequenciais, manipulação de percentuais e projeção do crescimento do IDH ao longo dos anos (Figura 31). A estudante identifica corretamente a taxa anual (3,12%) e aplica multiplicações sucessivas para estimar a evolução do índice, demonstrando entendimento de progressões multiplicativas simples.

Figura 31: Registro do aluno 2, atividade 5



Fonte: registros escritos do aluno.

Não há evidências de pensamento geométrico/visual, pois a aluna não utiliza tabelas, esquemas, gráficos ou representações visuais estruturadas; a resolução é exclusivamente numérica e textual (Figura 32). Entretanto, observa-se organização lógica na ordem dos cálculos, o que indica raciocínio sistemático para verificar se um município com IDH inicial de 0,700 atingiria 0,800 em determinado período.

Figura 32: Registro aluno 2, atividade 5



Fonte: o autor

A etapa interpretativa aparece de forma implícita: embora não desenvolva justificativa textual elaborada, a aluna conclui que o município atingiria o valor

desejado dentro de cinco anos, conectando o resultado numérico ao critério de “desenvolvimento” informado na atividade. Assim, a resolução evidencia mobilização de procedimentos matemáticos coerentes com o objetivo, mesmo com ausência de descrição conceitual mais aprofundada.

Na próxima seção, discutimos os resultados de forma global.

7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A Tabela 7 apresenta a relação dos indícios obtidos referente os estilos de pensamento matemático dos alunos nas atividades de modelagem matemática, sendo A = Indício de pensamento Analítico; V= Indício de Pensamento Visual; * = Não desenvolveu a atividade.

Tabela 6: Indícios de estilos de pensamentos

	Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3	Atividade 4	Atividade 5
Aluno 1	A V	A V	A V	A V	A V
Aluno 2	A	A	A V	A	A
Aluno 3	A	A	A V	A	A
Aluno 4	A	A	A	A	A V
Aluno 5	A	*	A V	*	A V
Aluno 6	A	*	A V	*	A V
Aluno 7	A	A	A	A	A V
Aluno 8	A	A	A V	A	A V
Aluno 9	A	*	A	A	A V
Aluno 10	A	A	A	A	*

Fonte: o autor

A sistematização dos dados apresentados na tabela evidencia que, entre os dez alunos acompanhados nas cinco atividades, há um claro predomínio de vestígios de pensamento analítico (A) em relação ao pensamento geométrico/visual (V). Em praticamente todas as linhas, o registro de “A” aparece de forma recorrente, enquanto o “V” surge de maneira pontual e concentrada em alguns alunos (especialmente o Aluno 1) e em atividades específicas (sobretudo a Atividade 3 e, em menor escala, a Atividade 5). Isso indica que os estudantes, em geral, privilegiaram procedimentos de cálculo, manipulação numérica, decomposição de situações e uso de regras algorítmicas para responder às tarefas propostas, mesmo quando a situação-problema permitia ou sugeria outras formas de representação.

Quando o pensamento visual é mobilizado, ele aparece menos como um recurso para produzir novos significados matemáticos e mais como um dispositivo de

organização: os alunos recorrem a tabelas, setas, esquemas ou desenhos para alinhar dados, ordenar eventos, explicitar comparações ou indicar relações de causa e efeito (por exemplo, crescimento do IDH associado à renda, educação ou tempo). Nesse sentido, o visual funciona como uma camada de apoio à estruturação das ideias, dos conceitos e das informações do contexto, e não como eixo central da resolução. Em outras palavras, ele ajuda a “arrumar” o problema, mas não substitui o raciocínio numérico e algébrico que sustenta as decisões.

Já o pensamento analítico se mostra dominante porque é justamente ele que os alunos mobilizam para “destrinchar os nichos” do problema: selecionar variáveis relevantes, estabelecer relações quantitativas (como custo por quilômetro, rendimento por ano, taxa de crescimento anual), aplicar operações e testar cenários. Mesmo quando há alguma desorganização ou fragmentação nos registros, é possível identificar esse movimento analítico de decompor a situação em partes, operar sobre elas e, em seguida, recompor uma resposta global (por exemplo, ao comparar custos de obra com receitas de pedágio ou ao projetar o IDH ao longo dos anos).

Em síntese, os resultados sugerem que, no conjunto das atividades, o estilo de pensamento analítico predominou, enquanto o visual emergiu principalmente como suporte para a organização de informações e para explicitar relações qualitativas entre dados, tempo e contexto. Isso reforça a ideia de que, nesse grupo de estudantes, a matemática ainda é vivida majoritariamente como cálculo e manipulação simbólica, e que o uso de representações visuais, embora presente, permanece em um plano auxiliar, com grande potencial a ser explorado em futuras propostas de modelagem.

Observa-se que os vestígios de pensamento visual surgem, predominantemente, nas partes mais gerais das atividades, especialmente na organização de ideias, na estruturação conceitual e na explicitação de relações de causa e efeito. Esse comportamento indica que uma implementação mais consistente do pensamento visual, no contexto da modelagem matemática, requer apropriações matemáticas mais elaboradas por parte dos estudantes. Tal aprofundamento permitiria a construção de representações visuais mais robustas, como diagramas estruturados, esquemas relacionais, gráficos interpretativos e demais recursos que extrapolam a simples disposição de dados no papel.

Dessa forma, infere-se que o uso mais profundo do pensamento visual está associado a uma compreensão ampliada e integrada do fenômeno estudado, permitindo ao aluno visualizar simultaneamente o todo e as articulações entre suas

partes constituintes. Em contraste, o pensamento analítico manifesta-se de modo mais recorrente na decomposição do problema, na realização de cálculos e na identificação de variáveis isoladas. Quando ambos os modos de pensamento aparecem de forma complementar, observa-se um indicativo de desenvolvimento de um pensamento matemático mais completo, flexível e articulado, aproximando-se de processos cognitivos característicos de modelagens mais maduras e complexas.

A discussão dos resultados desta pesquisa é orientada pela compreensão de que os estilos de pensamento matemático não devem ser interpretados como características fixas ou habilidades inatas dos estudantes, mas como preferências que se manifestam de acordo com o contexto, o tipo de tarefa e as representações mobilizadas durante a atividade. Essa perspectiva está alinhada à teoria dos estilos de pensamento matemático, que os compreende como formas preferenciais de abordar, compreender e expressar ideias matemáticas, podendo variar conforme a situação vivenciada pelo aluno.

A análise dos dados evidenciou que, embora os estudantes apresentem preferências individuais por determinados estilos de pensamento, o tema da atividade e a forma como ela é apresentada exercem influência significativa sobre o tipo de pensamento mobilizado. Nesse sentido, os resultados indicam que os estilos de pensamento não se manifestam apenas em função do perfil do discente, mas também das características da atividade de modelagem matemática proposta.

Os vestígios de pensamento identificados nas produções dos alunos e sistematizados na tabela de vestígios de pensamento revelam uma tendência de associação entre determinadas atividades e a mobilização de estilos específicos de pensamento matemático. Atividades que privilegiaram situações contextualizadas, uso de gráficos, esquemas, tabelas, desenhos e representações visuais apresentaram maior incidência de vestígios relacionados ao pensamento visual e ao pensamento geométrico. Esses resultados sugerem que a natureza da tarefa e o conjunto de representações disponibilizadas favorecem determinadas formas de raciocínio.

Observou-se, de modo recorrente, que a ampliação do uso de múltiplas representações — como gráficos, diagramas, esquemas visuais e representações espaciais — contribuiu para o aumento de vestígios associados ao pensamento visual. Tal evidência reforça a compreensão de que o pensamento visual não emerge apenas de uma preferência individual do aluno, mas pode ser estimulado e potencializado por práticas pedagógicas que valorizem diferentes formas de representação matemática.

Por outro lado, os resultados também corroboram achados de pesquisas anteriores ao indicar que o estilo de pensamento analítico permanece como o mais frequente e reconhecido no contexto da sala de aula de Matemática. Mesmo em atividades de modelagem matemática, que favorecem abordagens abertas e múltiplas estratégias de resolução, observou-se a recorrência de procedimentos algorítmicos, generalizações formais e uso de expressões simbólicas, especialmente nos momentos de matematização e resolução.

Esse predomínio do pensamento analítico pode ser compreendido à luz da cultura escolar da Matemática, historicamente marcada pela valorização de procedimentos formais, algoritmos e respostas únicas. Assim, mesmo quando os estudantes são convidados a explorar situações reais e abertas, há uma tendência de retorno a estratégias analíticas consideradas socialmente legitimadas no ambiente escolar. Tal resultado reforça a ideia de que o pensamento analítico é não apenas amplamente utilizado, mas também socialmente reconhecido como o pensamento “esperado” na aula de Matemática.

Entretanto, a análise também aponta que, quando as atividades de modelagem matemática são estruturadas de modo a favorecer a exploração, a visualização e a interpretação de dados, há uma ampliação das formas de pensamento mobilizadas, evidenciando estilos visuais e integrados. Esse movimento indica que a prática pedagógica pode contribuir para diversificar os estilos de pensamento acionados pelos estudantes, rompendo com a centralidade exclusiva do pensamento analítico.

Dessa forma, os resultados desta pesquisa sugerem que o desenvolvimento do pensamento matemático, no contexto da modelagem matemática, está diretamente relacionado à diversidade de representações e à intencionalidade pedagógica na proposição das atividades. A modelagem matemática, quando concebida como um ambiente investigativo, possibilita que diferentes estilos de pensamento emergam e coexistam, favorecendo uma aprendizagem mais inclusiva e alinhada à diversidade cognitiva dos estudantes.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar o uso da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica na Educação Matemática, com foco no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos da Educação Básica, considerando os diferentes estilos de pensamento mobilizados durante a realização das atividades. A partir da implementação do produto educacional *Modelagem Matemática na Educação Básica e o desenvolvimento do pensamento matemático*, buscou-se compreender de que maneira as atividades de modelagem podem favorecer a emergência e a articulação de diferentes formas de pensar matematicamente.

Os resultados obtidos, interpretados à luz da perspectiva construcionista de Mary Jane Spink e especialmente no que se refere à produção de sentidos como prática social situada são contundentes. Ao evidenciar que os estilos de pensamento matemático variam conforme o tipo de atividade, as representações mobilizadas e o contexto de resolução, a pesquisa reforça a ideia de que o pensamento não é fixo nem exclusivamente individual, mas construído nas interações e mediado por repertórios disponíveis no contexto escolar .

Nesse sentido, a Modelagem Matemática configura-se como um espaço de produção de sentidos, no qual os alunos articulam diferentes formas de representação: gráficas, algébricas, visuais e linguísticas, possibilitando a emergência de múltiplos modos de pensar. Assim, os estilos de pensamento podem ser compreendidos não como traços estáveis, mas como efeitos das condições de produção e das práticas discursivas em que os estudantes estão inseridos.

Os registros indicam que a Modelagem Matemática se configura como um ambiente favorável ao desenvolvimento do pensamento matemático, na medida em que possibilita aos estudantes explorar situações contextualizadas, formular hipóteses, mobilizar diferentes representações e refletir sobre os resultados obtidos. A análise dos indícios de estilos de pensamento evidenciou que os estilos de pensamento matemático devem ser compreendidos como preferências cognitivas, passíveis de variação conforme o tipo de atividade proposta, o tema abordado e as representações mobilizadas durante o processo de resolução.

Os dados analisados apontam que não apenas o perfil do discente influencia a mobilização dos estilos de pensamento, mas também as características das atividades de modelagem matemática. Observou-se que atividades que privilegiaram

o uso de múltiplas representações, como gráficos, esquemas, tabelas e desenhos, favoreceram a emergência de vestígios associados ao pensamento visual, ampliando as possibilidades de expressão e compreensão matemática dos alunos. Esse resultado reforça a importância de práticas pedagógicas que valorizem diferentes formas de representação como estratégia para diversificar os estilos de pensamento mobilizados em sala de aula.

Ao mesmo tempo, a pesquisa corrobora resultados de estudos anteriores ao evidenciar que o pensamento analítico permanece como o estilo mais recorrente e socialmente legitimado no contexto da sala de aula de Matemática como cita Borreomeo Ferri 2021 “as preferências por estilos de pensamento matemático (especialmente a predominância do estilo analítico) não devem ser compreendidas como características individuais fixas, mas como produções situadas nas práticas escolares. A forte correlação entre pensamento analítico, desempenho e autoeficácia indica que determinados modos de pensar são socialmente valorizados e reforçados no contexto educacional”.

Mesmo em atividades abertas de modelagem, observou-se uma tendência dos alunos a recorrerem a procedimentos formais, generalizações algébricas e estratégias analíticas, o que pode ser compreendido como reflexo da cultura escolar historicamente associada ao Ensino da Matemática no nosso país. Contudo, os resultados também indicam que a Modelagem Matemática pode contribuir para ampliar esse cenário, favorecendo a coexistência de diferentes estilos de pensamento e promovendo abordagens mais integradas.

Do ponto de vista do produto educacional, os resultados indicam que o material elaborado apresenta potencial para subsidiar a prática docente, oferecendo ao professor possibilidades concretas de planejamento de atividades de modelagem matemática alinhadas à realidade dos alunos e sensíveis à diversidade de estilos de pensamento. O produto contribui, assim, para a reflexão sobre o Ensino de Matemática e para a construção de práticas pedagógicas investigativas.

No que se refere às limitações da pesquisa, destacam-se o tempo restrito destinado à aplicação das atividades, o número limitado de turmas participantes e o recorte regional da investigação. Além disso, a complexidade inerente à análise qualitativa dos dados e à identificação dos vestígios de pensamento matemático constitui um desafio metodológico, exigindo escolhas analíticas que podem ser aprofundadas em estudos futuros.

Entre as dificuldades encontradas ao longo da pesquisa, ressalta-se o desafio de atuar simultaneamente como professor e pesquisador, equilibrando a mediação pedagógica e o distanciamento analítico necessário à investigação. Destaca-se, ainda, a necessidade de adaptação das atividades às dinâmicas da sala de aula e ao tempo escolar, bem como a organização e sistematização dos dados coletados durante o processo.

Como perspectivas para pesquisas futuras, sugere-se a ampliação do estudo para outros níveis de Ensino da Educação Básica, bem como a investigação da modelagem matemática na formação inicial e continuada de professores. Estudos longitudinais também podem contribuir para compreender de forma mais aprofundada como os estilos de pensamento matemático se desenvolvem ao longo do tempo. Além disso, novas pesquisas podem explorar a articulação entre modelagem matemática, tecnologias digitais e diferentes formas de representação, ampliando as possibilidades de mobilização do pensamento matemático em contextos educacionais diversos.

Conclui-se, portanto, que a Modelagem Matemática se apresenta como uma alternativa pedagógica potente para o desenvolvimento do pensamento matemático, ao possibilitar a mobilização de diferentes estilos de pensamento. Ao reconhecer a diversidade cognitiva dos estudantes e valorizar múltiplas formas de representação, o Ensino de Matemática pode se tornar alinhado às demandas contemporâneas da Educação Básica.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. **Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática**. Alexandria, v. 2, p. 117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M.; SILVA, K. **O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, julho 2014.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.
- ARAÚJO, J. de L.; AVELAR, P. **Modelagem matemática e o desenvolvimento do pensamento integral**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 36, n. 72, pp. 239-261, 2022.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2018.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico**. Reunião Anual da Anped, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In: **The proceedings of the 12th international congress on mathematical education**. Cham: Springer, p. 73-96, 2015.
- BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. **Revista de Educação Matemática – SBEM**, São José do Rio Preto, v. 5, n. 3, p. 63-70, 1997.
- BORBORREO FERRI, R. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. Cham: Springer International Publishing, 2018.
- BORROMEO FERRI, R. **Mathematische Denkstile**: Ergebnisse einer empirischen Studie. Hildesheim: Franzbecker, 2004.

BORROMEIO FERRI, R. Mathematical thinking styles and word problems. In: HENN, H.-W.; BLUM, W. (org.). **Pre-conference proceedings of the ICMI Study 14: applications and modelling in mathematics education**. Dortmund: [s.n.], p. 47-52, 2004.

BORROMEIO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

BORROMEIO FERRI, R. Mathematical thinking styles in schools and across cultures. In: CHO, S. J. (Ed.). **Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education**. Cham: Springer, p. 153-174, 2015.

BORROMEIO FERRI, R. Modelling problems from a cognitive perspective. In: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling: education, engineering and economics**. Chichester: Horwood Publishing Limited, p. 260-270, 2007.

BORROMEIO FERRI, R. Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. In: **Proceedings for the CERME 5**, WG 13, 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>.

CAMPOS, C. R.; COUTINHO, C. de Q. e S. O letramento estatístico e a modelagem matemática no ensino de gráficos. **Caminhos da Educação Matemática em Revista** (on-line), v. 9, p. 140-157, 2019.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 760-776, 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n58/0103-636X-bolema-31-58-0760.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2025.

CARVALHO, R.; PONTE, J. P. Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número. **Quadrante**, Lisboa, v. 28, n. 2, p. 53-71, dez. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.23017> Acesso em: 05 set. 2025.

CORSO, L. V.; DORNELES, B. V. Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 27, n. 83, p. 298-309, mai./ago. 2010. Disponível em: <http://www.revistapsicopedagogia.com.br/detalhes/212/senso-numerico-e-dificuldades-de-aprendizagem-na-matematica> Acesso em: 05 set. 2025.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. **Modelagem matemática e raciocínio proporcional: orientações para professores da educação infantil**. Londrina: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2020. Produto educacional.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Process. In: D. O. (Ed) **Advanced Mathematical Thinking**, pp. 25-41. Dordrecht: Kluwer, 1991.

GUERREIRO, R.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para a CNMEM. **Ensino Tecnológico e Pesquisa**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 207-224, ago. 2024. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/18319>. Acesso em: 15 de nov 2023

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 34. ed. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2002.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78-90, mar. 1993. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf Acesso em: 05 set. 2025.

JONASSEN, D. H. Using cognitive tools to represent problems. **Journal of Research on Technology in Education**, v. 35, n. 3, p. 362-381, 2003.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, London, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KOVALSKI, L. **O pensamento analógico na matemática e suas implicações na modelagem matemática para o ensino**. 2016. 75 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

KOUROPATOV, A.; DREYFUS, T. Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 46, n. 4, p. 533-548, ago. 2014.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus Editora, 1997.

LINS, R. C.; KAPUT, J. The early development of algebraic reasoning: the current state of the field. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (ed.). **The future of the teaching and learning of algebra: the 12thICMI Study**. Boston: Kluwer Academic Publishers, p. 47-70, 2004.

LESH, R.; DOERR, H. M. Fundamentos de uma perspectiva de modelos e modelagem sobre o ensino, aprendizagem e resolução de problemas matemáticos. In: **Beyond constructivism**. Routledge, p. 3-33, 2003.

MARQUEZEPE, A. P.; MARTIN, G. F. S.; NERVIS, J. J. A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 311-335, maio-ago, 2023.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. E-book. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 12 set. 2025.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In: GAGATSIS, A.; PAPASTAVRIDIS, S. (Eds.). 3rd **Mediterranean Conference on Mathematical Education**. Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, 2003. p. 115–124.

PIRES, M. N. M.; SILVA, K. A. P.; GOMES, J. C. S. P. Formação de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática. **Sisyphus—Journal of Education**, v. 9, dez. 2018.

PINTO, T. F.; ARAÚJO, J. L. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1–25, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n2a09. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2933>. Acesso em: 26 mar. 2026.

RENZ, H. J. **A Importância da Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2015.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

ROCHA, R. A. R. **Uma análise semiótica da comunicação em atividades de modelagem matemática com experimentação**. 2021. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

SCHOMBERG, R. C. Inherent complexity and messy reality: Five useful distinctions for applied mathematics education. **Mathematical Modelling and Application**, v. 14, n. 1, p. 3–14, 2009.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**,

v. 22, n. 1, p. 1-36, 1991. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF00302715>. Acesso em: 15 jan. 2026.

SILVA, K. P.; ALMEIDA, L. M. W.; VALENTE, W. R. A modelagem matemática e a formação de professores. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 62, p. 557-578, 2018.

SILVA, S. R.; VERTUAN, R. E. Aspectos da articulação entre Alfabetização Científica e Modelagem Matemática na Educação Básica. **Ensino Tecnológico em Revista**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 42-60, ago. 2024. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/18425>. Acesso em: nov de 2024

SILVEIRA, B. N.; AGRANIONIH, N. T. Contribuições para um instrumento avaliativo para práticas de Modelagem Matemática a partir de uma experiência na sala de aula. **Ensino Tecnológico Revista**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 117-134, ago. 2024. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/18432>. Acesso em: nov de 2024.

SPINK, M. J. **Linguagem e produção de sentidos no cotidiano**. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010. 72 p. ISBN 978-85-7982-046-5. Disponível em: <http://books.scielo.org>. Acesso em: nov de 2024.

SCHRENK, M. J. **Implicações da tomada de consciência em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais**. 2024. 235 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Cascavel, 2024.

TALL, D. Advanced mathematical thinking & the computer. In: **Proceedings of the 20th University Mathematics Teaching Conference**. Nottingham: Shell Centre, 1996. p. 1-8

TALL, D. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: **Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**, Recife, p. 161-175, 1995.

TALL, D. **How humans learn to think mathematically: exploring the three worlds of mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

TALL, D. (Org.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 2002. p. 3-21.

TORTOLA, E.; FADIN, C. Modelagem Matemática e Pensamento Algébrico no 6º Ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática, [S. l.]**, v. 10, n. 23, p. 98–123, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.23.98-123. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6674>. Acesso em: 26 mar. 2026.

TONIN, E. C. **Análise de modelos em atividades de modelagem matemática com alunos do ensino médio**. 2024. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2024.

VERTUAN, R. E. **Um Olhar Sobre a Modelagem Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2007.